



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní



TÝMOVÁ CVIČENÍ PŘEDMĚTU EXPERIMENTÁLNÍ MODÁLNÍ ANALÝZA

Návody do cvičení předmětu „Experimentální modální analýza“

Alena Bilošová

Ostrava 2011



Tyto studijní materiály vznikly za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu OP VK CZ.1.07/2.3.00/09.0147 „Vzdělávání lidských zdrojů pro rozvoj týmů ve vývoji a výzkumu“.

Název: Týmová cvičení předmětu Experimentální modální analýza
Autor: Bilošová, Alena
Vydání: první, 2011
Počet stran: 45
Náklad:

Studijní materiály pro studijní obor Aplikovaná mechanika Fakulty strojní

Jazyková korektura: nebyla provedena



Tyto studijní materiály vznikly za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost.



Název: Vzdělávání lidských zdrojů pro rozvoj týmů ve vývoji a výzkumu
Číslo: CZ.1.07/2.3.00/09.0147
Realizace: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

© Alena Bilošová

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-2756-8

POKYNY KE STUDIU

Experimentální modální analýza

Pro studium problematiky experimentální modální analýzy jste obdrželi skriptum, které je koncipováno jako souhrn návodů do jednotlivých cvičení. Pro každé cvičení je zařazena teoretická část, jejíž cílem je uvedení do problematiky, a praktická část, která je koncipována jako protokol z měření.

Prerekvizity

Pro studium této opory se předpokládá znalost na úrovni absolventa bakalářského programu Strojírenství, oboru Aplikovaná mechanika.

Cílem učební opory

Cílem je seznámení s praxí modálních zkoušek, což je oblast poměrně rozsáhlá a náročná jak na teoretické zázemí, tak na praktické dovednosti. Předpokládá se, že student je z předchozího studia dostatečně připraven k měření vibračních signálů a k jejich zpracování. Po prostudování opory bude student schopen připravit, provést a vyhodnotit modální zkoušku. Učební opora primárně slouží jako návod do cvičení. Teoretický základ je zde uveden pouze v nejmenší možné míře tak, aby bylo možné porozumět podstatě každého cvičení. Pro hlubší porozumění problematiky je nutné studium doplnit studiem teoretických skript, případně materiálů z přednášek.

Pro koho je předmět určen

Modul je zařazen do magisterského studia oboru Aplikovaná mechanika studijního programu Strojní inženýrství, ale může jej studovat i zájemce z kteréhokoliv jiného oboru, pokud splňuje požadované prerekvizity.

Při studiu každé kapitoly doporučujeme následující postup:



Čas ke studiu: xx hodin

Na úvod kapitoly je uveden čas potřebný k prostudování látky. Čas je orientační a může vám sloužit jako hrubé vodítko pro rozvržení studia celého předmětu či kapitoly. Někomu se čas může zdát příliš dlouhý, někomu naopak. Jsou studenti, kteří se s touto problematikou ještě nikdy nesetkali a naopak takoví, kteří již v tomto oboru mají bohaté zkušenosti.



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- Popsat ...
- Definovat ...
- Vyřešit ...

Ihned potom jsou uvedeny cíle, kterých máte dosáhnout po prostudování této kapitoly – konkrétní dovednosti, znalosti.



Výklad

Následuje vlastní výklad studované látky, zavedení nových pojmů, jejich vysvětlení, vše doprovázeno obrázky, tabulkami, řešenými příklady, odkazy na animace.



Shrnutí pojmů

Na závěr kapitoly jsou zopakovány hlavní pojmy, které si v ní máte osvojit. Pokud některému z nich ještě nerozumíte, vraťte se k nim ještě jednou.



Otázky

Pro ověření, že jste dobře a úplně látku kapitoly zvládli, máte k dispozici několik teoretických otázek.



Úlohy k řešení

Protože většina teoretických pojmů tohoto předmětu má bezprostřední význam a využití v praxi, jsou Vám nakonec předkládány i praktické úlohy k řešení. V nich je hlavním významem předmětu schopnost aplikovat čerstvě nabyté znalosti pro řešení reálných situací.

Úspěšné a příjemné studium s tímto učebním textem Vám přeje autorka.

Alena Bilošová

OBSAH

1	ZÁKLADNÍ POJMY Z OBLASTI MODÁLNÍCH ZKOUŠEK.....	6
1.1	Princip modální zkoušky	6
1.2	Systém s jedním stupněm volnosti	8
1.3	Impulsní odezвовá funkce	12
1.4	Identifikace parametrů systému s 1° volnosti z FRF.....	13
2	MODÁLNÍ ZKOUŠKA.....	19
2.1	Příprava struktury pro modální zkoušku	19
2.1.1	Způsob uložení měřené struktury	19
2.1.2	Příprava modelu měřené struktury.....	20
2.1.3	Základní sestava měření.....	21
	• Způsob buzení.....	21
	• Snímače k měření budící síly a odezvy	25
	• Analyzátor a systém pro zpracování naměřených dat	25
2.2	Vlastní měření.....	26
2.2.1	Software pro komunikaci s analyzátozem	26
2.2.2	Měření v referenčním bodě	27
2.2.3	Ostatní měření.....	27
2.3	Zpracování naměřených dat	29
2.3.1	Identifikace modálních parametrů.....	29
2.3.2	Prezentace modálního modelu	29
2.3.3	Kontrola modálního modelu	32
2.4	Srovnání experimentálně získaného a výpočtového modálního modelu.....	33
2.4.1	Srovnání vlastních frekvencí.....	34
2.4.2	Srovnání vlastních tvarů	35
2.5	Vypracování protokolu	37

PŘÍLOHA

Vzorový protokol o modální zkoušce

1 ZÁKLADNÍ POJMY Z OBLASTI MODÁLNÍCH ZKOUŠEK

Modální zkoušku můžeme definovat jako *procesy aplikované na testované součásti nebo struktury s cílem získat matematický popis jejich dynamického chování*. Výsledkem modální zkoušky je tzv. modální model měřeného systému, který jeho dynamické chování popisuje pomocí módů. Každý mód je popsán třemi modálními parametry: vlastní frekvencí, vlastním tvarem a tlumením.

1.1 Princip modální zkoušky



Čas ke studiu: 1,5 hodiny



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- ✚ Vysvětlit princip modální zkoušky.
- ✚ Definovat odezvový a modální model systému
- ✚ Definovat pojem frekvenční odezvová funkce a odlišit její typy



Výklad

Princip modální zkoušky spočívá v tom, že měřenou strukturu vybudíme silou, jejíž průběh měříme pomocí snímače síly a současně snímáme vibrační odezvu na tuto sílu, zpravidla s použitím akcelerometru. Provedeme-li takováto měření v dostatečném počtu míst na struktuře, získáme tzv. *odezvový model* systému. Odezvový model je tvořen maticí tzv. frekvenčních odezvových funkcí, což jsou frekvenčně závislé funkce popisující odezvu systému na známé buzení. Jejich nejjednodušší vyjádření je:

$$H(\omega) = \frac{\text{výstup}}{\text{vstup}} = \frac{\text{pohyb}}{\text{síla}} = \frac{\text{odezva}}{\text{buzení}}$$

Z odezvého modelu systému lze zpracováním naměřených dat získat tzv. *modální model* systému, který je tvořen dvěma maticemi:

$[\lambda^2]$... spektrální matice, diagonální, na diagonále jsou vlastní čísla (frekvence + tlumení)

$[\Phi]$... modální matice, sloupce tvoří vlastní vektory

Získání modálního modelu je vlastním cílem modální zkoušky, neboť tento model lze použít jak pro verifikaci výpočtového modelu, což je nejčastějším důvodem provádění modální zkoušky, tak pro jiné účely.

Rozeznáváme 3 základní typy frekvenčních odezvových funkcí podle toho, zda je odezovým parametrem výchylka, rychlost nebo zrychlení - viz tabulka 1.1.

tabulka 1.1- Typy frekvenčních odezvových funkcí

Odezvový parametr r	Frekvenční odezvová funkce $\frac{r}{F}$
výchylka X	$\alpha(\omega)$ receptance
rychlost V	$Y(\omega)$ pohyblivost
zrychlení A	$A(\omega)$ inertance (akcelance)

Jednotlivé typy FRF jsou mezi sebou svázány stejně jako základní odezvové parametry, které byly použity pro jejich definici. Jelikož derivace je ve frekvenční oblasti realizována prostým násobením $i\omega$, jsou vztahy mezi jednotlivými typy FRF popsány jako:

$$Y(\omega) = \frac{V}{F} = i\omega \frac{X}{F} = i\omega \alpha(\omega)$$

$$A(\omega) = \frac{A}{F} = -\omega^2 \alpha(\omega)$$

Přesná definice jednoho prvku matice frekvenčních odezvových funkcí typu receptance je:

$$\alpha_{jk}(\omega) = \frac{x_j}{F_k} = \sum_{r=1}^N \frac{\Phi_j^r \cdot \Phi_k^r}{\lambda_r^2 - \omega^2}$$

kde λ_r - vlastní číslo r-tého módu (vlastní frekvence + modální tlumení); konkrétní tvar je dán typem tlumení v systému

Φ_j^r - j-tý prvek r-tého vektoru vlastních tvarů $\{\Phi\}$, tj. relativní výchylka v j-tém bodě při kmitání na r-tém tvaru

N - počet módů

Prvek $\alpha_{jk}(\omega)$ tedy představuje harmonickou odezvu v místě x_j způsobenou osamělou harmonickou silou působící v jiném místě f_k .

V teoretické modální analýze je N rovno počtu stupňů volnosti řešeného systému, módů systému je tedy možno identifikovat tolik, kolik je stupňů volnosti (pro kontinuum teoreticky nekonečně mnoho). V experimentální modální analýze pracujeme s tzv. neúplnými modely, kdy počet identifikovaných módů m bývá výrazně nižší než počet měřených stupňů volnosti N, což je dáno rozsahem frekvencí, ve kterém módy identifikujeme. Spektrální

matice pak je řádu $\mathbf{m}$ (počet módů) a modální matice řádu $\mathbf{N} \times \mathbf{m}$ ($\mathbf{m}$ sloupců, každý vyjadřuje jeden z vlastních vektorů).

Na vztahu pro jeden prvek matice $\alpha_{jk}(\omega)$ vidíme, že ve jmenovateli se objevují prvky vlastních vektorů a jmenovatel FRF bude tedy v každém měřeném místě jiný. Naproti tomu v čitateli se objevují vlastní čísla, která jsou pro celý měřený systém stejná a nezávislá na místě měření. Chceme-li tedy zjistit pouze vlastní frekvence a tlumení systému, stačí nám provést měření FRF v jediném bodě, podobně jako jsme v předmětu Vibrační diagnostika zjišťovali vlastní frekvence pomocí zkoušky rázem (bump testu). Při zkoušce rázem jsme neměřili frekvenční odezvové funkce, ale spektra vibrační odezvy, což je ale při širokopásmovém buzení prakticky stejná funkce (FRF je při rázovém buzení spektrum podělené konstantní silou). Špičky ve spektru naměřené při rázovém buzení, stejně jako špičky ve FRF (naměřené při jakémkoliv typu buzení) indikují vlastní frekvence systému.

1.2 Systém s jedním stupněm volnosti



Čas ke studiu: 2 hodiny



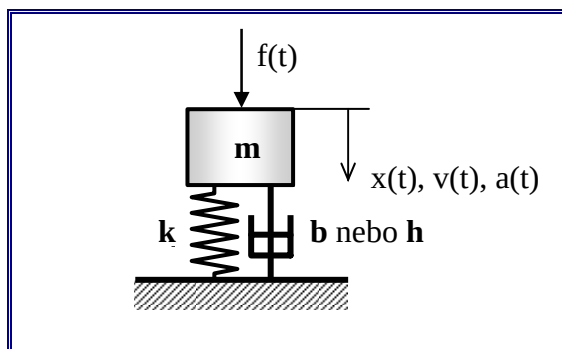
Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- Popsat a vyřešit kmitání systému s 1^o volnosti
- Popsat frekvenční odezvovou funkci systému s 1^o volnosti
- Zobrazit frekvenční odezvovou funkci různými způsoby



Výklad

Abychom identifikaci modálních parametrů z naměřené frekvenční odezvové funkce dokonale porozuměli, musíme začít se systémem s jedním stupněm volnosti, který je reprezentován vám z předchozího studia dobře známou hmotou uloženou na pružině (viz obr.1.1):



Obrázek 1.1 - Model systému s 1^o volnosti

Pohyb tohoto systému je popsán při předpokládaném viskózním tlumení pohybovou rovnicí:

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = f(t)$$

Řešení této rovnice zde uvedeme bez odvození, které lze nalézt např. v [1]:

$$x(t) = Xe^{i\omega t} = \frac{1}{1 - \eta^2 + i2\zeta\eta} \cdot \frac{F}{k} e^{i\omega t} = \frac{1}{k - m\omega^2 + i\omega b} \cdot F \cdot e^{i\omega t}$$

kde X ... komplexní amplituda výchylky

F/k ... statická výchylka

η ... činitel naladění

$$\eta = \omega/\Omega_0$$

ζ ... poměrný útlum

$$\zeta = \delta/\Omega_0$$

Ω_0 ... vlastní frekvence netlumeného kmitání

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Zlomek $\frac{1}{1 - \eta^2 + i2\zeta\eta} = H(\eta)$ je tzv. faktor zesílení, neboli FRF v bezrozměrném tvaru.

Podíl komplexní amplitudy výchylky a budící síly je funkce receptance, tedy opět FRF, ale už nikoli bezrozměrná. Pro 1° volnosti má tvar:

$$H(i\omega) = \frac{X(i\omega)}{F(i\omega)} = \frac{1}{k - m\omega^2 + i\omega b} = \frac{R}{i\omega - (-\delta + j\Omega)} + \frac{R^*}{i\omega - (-\delta - j\Omega)}$$

kde R ... modální konstanta, reziduum (u systému s více stupni volnosti se vztahuje k vlastním tvarům)

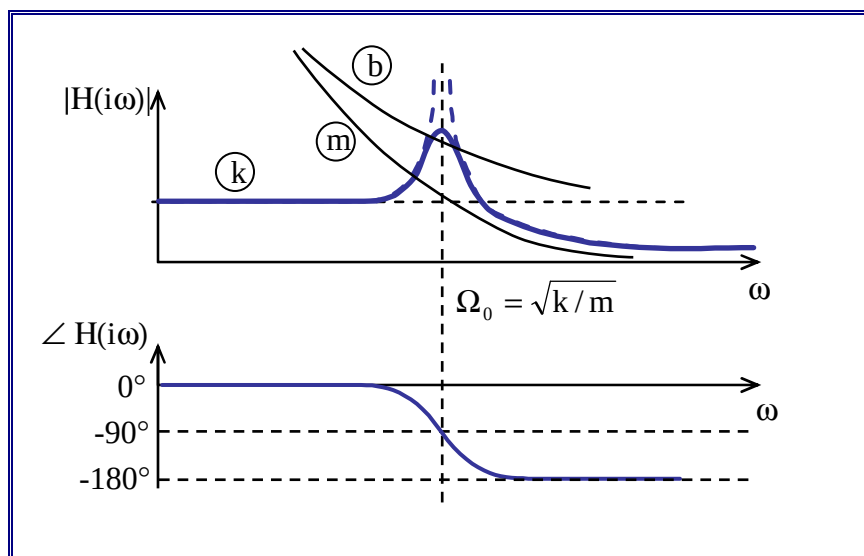
Ω ... vlastní frekvence tlumeného kmitání

δ ... konstanta doznívání

Jelikož jde o komplexní funkci frekvence, není možné všechny informace v ní obsažené znázornit pomocí jednoho 2D grafu. Běžně se pro její úplné znázornění používá tzv. Bodeho diagram neboli amplitudo-fázová charakteristika (viz obr. 1.2), což jsou dva grafy zobrazené nad sebou: amplituda jako funkce frekvence a fáze jako funkce frekvence:

$$|H(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (\omega b)^2}} \quad \dots \text{amplituda}$$

$$\angle H(i\omega) = \arctg\left(\frac{-\omega b}{k - m\omega^2}\right) = \arctg\left(\frac{-2\zeta\eta}{1 - \eta^2}\right) \quad \dots \text{fáze}$$



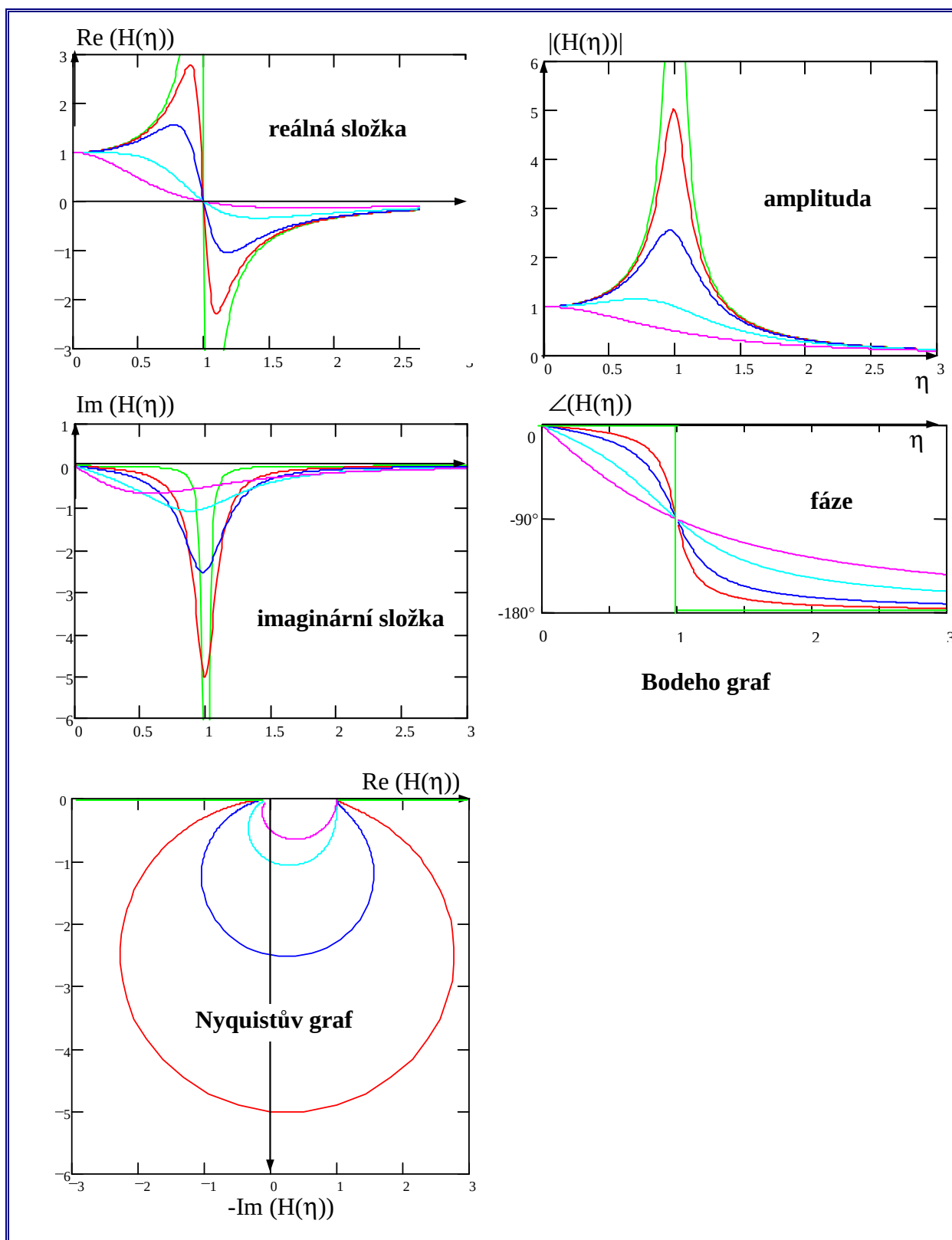
Obrázek 1.2 - Amplitudo-fázová charakteristika

V amplitudové charakteristice je možné odlišit tři oblasti:

- ♦ Oblast kolem rezonance, kdy ω je blízká vlastní frekvenci Ω_0 . Tato oblast je ovlivněna převážně množstvím tlumení v systému - čím je tlumení vyšší, tím je širší a nižší rezonanční špička.
- ♦ Oblast pod rezonancí, kde $\omega \ll \Omega_0$. Tato oblast je převážně ovlivněna tuhostí systému.
- ♦ Oblast nad rezonancí, kde $\omega \gg \Omega_0$. Tato oblast je převážně ovlivněna hmotností systému.

Tyto vlastnosti později využijeme k identifikaci tlumení i hmotnosti a tuhosti systému

Dalšími používanými způsoby zobrazení frekvenční odezvy jsou zobrazení její reálné a imaginární složky nebo tzv. Nyquistova diagramu, což je zobrazení této funkce v komplexní rovině. V Nyquistově grafu není explicitně obsažena informace o frekvenci, ale každý bod Nyquistova grafu reprezentuje jinou frekvenci, přičemž je zvýrazněna oblast kolem rezonance - při průchodu přes rezonanci vykreslí Nyquistův graf kružnici. Všechny způsoby zobrazení frekvenční odezvy jsou pro různé úrovně tlumení zobrazeny na obrázku 1.3. Zeleně je zobrazen netlumený systém, fialově systém s kritickým tlumením.



Obrázek 1.3 - Různé způsoby zobrazení frekvenční odezvové funkce

1.3 Impulsní odezвовá funkce



Čas ke studiu: 1 hodina



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- ✚ Vysvětlit vztah mezi frekvenční odezovou a impulsní odezovou funkcí.
- ✚ Identifikovat modální parametry z impulsní odezвовé funkce.



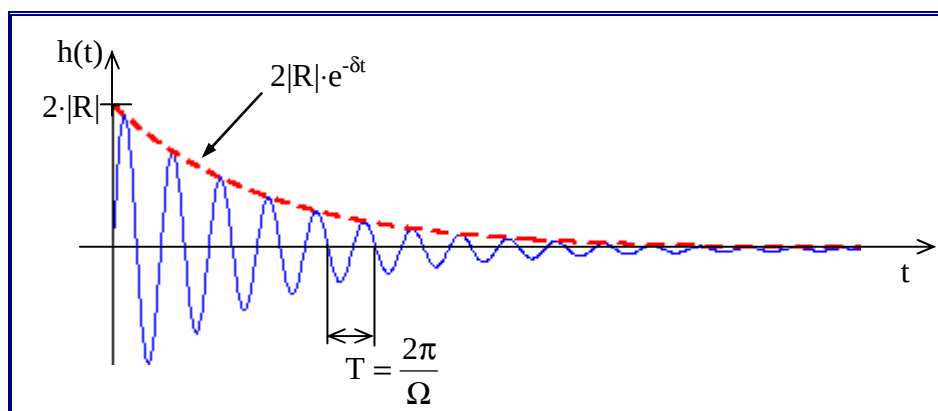
Výklad

Impulsní odezva systému je výstupní signál systému jako odezva na Diracův impuls (jednotkový impuls, delta funkce) na vstupu. Je to inverzní Fourierova transformace frekvenční odezвовé funkce, a takto se taky získává v FFT analyzátoru:

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1} \{H(f)\}$$

Impulsní odezva systému s jedním stupněm volnosti je jednostranná tlumená sinusovka (viz obr. 1.4) daná vztahem:

$$h(t) = 2 \cdot |R| \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\Omega t)$$



Obrázek 1.4 - IRF systému s 1 °volnosti

Z obrázku 1.4 je zřejmé, že z naměřené IRF lze snadno zjistit hodnoty vlastní frekvence a rezidua. Určení tlumení je popsáno dále.

Stejně jako FRF je možno považovat za součet odezev n systémů s jedním stupněm volnosti, je i impulsní odezva systému s více stupni volnosti součtem impulsních odezev n systémů s jedním stupněm volnosti. Sečtením všech n módů dostaneme obecnější vztah:

$$h_{ij}(t) = \sum_{k=1}^n 2 \cdot |R_{ijk}| \cdot e^{-\delta_k t} \cdot \sin(\Omega_k t)$$

Průměrná konstanta doznívání této impulsní odezvy může být použita k určení průměrných tlumících vlastností systému, a v tom je její hlavní praktický význam.

Pokud zobrazíme amplitudu impulsní odezvy v logaritmických souřadnicích, je obálkou funkce přímka, jejíž sklon udává tlumení systému. Vyjdeme z definice logaritmického dekrementu útlumu:

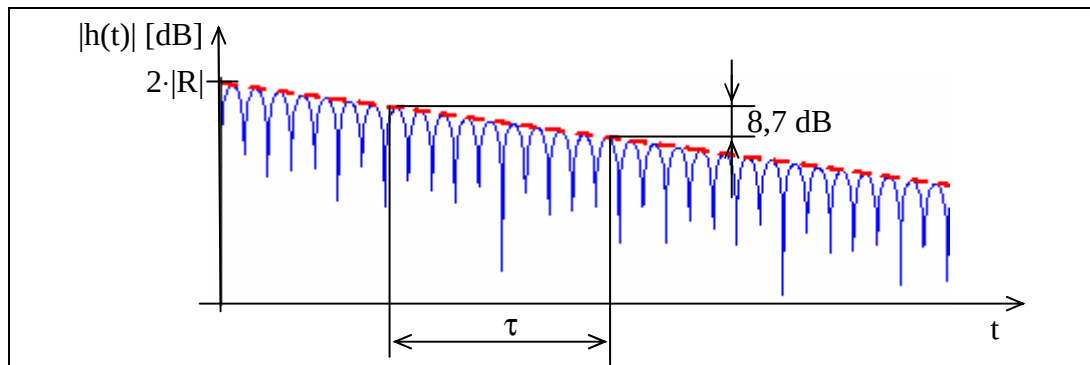
$$v = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} = \delta T$$

Amplituda poklesne e-krát za dobu τ (τ je tzv. časová konstanta systému):

$$\begin{aligned} \ln e &= \delta \cdot \tau \\ 1 &= \delta \cdot \tau \\ \delta &= 1/\tau \end{aligned}$$

Převod e na dB: $20 \log e = 8.7 \text{ dB}$

Pokud je na svislé ose amplituda impulsní odezvy v decibelech, můžeme odečíst dobu τ , za kterou amplituda poklesne o 8.7 dB a z ní určit konstantu doznívání δ (viz obr. 1.5). Tento postup je shodný jak pro určení konstanty doznívání systému s 1° volnosti, tak pro určení průměrné konstanty doznívání systému s více stupni volnosti.



Obrázek 1.5 - Určování tlumení z impulsní odezvy funkce

1.4 Identifikace parametrů systému s 1° volnosti z FRF



Čas ke studiu: 3 hodiny



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- Identifikovat modální parametry z frekvenční odezvy funkce.
- Identifikovat hmotnost a tuhost systému s 1° volnosti z FRF



Výklad

V předchozí kapitole jsme si ukázali, jak je možné získat modální parametry z naměřené impulsní odezvy funkce. U frekvenční odezvy funkce máme více možností, jak

tyto parametry získat. Připomeňme se, že modální parametry jsou tři. Pro systém s 1° volnosti to jsou:

- ♦ vlastní frekvence
- ♦ poměrný útlum
- ♦ reziduum

Vlastní frekvenci můžeme získat ze všech způsobů zobrazení FRF, je to frekvence, kdy:

- ♦ amplituda dosahuje maxima
- ♦ fáze má hodnotu 90°
- ♦ reálná složka je nulová (u receptance a inertance) nebo má extrém (u pohyblivosti)
- ♦ imaginární složka má extrém (u receptance a inertance) nebo je nulová (u pohyblivosti)
- ♦ Nyquistův graf má největší rozestupy mezi jednotlivými body

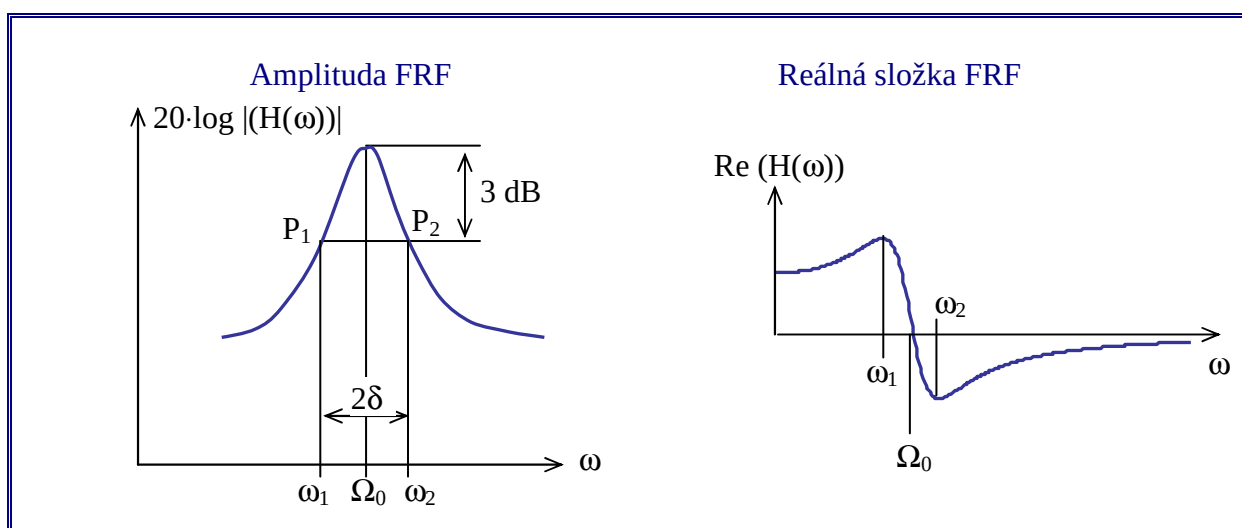
U poměrného útlumu už tolik možností nemáme. Lze jej určit buď z amplitudové charakteristiky, z grafu reálné složky (u receptance a inertance) nebo z grafu imaginární složky (u pohyblivosti).

V grafu amplitudy funkce $H(\omega)$ je možné identifikovat tzv. *body s polovičním výkonem* (half-power points). Jsou to body, ve kterých amplituda poklesne na hodnotu $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot H_{\text{res}}$, tedy na $\frac{1}{\sqrt{2}}$ špičkové hodnoty. Ve výkonovém (power) spektru by to byla 1/2 špičkové hodnoty - odtud název half-power points. Je-li graf $H(\omega)$ zobrazen v logaritmických souřadnicích, jsou tyto body tam, kde špičková amplituda poklesne o 3dB (viz obr. 1.6 vlevo).

$$\frac{H_{\text{res}}}{H_{\text{halfpower}}} = \sqrt{2}$$

$$20 \cdot \log H_{\text{res}} - 20 \cdot \log H_{\text{halfpower}} = 20 \cdot \log \sqrt{2} = 3$$

$$H_{\text{res}} - H_{\text{halfpower}} = 3\text{dB}$$



Obrázek 1.6 - Určování tlumení z frekvenční odezvové funkce

Označíme-li tyto body P_1 a P_2 a jim příslušné frekvence ω_1 a ω_2 , pak rozdíl ve frekvencích $\omega_2 - \omega_1$ se nazývá *3dB pásmo systému*. Pro malé tlumení platí:

$$\Delta\omega_{3dB} = \omega_2 - \omega_1 = 2 \cdot \delta = 2 \cdot \zeta \cdot \Omega_0, \text{ kde } \Delta\omega_{3dB} \text{ je 3dB pásmo.}$$

Tytéž frekvence ω_1 a ω_2 můžeme identifikovat též na grafu reálné složky FRF. Jsou to frekvence, kde reálná složka vykazuje extrémy (viz obr. 1.6 vpravo). Odvození faktu, že tyto frekvence jsou pro malé tlumení přibližně totožné jako ty odečtené z 3dB pásma, je možno nalézt v [1].

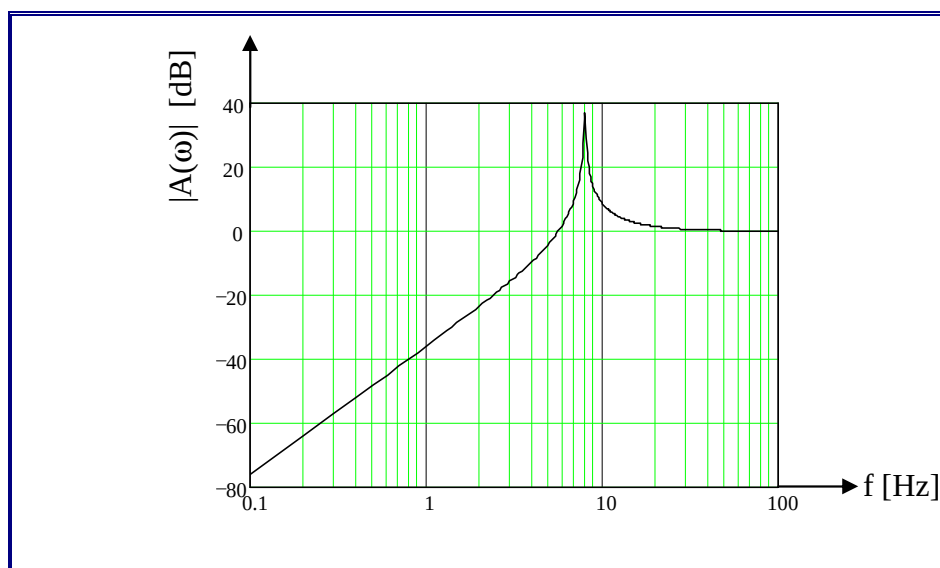
V [1] je možno nalézt i odvození vztahu pro určení hodnoty modální konstanty. Dostaneme ji tak, že amplitudu FRF v rezonanci vynásobíme konstantou dozívání.

$$R = H(\Omega) \cdot \delta$$

Z naměřených frekvenčních odezvových funkcí lze identifikovat nejen modální parametry systému, ale u systému s 1^o volnosti i hmotnost a tuhost systému. Jak už bylo řečeno v kapitole 1.2, je FRF v podrezonanční oblasti dána převážně tuhostí systému a v nadrezonanční oblasti převážně hmotností systému. To lze využít k určení těchto veličin. Jelikož pro měření FRF převážně používáme akcelerometry, ukážeme si získání hmotnosti a tuhosti systému z FRF typu inertance:

$$A(\omega) = -\omega^2 \cdot \alpha(\omega) = \frac{-\omega^2}{k - m\omega^2 + i\omega b}$$

Pokud si tuto funkci zobrazíme v logaritmických souřadnicích, bude podrezonanční i nadrezonanční oblast přímková (viz obr. 1.7).



Obrázek 1.7 - FRF typu inertance pro systém s 1^o volnosti

V podrezonanční oblasti lze inertanci aproximovat vztahem $A(\omega) = -\frac{\omega^2}{k}$. Tedy:

$$\log|A(\omega)| = 2 \cdot \log(\omega) - \log(k)$$

Vzhledem k tomu, že na analyzátoru máme k dispozici hodnoty FRF v decibelech (dB), můžeme z grafu odečíst $20 \cdot \log|A(\omega)|$. Pro $f = 0,1$ Hz dostaneme:

$$20 \cdot \log|A(0,1 \cdot 2\pi)| = -76,031$$

$$\log|A(0,1 \cdot 2\pi)| = -3,802$$

Tedy:

$$2 \cdot \log(0,1 \cdot 2\pi) - \log(k) = -3,802$$

$$\log(k) = 3,802 + 2 \cdot \log(0,1 \cdot 2\pi) = 3,398$$

$$k = 10^{3,398} = 2500 \quad [\text{N/m}]$$

Podobně budeme postupovat při určení hmotnosti systému. V nadrezonanční oblasti lze inertanci aproximovat vztahem $A(\omega) = \frac{1}{m}$. Tedy:

$$\log|A(\omega)| = -\log(m)$$

Vzhledem k tomu, že na analyzátoru máme k dispozici hodnoty FRF v decibelech (dB), můžeme z grafu odečíst $20 \cdot \log|A(\omega)|$. Pro $f = 100$ Hz dostaneme:

$$20 \cdot \log|A(100 \cdot 2\pi)| = 0,055$$

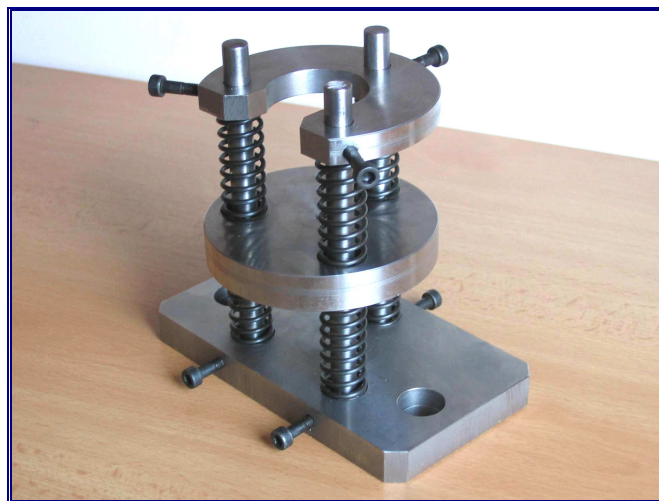
$$\log|A(100 \cdot 2\pi)| = 2,759 \cdot 10^{-3}$$

Tedy:

$$\log m = -2,759 \cdot 10^{-3}$$

$$m = 10^{-2,759 \cdot 10^{-3}} = 0,994 \quad [\text{kg}]$$

V laboratoři experimentální dynamiky je k dispozici model systému s 1° volnosti, který je uzpůsoben tak, aby se daly snadno identifikovat jeho parametry - viz obrázek 1.8.



Obrázek 1.8 - Systém s 1° volnosti - praktická realizace



Úlohy k řešení

Příklad 1.1. Určení modálních parametrů z frekvenční odezvosvé funkce

Určete modální parametry modelu s 1° volnosti

Změřte frekvenční odezvosvou funkci systému s 1° volnosti dle obrázku 1.8 a určete modální parametry systému. Buzení systému proveďte pomocí rázového kladívka se snímačem síly, vibrační odezvu snímejte akcelerometrem (naměříte tedy FRF typu inertance). Akcelerometr umístěte zespodu do středu kmitajícího kotouče a úder kladívkem veďte seshora do středu téhož kotouče. Tím docílíte toho, že omezíte kmitání v bočních směrech a systém bude převážně kmitat ve svislém směru, tedy ve směru vodících tyčí, čímž bude dostatečně přesně představovat systém s 1° volnosti.

Základní rozdělení ve skupině proveďte do dvou týmů, z nichž jeden bude pracovat s dvoukanálovým analyzátozem BK2032 a druhý se čtyřkanálovým analyzátozem PULSE. Vzhledem k tomu, že modální parametry je možné získat z naměřené FRF různými způsoby (jak je popsáno v kapitole 1.4), rozdělte se v rámci jednotlivých týmů práci tak, aby každý z členů týmů identifikoval modální parametry jiným způsobem. Poté společně vyplňte tabulku 1.2 (poslední řádek tabulky vyplníte až v následujícím cvičení). Na závěr srovnajte výsledky obou týmů a prodiskutujte a objasněte možné rozdíly v hodnotách identifikovaných parametrů.

tabulka 1.2 - Identifikace modálních parametrů z FRF a IRF

	vlastní frekvence f [Hz]	konstanta doznívání δ [s ⁻¹]	reziduuum R [kg ⁻¹ s ⁻¹]	hmotnost m [kg]	tuhost k [Nm ⁻¹]
z amplitudové charakteristiky					
z grafu reálné složky FRF inertance			×	×	×
z grafu imaginární složky FRF		×	×	×	×
z Nyquistova diagramu		×	×	×	×
z IRF				×	×

Příklad 1.2. Určení modálních parametrů z impulsní odezvosvé funkce

Určete modální parametry modelu s 1° volnosti

Změřte impulsní odezvosvou funkci systému s 1° volnosti dle obrázku 1.8 a určete modální parametry systému. Buzení systému proveďte pomocí rázového kladívka se snímačem síly, vibrační odezvu snímejte akcelerometrem (stejně jako v příkladě 1.1).

Základní rozdělení ve skupině proveďte do dvou týmů, z nichž jeden bude pracovat s dvoukanálovým analyzátozem BK2032 a druhý se čtyřkanálovým analyzátozem PULSE.

Identifikujte modální parametry a vyplňte poslední řádek tabulky z příkladu 1.1. Na závěr srovnajte výsledky identifikace z FRF a IRF a také výsledky obou týmů navzájem a prodiskutujte a objasněte možné rozdíly v hodnotách identifikovaných parametrů.

Příklad 1.3. Určení hmotnosti a tuhosti z frekvenční odezvosvé funkce

Určete hmotnost a tuhost modelu s 1^o volnosti

Změřte frekvenční odezvosvou funkci systému s 1^o volnosti dle obrázku 1.8 stejně jako v příkladu 1.1. Pomocí postupu uvedeného v kapitole 1.4 určete z naměřené funkce hmotnost a tuhost systému. Hmotnost na závěr ověřte vážením a tuhost ověřte pomocí statické deformace pružin. Výsledky v týmech pracujících s různými analyzátory srovnajte a prodiskutujte.



Shrnutí pojmů

modální zkouška
frekvenční odezvosvá funkce
impulsní odezvosvá funkce
systém s 1^o volnosti
Bodeho graf
Nyquistův graf
modální parametry - vlastní frekvence, tlumení, vlastní tvar, modální konstanta
3 dB pásmo
modální parametry - vlastní frekvence, tlumení, vlastní tvar, modální konstanta
modální matice, spektrální matice



Otázky

1. Co je to modální zkouška?
2. Proč provádíme modální zkoušku?
3. Co naměříme při provádění modální zkoušky?
4. Jakými parametry je definován modální model systému?
5. Jak z naměřených dat identifikujeme modální parametry?

2 MODÁLNÍ ZKOUŠKA

V této kapitole popíšeme postup při provádění modální zkoušky. Tento postup zahrnuje tři až čtyři hlavní fáze: přípravu měřené struktury a vytvoření modelu pro měření, vlastní měření, získání modálních parametrů z naměřených dat a případně i ověření správnosti získaného modálního modelu, srovnání s výpočtovým modelem atp. Postupně probereme všechny tyto fáze. Je zřejmé, že volba různých postupů v jednotlivých fázích bude do značné míry záležet na tom, za jakým účelem modální zkoušku provádíme.

2.1 Příprava struktury pro modální zkoušku



Čas ke studiu: 4 hodiny



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- ✚ Vybrat vhodný způsob uložení struktury pro provedení modální zkoušky a realizovat jej.
- ✚ Navrhnout a vytvořit geometrický model struktury.
- ✚ Vybrat vhodný referenční bod.
- ✚ Sestavit měřicí řetězec a popsat jeho funkci.
- ✚ Vybrat vhodný způsob buzení struktury a realizovat jej.
- ✚ Vybrat vhodný typ snímačů a správně je připevnit k měřené struktuře



Výklad

2.1.1 Způsob uložení měřené struktury

Prvním rozhodnutím, které musíme před provedením modální zkoušky učinit, je rozhodnout o vhodném uložení měřené struktury. Způsob uložení je dán především účelem, pro který modální zkoušku provádíme, případně omezeními pramenícími z provozních podmínek. V zásadě rozlišujeme 3 způsoby uložení:

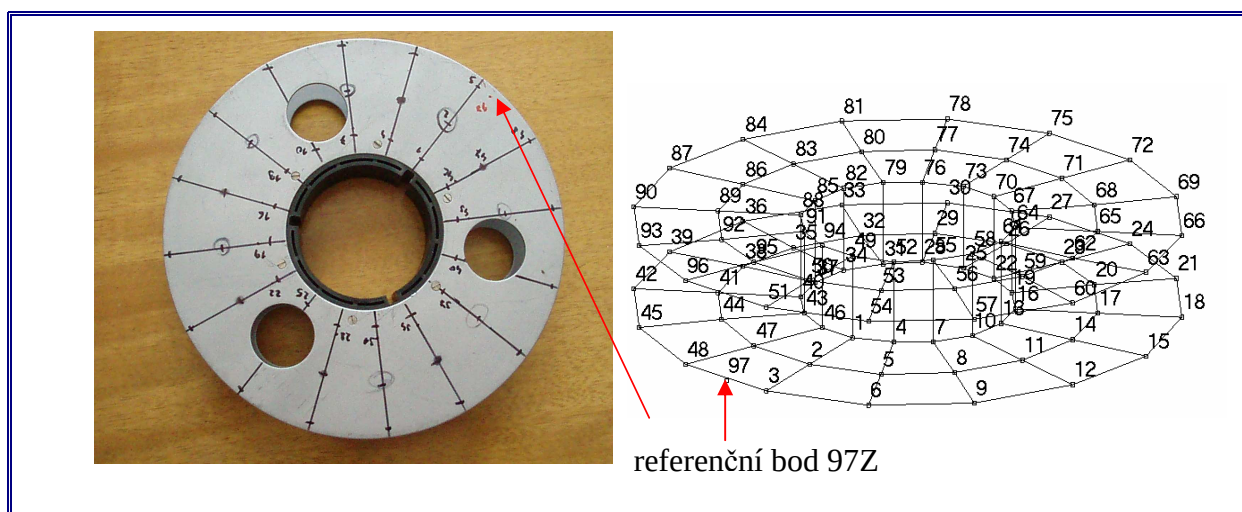
- ♦ **volné** (na velmi měkkých pružinách) - Jde o nejjednodušší způsob uložení a přednostně jej použijeme vždy, když budeme chtít provádět korelaci experimentálního a výpočtového modelu. Volné uložení je teoreticky takové uložení, kdy měřené těleso nemá žádné vazby s okolím, je volně umístěno v prostoru a při teoretické analýze takto uložené těleso vykazuje 6 módů tuhého tělesa - tj. 3 posuvy ve směru souřadných os a 3 rotace kolem souřadných os. Všechny 6 těchto módů má vlastní frekvenci nulovou. Prakticky realizujeme volné uložení tělesa buď tím, že jej uložíme na velmi měkkou podložku (např. na molitan) nebo jej zavěsíme pomocí měkkých pružin. Je zřejmé, že v

tomto případě vlastní frekvence módů tuhého tělesa nebudou nulové, ale obecně půjde o velmi nízké hodnoty. Takto realizované uložení považujeme za volné, pokud nejvyšší vlastní frekvence módů tuhého tělesa je menší než 10% hodnoty nejnižší deformační vlastní frekvence. Tak např. pokud u nosníku má jeho první ohybový mód frekvenci 150 Hz, měly by všechny módy tuhého tělesa být menší než 15 Hz. Při splnění tohoto požadavku je ovlivnění deformačních vlastních frekvencí uložení zanedbatelné

- ♦ **vetknuté** - pevné uchycení v určitých bodech - Jde teoreticky o takové uložení, kdy některé body na tělese (stupně volnosti) jsou zcela znehybněny připojením k zemi. Toho v praxi v podstatě nelze dosáhnout, takže prakticky považujeme za pevné uložení takové, kdy odezva "znehybněných" stupňů volnosti je menší než 10% odezvy všech ostatních stupňů volnosti. Tento typ uložení dělá problémy při srovnávání modálního modelu získaného měřením s modálním modelem získaným výpočtem, protože rozdíly v obou modelech mohou být způsobeny právě nestejnými okrajovými podmínkami.
- ♦ **in situ** - na místě (v provozních podmínkách) - Toto uložení použijeme zejména tehdy, když potřebujeme modální parametry při reálných podmínkách a nebudeme provádět korelaci s teoretickým modelem.

2.1.2 Příprava modelu měřené struktury

Modelem v této kapitole budeme nazývat geometrický model měřené struktury s nadefinovanými body a stupni volnosti, ve kterých budeme provádět měření, tedy nikoli matematický model (fyzikální, modální nebo odezvoový). Na struktuře si zvolíme síť bodů, ve kterých budeme provádět měření, a v každém bodě také rozhodneme, ve kterých směrech budeme měřit, tedy nadefinujeme stupně volnosti. Běžně se měří posuvné stupně volnosti (směry X, Y, Z), výjimečně rotační stupně volnosti, neboť ty vyžadují speciální snímače a postupy. Hustota síť měřících bodů do značné míry záleží na frekvenčním rozsahu měření, resp. na počtu módů, které chceme vyšetřit - platí, že čím vyšší mód, tím je jeho vlastní tvar složitější a tím více bodů je potřeba k jeho realistickému vykreslení. Volíme tedy tak hustou síť, abychom spolehlivě rozlišili všechny zjištěné módy, ale ne zbytečně hustou, aby počet měřených bodů (stupňů volnosti) neúměrně nenarůstal a aby se zbytečně neprodložovala doba měření.



Obrázek 2.1 - Příklad geometrického modelu pro modální zkoušku

Sít' bodů zakreslíme na měřenou strukturu a stejný model vytvoříme v softwaru pro modální analýzu. Příklad je uveden na obrázku 2.1. Musíme také zvolit referenční stupeň volnosti, tj. místo a směr, ve kterém je při měření s použitím rázového kladívka trvale umístěn snímač odezvy (obvykle akcelerometr) a při měření s použitím budiče je v něm připojen ke struktuře budič. Požadavky na umístění referenčního bodu jsou do jisté míry protichůdné:

1. Měl by být zvolen tak, aby v něm byla dostatečně velká odezva při všech módech, aby byl poměr odezvy a šumu co nejlepší.
2. Měl by být zvolen tak, aby připevněním akcelerometru nebo budiče byla struktura co nejméně ovlivněna.

Je zřejmé, že tyto dva požadavky jsou v rozporu, protože největší vliv na strukturu bude mít umístění akcelerometru nebo budiče v místě, kde má struktura největší odezvu. V praxi je tedy nutné volit rozumný kompromis mezi těmito dvěma požadavky. Navíc, pokud je hmotnost akcelerometru vzhledem k hmotnosti struktury zanedbatelná, ovlivnění struktury je rovněž zanedbatelné.

S prvním požadavkem souvisí i to, že si musíme dát pozor, aby referenční bod nebyl současně uzlovým bodem některého módu z těch, které nás zajímají. V tomto případě by odezva tohoto módu byla nulová a nebyli bychom schopni jej identifikovat. Jednou z možností, jak se této situaci vyhnout, je znát předem přibližně vlastní tvary, např. z výpočtového modelu. Druhou možností, pokud vlastní tvary neznáme a nedokážeme je odhadnout, je vyzkoušet před započítím celé modální zkoušky více různých umístění referenčního bodu a sledovat, zda je počet rezonancí v naměřené FRF stálý. Pokud by v některém místě některá z rezonancí zmizela, znamená to, že v tomto místě je uzlový bod příslušného vlastního tvaru a tento bod nemůže sloužit jako referenční.

2.1.3 Základní sestava měření

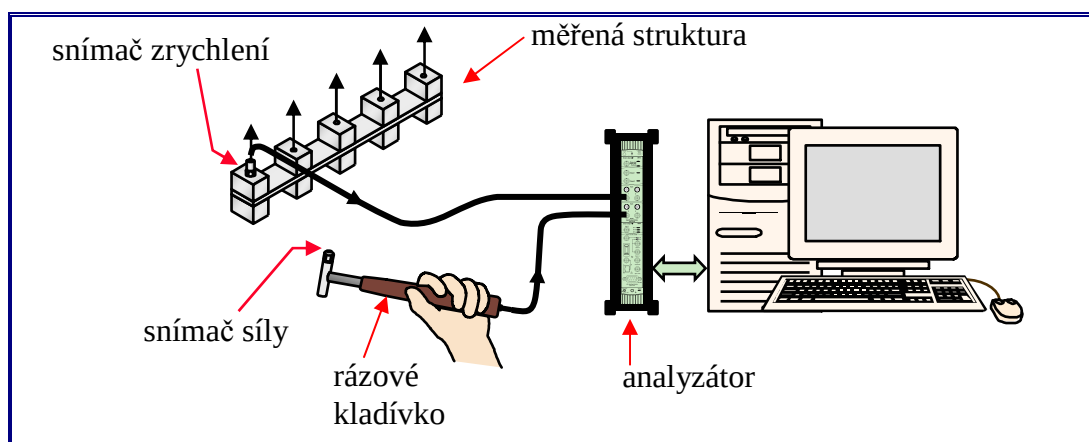
V sestavě experimentu používané pro měření FRF rozlišujeme čtyři hlavní jednotky:

- mechanismus buzení
- soustava snímačů k měření budící síly a odezvy
- analyzátor k získání požadovaných dat
- výpočetní systém ke zpracování získaných dat

Způsob buzení

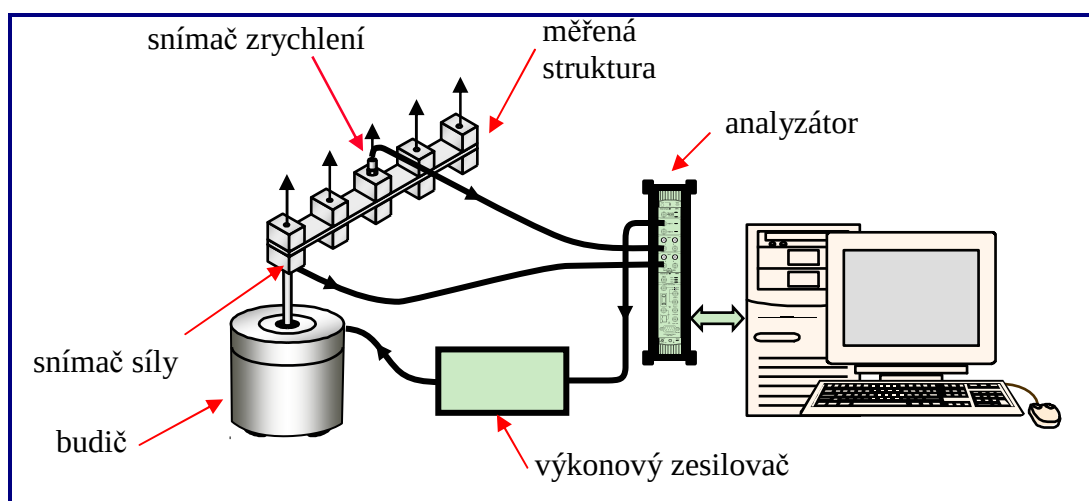
Kmitání měřené struktury při modální zkoušce řízeně vybudíme a budící sílu měříme. Způsob buzení je dán především účelem, pro který modální zkoušku provádíme, požadavky na přesnost a frekvenčním rozsahem, ve kterém zjišťujeme modální parametry. Způsoby jsou v zásadě dva a u každého z nich je ještě možné další třídění podle typu signálu:

- ♦ **impulsní buzení**
 - rázovým kladívkem
 - náhlým uvolněním z deformované pozice
- ♦ **buzení dynamickým budičem vibrací**
 - harmonickým signálem
 - náhodným signálem
 - jinými typy signálu (pro speciální účely, více v [2])



Obrázek 2.2 - Sestava měření při použití rázového kladívka

Na obrázku 2.2 je zobrazeno typické uspořádání měřicího systému při buzení rázovým kladívkem. V tomto případě je akcelerometr trvale umístěn v referenčním bodě a strukturu postupně budíme kladívkem ve všech bodech. Tím získáme jeden řádek matice frekvenčních odezвовých funkcí. Na obrázku 2.3 je typické uspořádání měřicího systému při buzení pomocí dynamického budiče vibrací. V tomto případě je snímač síly trvale umístěn v referenčním bodě a odezvu postupně (nebo najednou, podle počtu dostupných kanálů analyzátoru) snímáme ve všech bodech na struktuře. Tím získáme jeden sloupec matice FRF.



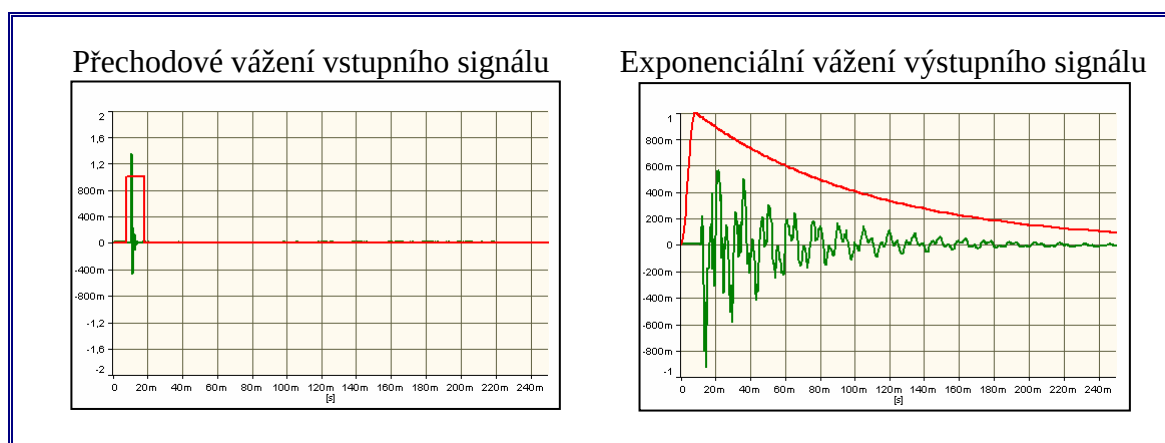
Obrázek 2.3 - Sestava měření při použití dynamického budiče vibrací

Rázové buzení pomocí kladívka

Použití rázového kladívka je nejjednodušším a nejrychlejším způsobem, jak vybudit kmitání struktury. Nevyžaduje žádné přípravné práce a proto je velmi vhodné pro použití v provozních podmínkách. Snímač síly zjišťuje velikost síly pocíťené kladívkem, o které se předpokládá, že je stejně velká a opačného směru než síla působící na strukturu. Hmotnost kladívka a tuhost hrotu, který pro úder použijeme, ovlivňuje rozsah vybuděných frekvencí. Zjednodušeně lze říci, že čím je kladívko hmotnější a použitý hrot měkčí, tím širší silový impuls vyrobí a tím je rozsah vybuděných frekvencí menší. Podle typu kladívek a hrotů se může vybuděný frekvenční rozsah pohybovat od cca 100 Hz (velké kladívko, pryžový hrot) do cca 12 kHz (miniaturní kladívko, kovový hrot).

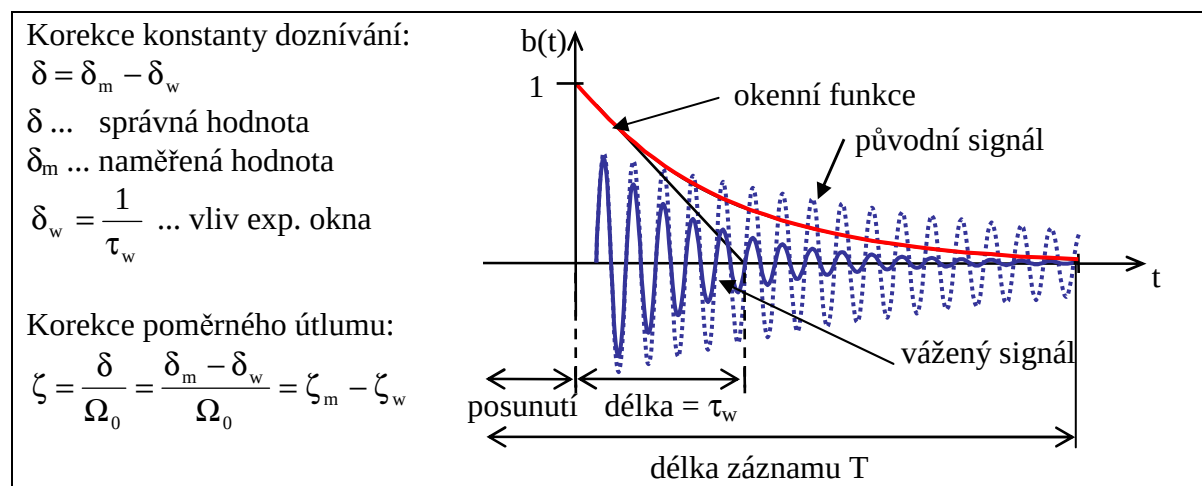
Nevýhodou při použití kladívka je to, že regulace pásma buzení je omezena a většinou není možné použít frekvenční lupu (zoom). Činitel výkmitu (crest faktor) je vysoký a v důsledku vysoké špičkové hodnoty působící síly je nebezpečí lokálního poškození struktury a vybuzení jejího nelineárního chování.

Další relativní nevýhodou je nutnost použít speciální váhové funkce na vstupní i výstupní signál. Na vstupní signál se používá přechodové okno, které slouží k potlačení šumu v době, kdy silový impuls nepůsobí, ale probíhá měření. Aby bylo správně zvoleno posunutí a délka okna, je dobré expandovat svislou osu tak, aby byla vidět úroveň šumu. U výstupního signálu často zlepší analýzu exponenciální vážení, a to tím, že zmenší chybu únikem způsobenou ořezáním signálu. Aby bylo optimálně nastaveno okno, je třeba se dívat na amplitudu váženého signálu. Délka exponenciálního okna (časová konstanta) má být vybrána tak, aby signál byl na konci záznamu zeslaben na úroveň šumu, nebo alespoň o 40 dB. Začátek okna by měl být stejný jako u okna pro vstupní signál, pokud není v systému dopravní zpoždění. Nastavení oken viz obr. 2.4.



Obrázek 2.4 - Váhová okna při rázovém buzení

Použitím exponenciálního vážení přidáváme do systému elektronické tlumení. Za těchto okolností bude tlumení systému zjištěné měřením nadsazené a chceme-li získat jeho přesnou hodnotu, musíme provést korekci na vliv exponenciálního okna (viz obr. 2.5).

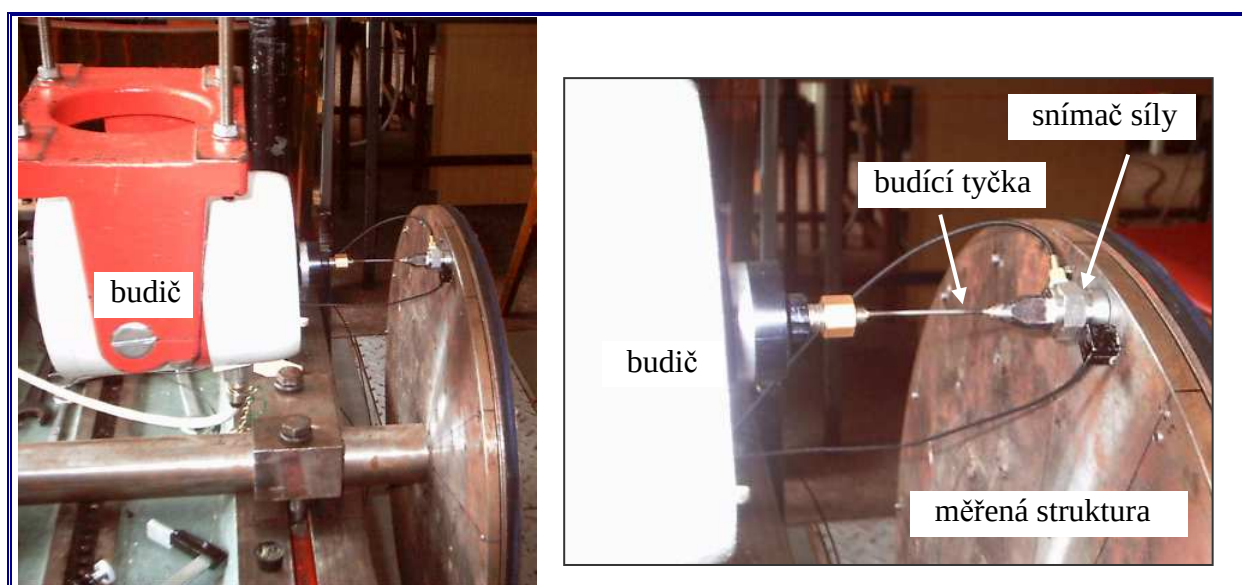


Obrázek 2.5 - Korekce vlivu exponenciálního okna na tlumení

Buzení pomocí dynamického budiče vibrací

Nejběžnějším typem budiče je elektromagnetický (neboli elektrodynamický) vibrátor, ve kterém je přiváděný vstupní signál převáděn na střídavé magnetické pole, ve kterém je umístěna cívka, která je připojena k poháněcí části zařízení a ke struktuře. Sílu působící na strukturu měříme snímačem síly, stejně jako u rázového buzení. Čím větší je budič, tím větší sílu může pro vybuzení struktury vyvinout, současně se však snižuje užitečný frekvenční rozsah.

Budič se připojuje ke struktuře pomocí budicí tyčky, která musí být tuhá ve směru buzení a ohebná v ostatních směrech, aby nedocházelo k nechtěnému přídavnému buzení struktury ve směrech, ve kterých není síla snímačem síly měřena. Tyčka však nesmí být příliš dlouhá a příliš pružná, aby nevnášela do měření vlastní rezonance. Správné připojení budiče k měřené struktuře pomocí budicí tyčky je na obrázku 2.6.



Obrázek 2.6 - Připojení budiče k měřené struktuře

Dále je třeba dbát, aby na strukturu nepůsobily reakční síly od budiče. To se zajišťuje tak, že buď budič nebo měřená struktura musí být uloženy volně, tedy obvykle na pružném závěsu.

Při realizaci buzení pomocí připojeného budiče vibrací máme široké možnosti při výběru budících signálů, což představuje výhodu oproti buzení kladívkem. Nejčastěji se používá signál náhodného šumu. Může být pásmově omezen podle toho, jaký frekvenční rozsah nás zajímá. Stejně dobře jej lze použít pro měření v základním pásmu i pro měření s frekvenční lupou. Signál není v čase záznamu periodický, je tedy nutné (na vstupní i výstupní signál) použít Hanningovo okno, abychom omezili chybu únikem. Změny amplitudy a fáze budícího signálu jsou náhodné, což znamená, že průměrováním se odstraní vliv případných nelinearit v systému a získáme ideální linearizovaný odhad FRF. Jelikož jde o náhodný signál, je samozřejmě nezbytné průměrování.

Snímače k měření budící síly a odezvy

K tomu, abychom správně naměřili frekvenční odezvosvé funkce, ze kterých následně získáme modální parametry, musíme vědět, jaké snímače můžeme použít a jak je musíme připevnit k měřené struktuře. Usilujeme o to, abychom měřenou strukturu co nejméně ovlivnili a správným uchycením snímače musíme zajistit, aby měřili skutečné chování struktury. Dále je třeba si uvědomit, že každý snímač má nějakou vlastní rezonanční frekvenci, která závisí především na velikosti snímače, a která je dále více nebo méně ovlivněna připevněním snímače k měřené struktuře. Účinné frekvenční pásmo, ve kterém můžeme snímač použít, je cca do $1/3$ hodnoty této frekvence.

K upevnění akcelerometrů je v modální analýze velmi často používán včelí vosk, protože je to nenáročný a rychlý způsob připevnění snímače a nijak podstatně použitelný frekvenční rozsah snímače nesnižuje. Naopak uchycení snímačů magnetem není příliš vhodné a spíše je použijeme u provozních měření, ale pouze do cca 1500 Hz. Pokud měříme strukturu s nerovným povrchem, je možné použít podložku s natáčecí základnou.

Snímač síly je buď součástí rázového kladívka a v tom případě jeho připevnění neřešíme, nebo při buzení budičem musíme snímač síly k měřené struktuře připevnit, což se dělá nejčastěji šroubem. Pokud nechceme nebo nemůžeme do měřené struktury vrtat závit pro šroub, je možné použít tzv. "špunt", což je váleček, který má z jedné strany hladkou plochu, kterou speciálním lepidlem přilepíme k měřené struktuře, a z druhé strany díru pro závit, do které zašroubujeme snímač (viz obr. 2.6).

Analyzátor a systém pro zpracování naměřených dat

V tomto textu se nebudeme podrobně zabývat dalšími částmi měřicího řetězce, což jsou analyzátor signálů a výpočetní systém a software pro zpracování naměřených dat, protože to jsou části měřicího řetězce, které jsou v laboratoři experimentální dynamiky už dané a studenti nemohou jejich výběr nijak ovlivnit.

K měření sil a vibračních odezev používáme typ analyzátoru, kterému se říká FFT analyzátor, protože naměřený časový signál transformuje pomocí rychlé Fourierovy transformace do frekvenčního oboru. V laboratoři máme k dispozici dvoukanálový analyzátor BK2032 a čtyřkanálový analyzátor PULSE. V praxi se můžete setkat s šestnácti i více kanálovými FFT analyzátory, přičemž způsob zpracování dat je u vícekanálových analyzátorů totožný s principem dvoukanálové analýzy. Podrobnější informace o principu dvoukanálové analýzy a o práci FFT analyzátorů obecně lze nalézt v [1] a [4].

Analyzátor komunikuje s PC, ve kterém je k dispozici speciální software pro modální analýzu, který z naměřených frekvenčních odezvosvých funkcí dokáže extrahovat modální parametry měřeného systému.

2.2 Vlastní měření



Čas ke studiu: 2 hodiny



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

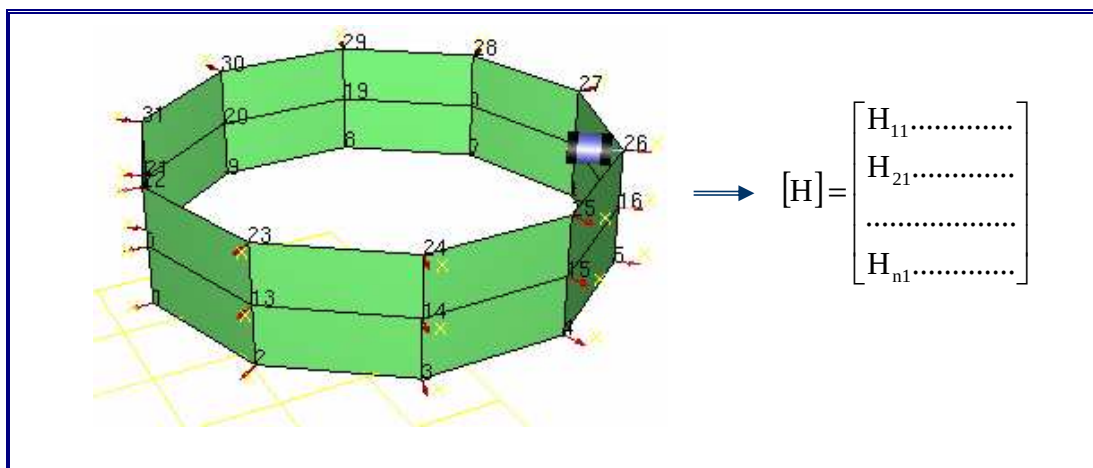
- ✚ Zadání nastavení modální zkoušky do softwaru pro modální analýzu
 - geometrický model
 - způsob buzení
 - referenční bod
 - použité snímače a jejich umístění do měřených stupňů volnosti
- ✚ Provést měření a zkontrolovat jeho správnost



Výklad

2.2.1 Software pro komunikaci s analyzátozem

Po přípravě měřené struktury a přípravě geometrického modelu začneme s vlastním měřením. Do softwaru, který komunikuje s analyzátozem, zadáme zvolený způsob buzení a měřené body. Připomeneme, že při buzení připojeným budičem vibrací je budič a snímač síly umístěn v referenčním bodě a snímač odezvy se postupně stěhuje do všech bodů struktury (viz obr. 2.7). Pokud snímaných stupňů volnosti není více, než kanálů analyzátoru, který máme k dispozici, můžeme sejmut odezvu ve všech požadovaných stupních volnosti současně. Tímto způsobem získáme jeden sloupec matice FRF.

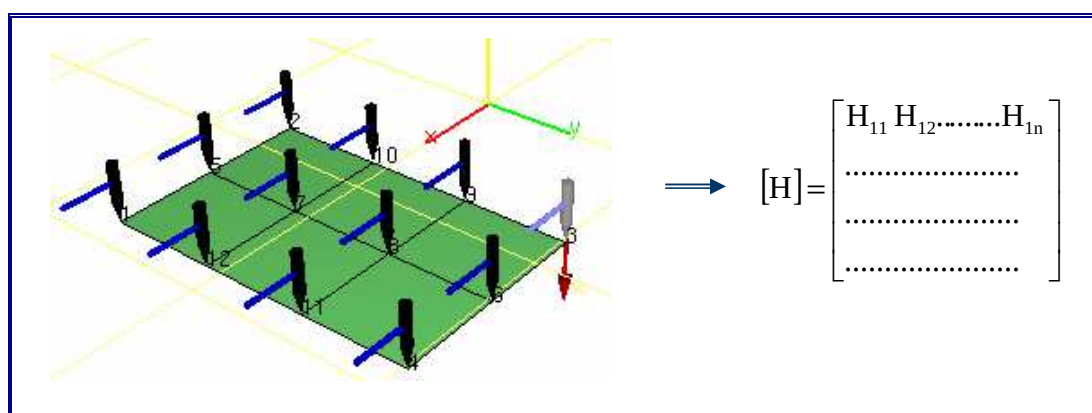


Obrázek 2.7 - Měření při buzení budičem

Při buzení kladívkem je v referenčním bodě umístěn obvykle snímač zrychlení a kladívkem postupně budíme strukturu ve všech bodech. Tím získáme jeden řádek matice FRF (viz obr. 2.8). Není to však striktním pravidlem. Pokud je měřená struktura složitější a některé

její body, ve kterých chceme měřit, jsou hůře dostupné, může být snazší do nich umístit akcelerometr než v nich provést úder. V tom případě může být i při buzení kladívkem struktura buzena ve stále stejném bodě (referenčním) a snímač odezvy se může stěhovat. Stejně tak, pokud ke snímání odezvy chceme použít trojosý snímač, nemůžeme jej použít jako referenční, protože referenční je pouze jeden stupeň volnosti. I v tomto případě bychom budili strukturu ve stále stejném bodě (referenčním) a snímač odezvy bychom přemísťovali.

Předtím, než začneme vlastní měření, je vhodné provést některé kontroly, abychom si byli jisti, že naměřená data budou správná. U buzení kladívkem je snadné provést kontrolu reciprocity. Teoreticky platí, že $H_{ij}(f) = H_{ji}(f)$. Změříme-li tedy FRF při buzení v místě **i** a odezvě v místě **j** a poté místa buzení a odezvy přehodíme, měli bychom naměřit tutéž FRF. Nejdůležitější kontrolou, kterou bychom nikdy neměli opomenout, je kontrola správnosti měření v referenčním bodě.



Obrázek 2.8 - Měření při buzení rázovým kladívkem

2.2.2 Měření v referenčním bodě

V kapitole 2.1.2 bylo rozebráno, jaké jsou požadavky na tzv. referenční bod a jakým způsobem se volí. Měření je vhodné začít právě měřením v referenčním bodě a zkontrolovat správnost tohoto měření, než budeme pokračovat v měření všech ostatních bodů na struktuře. Mějme stále na paměti, že z nekvalitních dat nemůžeme žádnými dalšími postupy získat věrohodný modální model a z tohoto pohledu se péče věnovaná počátečním kontrolám správnosti dat jeví jako výhodná investice. Správné měření v referenčním bodě vypadá tak, že (viz obr. 2.9):

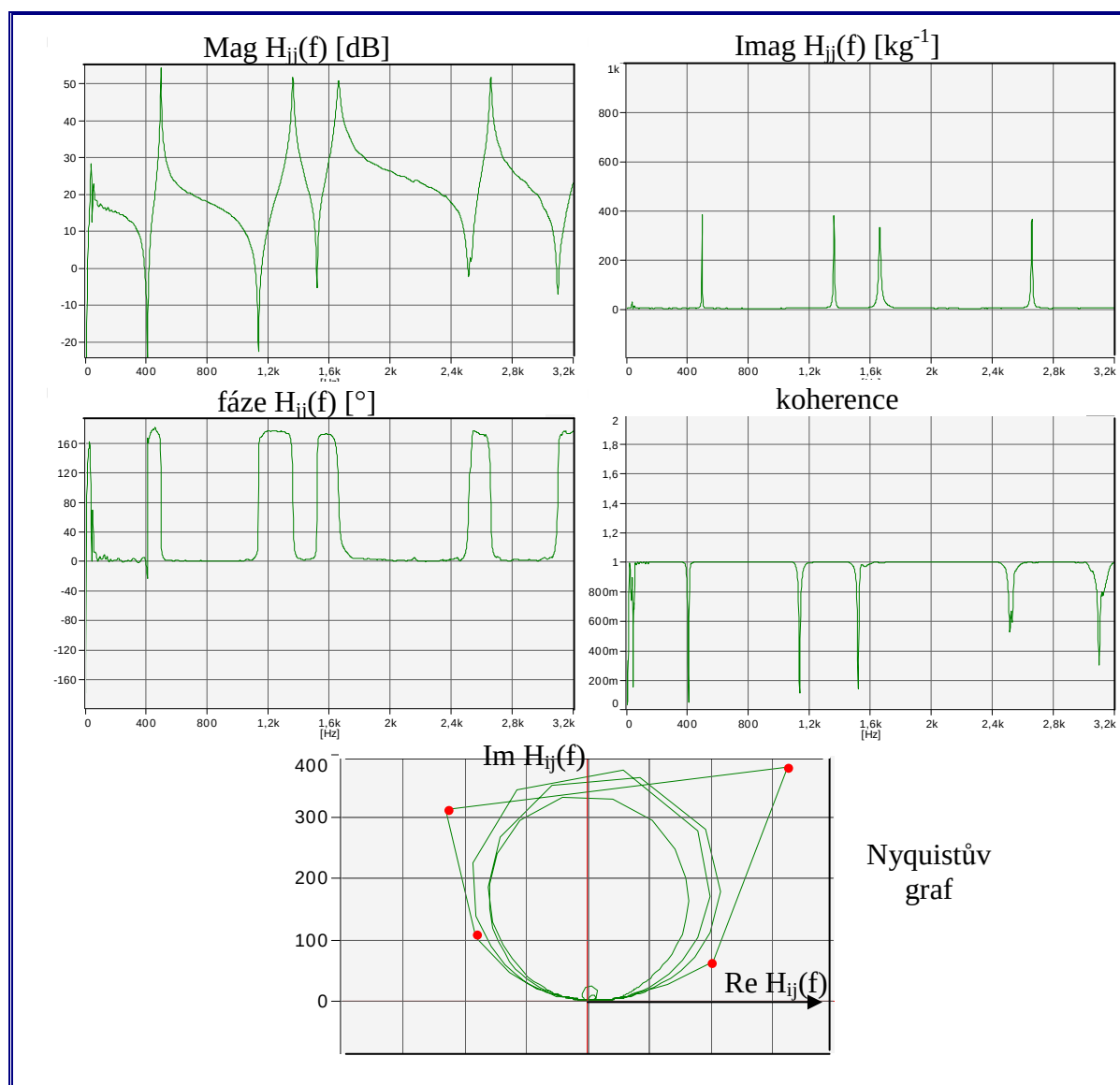
- v grafu amplitudy FRF zobrazené v dB je mezi každou rezonancí antirezonance
- v grafu fáze FRF se rozsah fáze mění pouze v rozmezí 180°
- v grafu imaginární složky inertance a receptance a v grafu reálné složky pohyblivosti mají všechny špičky stejná znaménka

2.2.3 Ostatní měření

Pro všechna měření, nejen v referenčním bodě, by pak mělo platit, že koherence se co nejvíce blíží hodnotě 1. (Koherence udává míru lineární závislosti odezvy na buzení, více viz

[1] nebo [4].) Běžně se toho ale nepodaří dosáhnout v celém měřeném frekvenčním rozsahu. I při kvalitních měřeních je obvykle v antirezonancích koherence výrazně menší než 1 (viz obr.2.9) v důsledku toho, že úroveň signálu odezvy je na těchto frekvencích srovnatelná s úrovní šumu. Naopak, i při nepříliš kvalitních měřeních bývá koherence obvykle alespoň v okolí rezonancí rovna téměř 1.

Pro všechna měření by také mělo platit, že Nyquistův graf vykreslí pro všechny rezonance zřetelné kružnicové úseky. Na obrázku 2.9 dole je vidět, že jeden z módů (jde o první mód) nevykreslil příliš zřetelnou kružnici. Jde o projev chyby únikem a s tím souvisejícího nedostatečného frekvenčního rozlišení měření.



Obrázek 2.9 - Kontrola správnosti měření v referenčním bodě

2.3 Zpracování naměřených dat



Čas ke studiu: 3 hodiny



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- ✚ Zpracovat naměřená data pomocí softwaru STAR
- ✚ Identifikovat modální parametry
- ✚ Presentovat modální model
- ✚ Ověřit správnost modálního modelu



Výklad

2.3.1 Identifikace modálních parametrů

Poté, co jsme měřením získali všechna potřebná data, tj. jeden řádek nebo jeden sloupec matice FRF a přenesli jsme tato data do počítače, nás čeká jejich zpracování. Této části modální zkoušky se říká experimentální modální analýza, protože je to fáze experimentálního přístupu, která odpovídá fázi nazývané se modální analýza i v teoretickém přístupu. V obou případech vede modální analýza k odvození modálních vlastností systému, tedy k vytvoření modálního modelu. Připomeňme si, že modální model je tvořen dvěma maticemi:

- spektrální matice (na diagonále má vlastní čísla, tj. vlastní frekvenci a tlumení)
- modální matice - její sloupce jsou vlastní vektory příslušející k jednotlivým vlastním frekvencím

Ke zpracování naměřených dat je v dnešní době k dispozici množství programových balíčků určených pro experimentální modální analýzu a nepředpokládá se, že by uživatel tuto fázi prováděl bez softwarové podpory. Každý software má k dispozici několik různých metod zpracování naměřených dat, a je na uživateli, aby byl schopen vybrat nejvhodnější metodu pro každou aplikaci. Software STAR, který máme k dispozici v laboratoři experimentální dynamiky, je uživatelsky příjemný a jednoduchý na použití, ale nenabízí příliš možností vidět "dovnitř" procesu aproximace. Z toho důvodu se v tomto textu nebudeme extrakcí modálních parametrů z naměřených frekvenčních odezvových funkcí zabývat.

2.3.2 Presentace modálního modelu

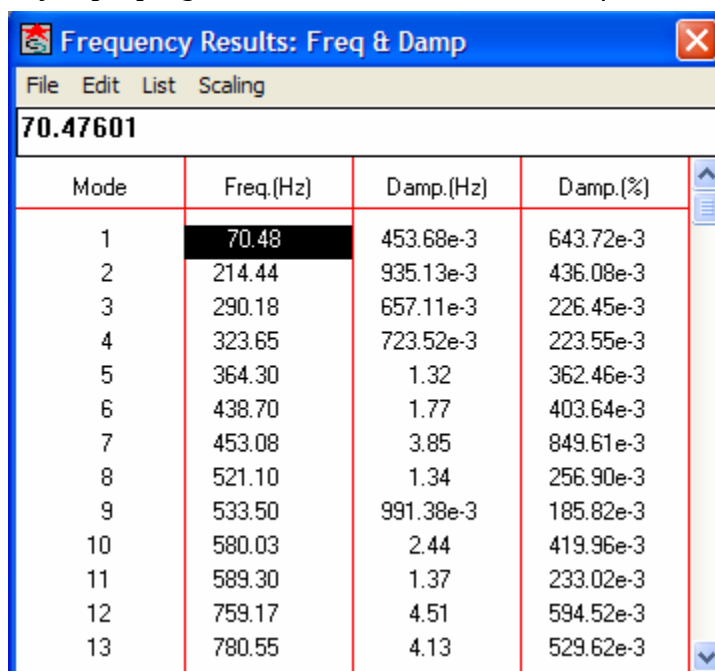
Skutečný výstup z programu pro modální analýzu může být v tabulkové formě. Ukázka výstupu z programu STAR je uvedena v tabulkách 2.1 a 2.2. V tabulce 2.1 jsou zjištěné vlastní frekvence a tlumení. Tlumení je zde udáno ve dvou formách: damp[Hz] udává polovinu šířky 3dB pásma, damp[%] je poměrný útlum násobený 100. Jiné softwarové balíky

mohou udávat tlumení v jiné formě, např. jako ztrátové faktory η . V tabulce 2.2 jsou číselně uvedeny jednotlivé vlastní tvary - ve formě poměrných výchylek a fází v jednotlivých stupních volnosti. V zobrazené tabulce jsou vidět hodnoty pro 1.mód pro prvních několik bodů. Data pocházejí z měření s trojosým akcelerometrem, takže každý bod má 3 stupně volnosti - ve směrech X,Y a Z.

Softwarové balíky většinou umožňují export a import datových souborů ve standardním formátu UFF a mnohé z nich umožňují i předávání dat mezi jinými programovými balíky, nejen pro experimentální modální analýzu, ale běžně komunikují např. s programem ANSYS apod.

Tabulkový výstup vlastních tvarů není příliš přehledný a pro posouzení vlastních tvarů se nepoužívá, je však nutný, pokud chceme číselně srovnat vlastní tvary získané experimentem a výpočtem (blíže viz kap. 2.4.2). Pro běžné posouzení a prohlížení vlastních tvarů se používá vykreslení tvaru a jeho animace. Animaci umožňují všechny softwarové balíky pro modální analýzu, ale jen některé umožňují i export animovaného tvaru v AVI formátu. Pokud potřebujeme vlastní tvar prezentovat v tištěné podobě, musíme se spokojit se statickým obrázkem, jako např. na obrázku 2.12 - zde jsou zobrazeny dvě krajní polohy 3. vlastního tvaru z tabulky 2.1. Nedeformovaná struktura je zobrazena červeně, vlastní tvar černě.

tabulka 2.1 - Výstup z programu STAR - tabulka vlastních frekvencí a tlumení



Mode	Freq.(Hz)	Damp.(Hz)	Damp.(%)
1	70.48	453.68e-3	643.72e-3
2	214.44	935.13e-3	436.08e-3
3	290.18	657.11e-3	226.45e-3
4	323.65	723.52e-3	223.55e-3
5	364.30	1.32	362.46e-3
6	438.70	1.77	403.64e-3
7	453.08	3.85	849.61e-3
8	521.10	1.34	256.90e-3
9	533.50	991.38e-3	185.82e-3
10	580.03	2.44	419.96e-3
11	589.30	1.37	233.02e-3
12	759.17	4.51	594.52e-3
13	780.55	4.13	529.62e-3

tabulka 2.2 - Výstup z programu STAR - tabulka vlastních tvarů

Frequency Results: Shapes

File Edit List Scaling

Mode

1

Freq.(Hz)

70.48

Damp.(Hz)

453.68e-3

Damp.(%)

643.72e-3

Units:

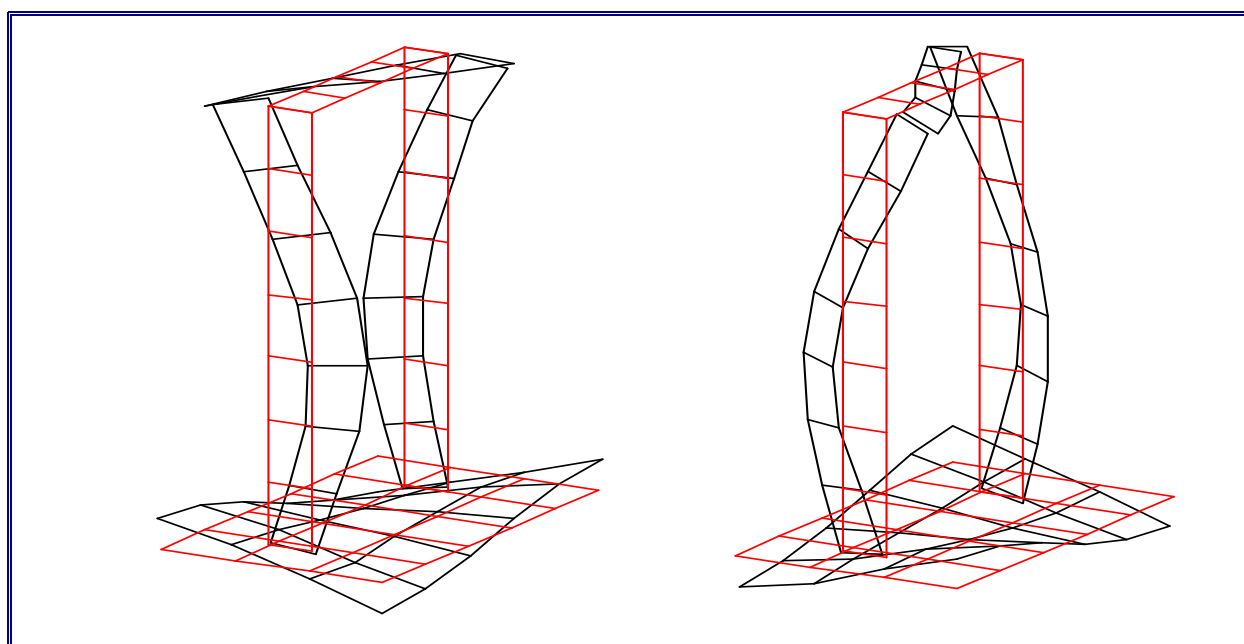
Unknown

Description:

2:70.48 Hz

1

Point	Dir.1		Dir.2		Dir.3	
	Mag.	Phase	Mag.	Phase	Mag.	Phase
1	2.12	187.63	3.45	187.64	1.88	7.27
2	2.09	187.32	3.37	7.52	1.51	187.01
3	2.15	7.04	3.42	6.93	1.31	6.80
4	2.11	6.98	3.26	186.44	1.58	187.92
5	2.15	187.36	2.43	8.04	1.38	188.00
6	2.22	187.51	903.14e-3	8.28	475.36e-3	187.97
7	2.18	187.13	624.01e-3	187.86	616.94e-3	7.97
8	2.15	187.10	2.01	187.39	1.39	7.23
9	2.18	7.29	2.16	6.25	1.39	8.58
10	2.22	6.84	1.01	6.64	526.27e-3	6.88
11	2.23	7.39	230.25e-3	179.35	642.15e-3	190.33
12	2.10	6.80	1.78	186.56	1.23	186.87
13	950.13e-3	187.35	2.35	8.09	861.78e-3	188.79
14	938.74e-3	7.28	2.08	7.02	619.62e-3	8.12
15	823.21e-3	187.63	779.29e-3	7.80	180.60e-3	187.14
16	882.33e-3	7.51	913.71e-3	8.17	163.18e-3	3.27
17	858.27e-3	188.09	525.07e-3	188.12	215.31e-3	8.43
18	933.97e-3	7.10	603.51e-3	188.34	266.58e-3	184.25
19	913.82e-3	187.22	2.20	187.53	914.45e-3	7.23
20	717.38e-3	7.42	1.68	186.05	930.07e-3	189.75



Obrázek 2.10 - Statické zobrazení vlastního tvaru

2.3.3 Kontrola modálního modelu

Tak jako jsme kontrolovali správnost měření v referenčním bodě, než jsme se pustili do všech dalších měření, bude i nyní vhodné alespoň orientačně prověřit správnost získaného modálního modelu, než se pustíme do jeho srovnání např. s výpočtovým modelem získaným pomocí metody konečných prvků

Pokud měříme strukturu, jejíž módy jsou dobře odděleny (a pokud ji navíc měříme ve volném uložení), žádné problémy s identifikací modálních parametrů asi nenastanou a získaný modální model bude správný. U složitějších struktur s vázanými módy, s velkou mírou (neproporcionálního) tlumení bude i proces získání modálních parametrů komplikovanější. Mnohdy je nutné nebo alespoň vhodné zkusit použít různé aproximační metody a vybrat tu metodu, která dává nejlepší výsledky. Jak je poznáme? Když si vizuálně prohlédneme získané vlastní tvary, musejí vykazovat "systematický" pohyb. Některé "vlastní" tvary vykazují pohyb chaotický, jsou všelijak "hrbolaté" apod. Pokud se to stane, jsou dvě možnosti: buď na dané frekvenci žádný vlastní tvar není, ale program jej vytvořil, protože jsme to po něm v zadaném frekvenčním pásmu chtěli, anebo tam vlastní tvar je, ale jeho identifikace se tak úplně nepodařila. Při rozhodování, o kterou z daných možností v konkrétním případě jde, se musíme opřít hlavně o zkušenosti, ale jsou i možnosti, jak si pomoci, např.

- Pokud už máme pro danou strukturu modální parametry získané výpočtem, víme, jak mají vlastní tvary přibližně vypadat, a všechny přebytečné můžeme z naměřeného souboru vyřadit. Vypadá to logicky, ale i zde bychom mohli udělat chybu: Pokud měříme strukturu v jiném než volném uložení, mohou být skutečné okrajové podmínky jiné než okrajové podmínky zadané do výpočtu, a i získané vlastní tvary se mohou lišit. Tuto situaci poznáme často tak, že z měření získáme pěkné hladké tvary, které ve výpočtovém modelu chybějí. V tomto případě bude chyba spíš na straně výpočtového modelu. V každém případě nám ale znalost teoretických vlastních tvarů pomůže vyřadit naměřené "hrbolaté" vlastní tvary (anebo nás donutí je identifikovat lépe).
- Můžeme prozkoumat tzv. komplexitu vlastních tvarů, tzn. do jaké míry jsou výchyly ve vlastních tvarech komplexní čísla. Obecně se dá říci, že čím je tvar méně komplexní, tím je větší pravděpodobnost, že je správný. Zvláště to platí u málo tlumených struktur měřených ve volném uložení, u kterých se komplexní tvar vůbec nemůže vyskytnout. Naopak, u hodně tlumených struktur, navíc s neproporcionálním tlumením (např. s pryžovými prvky) je výskyt vysoce komplexních tvarů běžný a nemusí znamenat chybu při identifikaci.

Komplexní vlastní tvar poznáme při animaci tak, že se jakoby "vlní". Tento vizuální efekt vzniká tak, že výchyly v jednotlivých bodech nedosahují svých maximálních hodnot současně. Důsledkem toho je, že uzlové čáry mění svou polohu. Dalším důsledkem je, že tyto tvary není možné zobrazit staticky. Pokud se o to chceme pokusit, musíme je takzvaně normalizovat, tzn. že fázím, které mají hodnotu blíží k nule, přiřadíme nulu (kladná amplituda) a fázím, které mají blíže ke 180° , přiřadíme 180° (záporná amplituda). Tímto vyhlazením získáme reálné přiblížení těchto vlastních tvarů. Když se podíváme do tabulky 2.2, vidíme, že v ní uvedený tvar je velmi slabě komplexní, protože fáze jsou vesměs velmi blízko 0° nebo 180° .

Pokud dva nebo více vlastních tvarů vypadají podobně, může být opět chyba v identifikaci. Může se to stát, když si např. nejsme jisti, kolik módů se v daném frekvenčním pásmu vyskytuje, a chceme po programu, aby jich našel více, než jich ve skutečnosti je. Program nám vždy vyhoví, ale identifikuje v tomto případě tzv. "falešné módy". Pro tento případ je dobré podívat se na tzv. MAC matici. Podrobně o ní bude pojednáno v následující kapitole, protože hlavní účel jejího použití je porovnání dvou modelů získaných různými metodami, ale lze ji použít i pro jeden model. V tomto případě bude mít MAC matice na hlavní diagonále všechny hodnoty rovny 1 a na mimodiagonálních prvcích by měla být velmi malá čísla. Pokud se tam vyskytnou čísla blízka 1, velmi pravděpodobně jde o falešné módy. Pokud si jsou velmi podobné vlastní tvary módů, které jsou frekvenčně dosti vzdálené, je to obvykle v důsledku toho, že se tyto tvary liší něčím, co nebylo měřeno. Geometrický model pro modální zkoušku bývá obvykle poměrně jednoduchý, takže se snadno může stát, že nepostihne všechny detaily pohybu, a dva vlastní tvary se pak mohou jevit stejné, i když ve skutečnosti stejné nejsou. V tomto případě nejde o chybu měření, ale pouze o důsledek nedostatečně jemného modelu.

2.4 Srovnání experimentálně získaného a výpočtového modálního modelu



Čas ke studiu: 2 hodiny



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- ✚ Srovnat vlastní frekvence tabulkově a graficky
- ✚ Srovnat vlastní tvary numericky a graficky
- ✚ Sestavit a interpretovat MAC matici



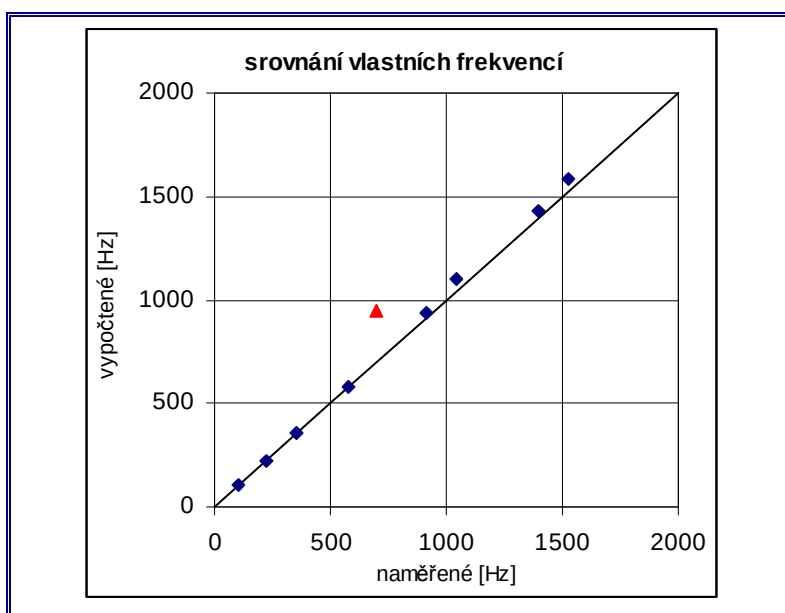
Výklad

Modální zkouška je často prováděna proto, aby bylo možné přímé srovnání mezi předpovězeným (vypočteným) dynamickým chováním struktury a tím, které je v praxi skutečně pozorováno. Někdy se tento proces nazývá verifikace (ověřování) teoretického modelu. Po zjištění rozdílů mezi modelem získaným výpočtem (zpravidla pomocí MKP) a modelem získaným experimentálně (modální zkouškou) je nutné posoudit, který z modelů bude třeba upravit, aby se dosáhlo většího souladu. Pokud jste se při měření nedopustili hrubých chyb, mohou být vámi získané vlastní tvary hrubé a nedokonalé, ale vlastní frekvence budou i tak určeny správně. Upravovat tedy většinou budete výpočtový model, a to změnou materiálových konstant, jinou volbou typů prvků, přidáním tlumení apod. Tomuto procesu se říká ladění MKP modelu.

2.4.1 Srovnání vlastních frekvencí

Nejjednodušší srovnání je srovnání naměřených vs. vypočtených vlastních frekvencí. To se často dělá jednoduchou tabelací obou množin výsledků, ale užitečnější formát je vykreslení experimentální hodnoty oproti vypočtené hodnotě pro všechny módy zahrnuté do srovnání do grafu, jak je ukázáno na obrázku 2.11. Tímto způsobem lze vidět nejen stupeň souladu mezi oběma množinami výsledků, ale taky povahu a možnou příčinu vyskytujících se odchylek. Vykreslené body by měly ležet na přímce se směrnici 1 nebo blízko ní. Jestliže leží poblíž přímky, která má jinou směrnici, pak je téměř určitě příčina nesouladu v chybných materiálových vlastnostech použitých při výpočtu. Pokud jsou body podél přímky široce rozptýleny, je v modelu, který reprezentuje strukturu, závažná chyba a je nutno provést základní přehodnocení. Zvláštní pozornost vyžaduje případ, kdy se body lehce odchylují od ideální přímky, ale systematickým a nikoli náhodným způsobem, protože tato situace naznačuje, že zde je specifický rys, který je za odchylku odpovědný, a že to nelze jednoduše přičíst na vrub experimentálním chybám.

Pokud je rozptyl malý a podél přímky se sklonem 45° náhodně rozložený, tak lze předpokládat, že hodnoty pocházejí z normálního procesu modelování a měření. Obvyklé je to, že čím vyšší (v pořadí) je vlastní frekvence, tím je rozdíl mezi vypočtenou a naměřenou hodnotou větší. Rozdíly by měly mít tu tendenci, že vypočtené frekvence jsou vyšší než naměřené, protože do výpočtu obvykle nezahrnujeme tlumení, kdežto naměřené frekvence jsou vždy tlumené, a tedy nižší.



Obrázek 2.11 - Grafické srovnání vlastních frekvencí

Pokud je většina bodů blízko ideální přímky (modré body na obrázku 2.11) a některé body jsou od této přímky hodně vzdálené (červený bod na obrázku 2.11), může to být tím, že srovnáváme různé módy. To je velmi častou chybou. Je třeba zdůraznit, že pokud získáme z měření 10 módů a v témže frekvenčním pásmu z výpočtu 10 módů, není ještě zaručeno, že je můžeme automaticky přiřadit první k prvnímu...až desátý k desátému. Může se totiž stát, že:

- Pořadí dvou frekvenčně blízkých módů je ve dvou srovnávaných modelech přehozeno.
- Z měření nám jeden mód "vypadl" (třeba proto, že jsme měli referenční bod v jeho uzlovém bodě), takže bychom měli z experimentu o jeden mód méně, ale poslední z experimentu zjištěný mód je ve výpočtovém modelu už nad zkoumaným frekvenčním pásmem, takže zase chybí ve výpočtu. Tím se počet módů vyrovná.

Kdybychom chtěli takto automaticky porovnávat zjištěné módy, tak ve všech zde uvedených metodách dojdeme k neuspokojivým závěrům. Proto je nezbytně nutné, abychom před zahájením jakéhokoliv porovnávání dvou modelů nejdříve vizuálně prošli vlastní tvary a přiřadili příslušné módy k sobě. Tím vyloučíme nebezpečí porovnávání dvou módů, které k sobě nepatří. To, že v experimentálním modelu nějaký mód chybí, je celkem běžné, takže nebezpečí plynoucí ze srovnávání dvou nesouhlasných módů je velké. Nicméně, pokud módy k sobě správně přiřadíme, nedá se chybějící mód v experimentálním modelu považovat za chybu, která by nám bránila kvalitnímu srovnání obou modelů nebo naladění výpočtového modelu. Je zcela dostatečné, když výpočtový model naladíme podle těch módů, které máme k dispozici (předpokládá se, že nebude chybět první mód, ale spíše některý z vyšších módů).

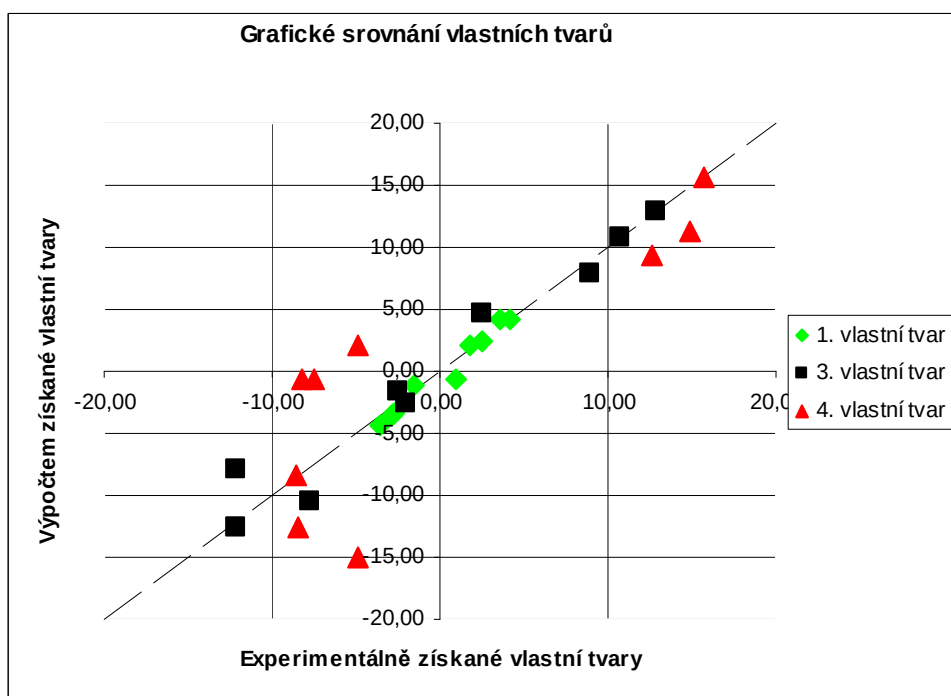
2.4.2 Srovnání vlastních tvarů

Jednou z možností, jak provést srovnání vlastních tvarů, je vykreslit deformovaný tvar pro oba modely - experimentální a teoretický - a překrýt jeden obrázek přes druhý. Nevýhodou tohoto přístupu je to, že i když jsou vidět rozdíly, je obtížné je interpretovat a často jsou takto získané obrázky velmi matoucí, protože je v nich obsaženo příliš mnoho informací.

Pohodlnější metoda je podobná té pro grafické srovnání vlastních frekvencí. Prvky vektorů vlastních tvarů se vykreslí do x-y grafu, opět naměřené vs. vypočtené, a v ideálním případě by opět měly být rozloženy poblíž přímky se směrnici 1. Pro toto srovnání je potřeba vybrat z výpočtového modelu, který má obvykle mnohem více stupňů volnosti než experimentální model, ty stupně volnosti, které se shodují s experimentálním modelem. Je také třeba mít na paměti, že vlastní vektory nejsou absolutní, ale poměrná čísla. Proto chceme-li srovnat vlastní tvary, musejí být stejným způsobem normovány.

Povaha odchylek od ideálního stavu může opět poměrně jasně indikovat příčinu nesouladu: pokud body leží blízko přímky se směrnici jinou než 1, pak jeden ze srovnávaných vlastních tvarů není normalizován podle matice hmot nebo je v datech nějaká jiná forma chyby měřítka. Pokud jsou body kolem přímky široce rozptýlené, je v jedné nebo druhé množině dat závažná nepřesnost a pokud je rozptyl nadměrný, může jít o případ, že srovnáváme prvky dvou vlastních vektorů, které nepřísluší stejnému módu.

Na obrázku 2.12 je provedeno srovnání tří vlastních tvarů, každý jinou barvou. Je vidět, že 1. a 3. vlastní tvar vykazují dobrou shodu, u 4. vlastního tvaru je shoda horší. Tento výsledek je typický, protože se vzrůstající složitostí vlastních tvarů je obtížnější dosáhnout shody.



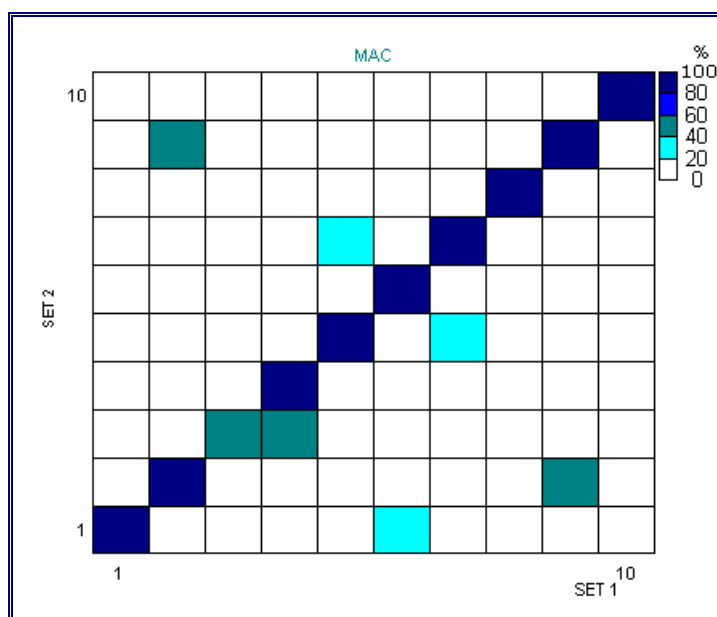
Obrázek 2.12 - Grafické srovnání vlastních tvarů

Vlastní tvary lze srovnat také numericky pomocí koeficientu korelace vlastních tvarů (Mode Shape Correlation Coefficient - MSCC). Častěji se mu říká *kritérium modální věrohodnosti* (Modal Assurance Criterion - MAC) a poskytuje míru odchylky bodů od přímky ve smyslu nejmenších čtverců. Je definováno jako:

$$\text{MAC}(A, X) = \frac{\left| \sum_{j=1}^n (\phi_X)_j (\phi_A)_j^* \right|^2}{\left(\sum_{j=1}^n (\phi_X)_j (\phi_X)_j^* \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^n (\phi_A)_j (\phi_A)_j^* \right)}$$

kde experimentální (naměřený) vlastní tvar je značen $\{\phi_X\}$ a teoreticky vypočtený (analytický) vlastní tvar $\{\phi_A\}$. Je to skalární veličina, i když jsou data vlastních tvarů komplexní. MAC nerozlišuje mezi náhodným rozptylem zodpovědným za odchylky a systematickými odchylkami. Lze je použít pro všechny druhy srovnání, nejen experiment vs. teorie, ale také pro srovnání libovolného páru odhadů vlastních tvarů.

V ideálním případě by hodnota MAC měla být 1 pro totožné vlastní tvary a 0 pro různé vlastní tvary. V praxi budou typická data méně ideální. Když vezmeme množinu m_X experimentálních módů a množinu m_A teoretických módů, můžeme vypočíst $m_X \times m_A$ matici MAC kritérií modální věrohodnosti a zobrazit je v matici (viz obr. 2.13), která by měla jasně indikovat, který experimentální mód náleží ke kterému vypočtenému módu. Je obtížné uvést přesné hodnoty, kterých by mělo MAC nabývat, aby byly zajištěny dobré výsledky. Obecně se však ukazuje, že hodnoty větší než 0,9 bychom měli získat pro k sobě patřící módy a hodnoty menší než 0,05 pro módy, které k sobě nepatří.



Obrázek 2.13 - MAC matice - grafické znázornění

Na obrázku 2.13 je příklad MAC matice, která pochází ze srovnání dvou měření - při buzení kladívkem a budičem. Šlo o strukturu, která má 3. a 4. mód velmi podobné a frekvenčně od sebe vzdálené o 0,4 Hz, jejichž identifikace byla problematická. To je vidět na MAC matici, kdy prvek (3,3) je menší než 0,8 a prvek (3,4) je větší než 0,4.

2.5 Vypracování protokolu



Čas ke studiu: 1 hodina



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

- Napsat protokol o modální zkoušce, který bude obsahovat všechny nezbytné informace.



Výklad

Předmět Experimentální modální analýza spolupracuje s předmětem Metoda konečných prvků II v tom smyslu, že výstupem z obou předmětů a podkladem k udělení zápočtu je společná zpráva (protokol), která zahrnuje jak část výpočtovou, tak část experimentální. Ve výpočtové části je zadána struktura (strojní součást) řešená pomocí MKP a je získán její modální model výpočtovou cestou. V experimentální části je popsána modální zkouška - její podmínky, průběh a výsledky (opět modální model). Následuje část, která srovnává výsledky získané těmito dvěma cestami a velký důraz je kladen na závěrečnou

diskusi, ve které se studenti zamýšlejí nad příčinami možných diskrepancí mezi jednotlivými modely a zdůvodňují je. Cílem společného protokolu je připravit studenty na reálné úkoly praxe a na základě vlastní zkušenosti je přesvědčit, že výpočtový model, který není verifikován experimentálně, nemusí být spolehlivý, i když jeho výstupy vypadají vizuálně mnohem lépe než výsledky z experimentu.

Návod a požadavky na vypracování protokolu:

- Grafická úprava by měla odpovídat projevu budoucího inženýra, jazykový projev by měl být prost gramatických chyb, věty by měly mít logickou skladbu.
- Protokolu by měl rozumět kdokoliv se zběžnou znalostí problematiky. To znamená, že v úvodu musí být jasně popsáno zadání.
- Musí být jednoznačně popsány všechny použité postupy, aby kdokoliv mohl případně zopakovat postup řešení, který zvolil autor protokolu.
- V experimentální části protokolu nesmějí chybět tyto položky:
 - o popis měřené struktury - nejlépe fotodokumentace a orientačně rozměry
 - o podmínky měření - uložení měřené struktury, způsob buzení
 - o geometrický model struktury s vyznačením referenčního bodu (místo i směr)
 - o použitá měřicí aparatura – schéma zapojení, typy přístrojů a snímačů
 - o použitý software
 - o frekvenční odezvová funkce v referenčním bodě
 - o výsledky měření: tabulka zjištěných vlastních frekvencí a tlumení
- Ve výpočtové části musí být uvedeno:
 - o materiál, rozměry (výkres)
 - o všechny parametry zadané do MKP programu.
- V části srovnávající naměřené výsledky s výpočtovými uveďte:
 - o tabulkové srovnání vlastních frekvencí
 - o grafické srovnání vlastních frekvencí (viz obr. 2.11)
 - o numerické srovnání vlastních tvarů (MAC matice)
 - o grafické srovnání vlastních tvarů (vedle sebe zobrazte vlastní tvar získaný výpočtem a experimentálně)
- Nesmí chybět závěr. Diskutujte o rozdílech v modálních parametrech získaných různými metodami, o jejich příčinách a možnostech vylepšení. Zohledněte fakt, že některé rozdíly jsou zákonité, některé očekávané, a pouze některé je možné interpretovat jako nepřesnosti měření. Mějte na paměti, že v naměřených hodnotách vlastních frekvencí téměř není možné udělat chybu a tyto hodnoty jsou obecně velmi přesné. Mohou být ale něčím ovlivněny – vysvětlení je na vás.



Úlohy k řešení

Příklad 2.1. Modální zkouška s použitím rázového buzení

Proveďte modální zkoušku jednoduché součásti s použitím rázového buzení

Pro modální zkoušku součásti zobrazené na obrázku budete potřebovat jednoosý akcelerometr, který bude umístěn v referenčním bodě, a rázové kladívko, kterým budete strukturu budit pouze ve směru kolmém k rovině kotouče. Použijte volné uložení součásti (položením na molitanovou podložku). Zvolte si vhodně referenční bod, proveďte nastavení frekvenčního pásma měření tak, abyste zjistili alespoň první tři módy, nastavte citlivosti snímačů a proveďte měření v referenčním bodě. Až se přesvědčíte, že měření je správně nastaveno, což poznáte z funkce koherence, proveďte modální zkoušku.

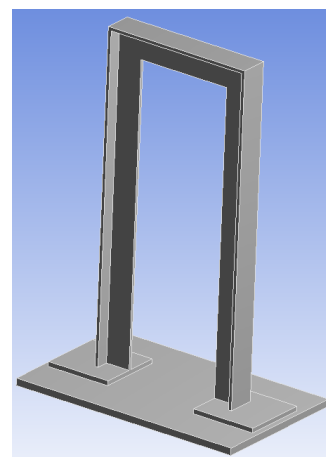


Určete modální parametry, proveďte jejich kontrolu a srovnajte získaný modální model s modelem získaným pomocí MKP. Vypracujte protokol o měření a MKP analýze a připravte si powerpointovou prezentaci, ve které vysvětlíte, jak a proč jste postupovali, k jakým výsledkům jste došli a případně jak si vysvětlujete odchylky mezi výpočtovým a experimentálním modelem. Pracujte v tříčlenných týmech.

Příklad 2.2. Modální zkouška s použitím budiče vibrací

Proveďte modální zkoušku součásti s použitím dynamického budiče vibrací

Struktura, jejíž modální zkoušku máte provést s použitím dynamického budiče vibrací, je složitější a pro věrohodnou identifikaci vlastních tvarů bude nutné měřit vibrační odezvu ve všech třech směrech. K tomu nejlépe poslouží tříosý akcelerometr, kterým postupně změříte všechny měřicí body. Dbejte na to, abyste v průběhu celého měření neměnili jeho orientaci (nebo pokud ji budete muset změnit, neopomeňte tuto informaci zadat do softwaru). Nedodržení umístění akcelerometru v souladu s tím, jak software předpokládá, má za následek chybně identifikované vlastní tvary. Zvolte si vhodně referenční bod, proveďte nastavení frekvenčního pásma měření tak, abyste zjistili alespoň prvních osm módů, nastavte citlivosti snímačů a proveďte měření v referenčním bodě. Až se přesvědčíte, že měření je správně nastaveno, což poznáte z funkce koherence, proveďte modální zkoušku.



Určete modální parametry, proveďte jejich kontrolu a srovnajte získaný modální model s modelem získaným pomocí MKP. Vypracujte protokol o měření a MKP analýze a připravte si powerpointovou prezentaci, ve které vysvětlíte, jak a proč jste postupovali, k jakým

výsledkům jste došli a případně jak si vysvětlujete odchylky mezi výpočtovým a experimentálním modelem. Pracujte v tříčlenných týmech.

Příklad 2.3. Modální zkouška s použitím ručního budiče vibrací

Proveďte modální zkoušku součásti s použitím ručního budiče vibrací

Malý ruční budič vibrací se používá stejně jako rázové kladívko - postupně se budí všechny měřící body a odezva se snímá akcelerometrem v referenčním bodě. Toto buzení je vhodné použít u struktur, které jsou lehké a z důvodu jejich tvaru by byly úder kladívkem obtížné, jako je např. zde uvedený ráfek z jízdního kola. Vzhledem k očekávaným vlastním tvarům proveďte buzení postupně v radiálním i axiálním směru. Při modální zkoušce a jejím následném zpracování postupujte stejně jako u příkladů 2.1 a 2.2.



Shrnutí pojmů

modální zkouška

uložení - volné, vetknuté, in situ

geometrický model struktury

měřicí řetězec

mechanismus buzení - rázové kladívko, dynamický budič vibrací

snímače - snímač síly, akcelerometr

analýzátor - dvoukanálový, vícekanálový

váhové (okenní) funkce

referenční bod

modální model - modální matice, spektrální matice

verifikace a ladění teoretického modelu

MAC matice

**Otázky**

1. Popište stručně princip modální zkoušky.
2. Jaké způsoby uložení měřené struktury pro modální zkoušku používáme? Jaké jsou výhody a nevýhody každého z nich?
3. Jaké zásady uplatníte pro návrh geometrického modelu měřené struktury, aby byl co nejjednodušší a přitom abyste mohli spolehlivě identifikovat vlastní tvary?
4. Jaké jsou zásady pro volbu referenčního bodu?
5. Jakými způsoby a prostředky je možné vybudit kmitání měřené struktury? Který způsob je nejjednodušší a u který se používá při měření s frekvenční lupou?
6. Jaké typy snímačů při modální zkoušce používáme?
7. Kolik kanálů musí mít minimálně FFT analyzátor, aby byl použitelný pro provádění modálních zkoušek?
8. Jak provedete kontrolní měření před zahájením vlastní modální zkoušky? Jak poznáte, že vaše měření je správné?
9. Co je výstupem programu pro experimentální modální analýzu?
10. Jak zobrazíte výstupy z programu pro experimentální modální analýzu?
11. Jak poznáte případné falešné módy ve vámi identifikovaných modálních parametrech?
12. K čemu můžete použít MAC matici?
13. Z kterého modelu (výpočtový vs. experimentální) pravděpodobně získáte přesnější vlastní tvary?
14. Z kterého modelu (výpočtový vs. experimentální) pravděpodobně získáte přesnější vlastní frekvence?
15. Proč by měly být vlastní frekvence získané experimentálně nižší než ty získané výpočtem?
16. Jaké údaje musí obsahovat úplný protokol o modální zkoušce?



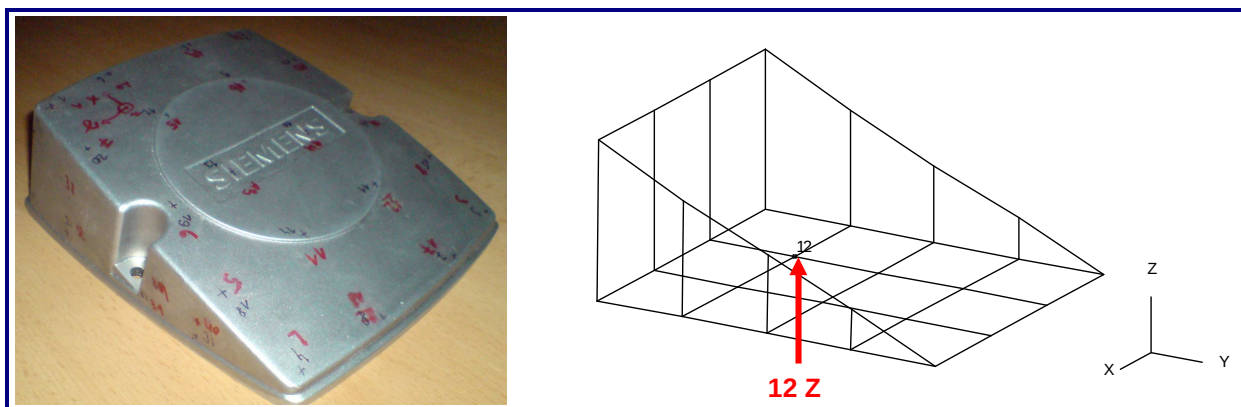
Další zdroje

Při tvorbě tohoto textu byla použita následující literatura, ve které student nalezne podrobnější vysvětlení předkládané problematiky:

- [1] BILOŠOVÁ, A. *Experimentální modální analýza, provozní tvary kmitu*. Bohumín: DTI, 2007
- [2] EWINS, David J.. *Modal Testing - Theory, Practice and Application*, England: Research Studies Press Ltd., 2000
- [3] ZAVERI, K.. *Modal Analysis of Large Structures - Multiple Exciter Systems*, Denmark: Brüel&Kjær, 1985
- [4] RANDALL, R.B.. *Frequency Analysis*, Denmark: Brüel&Kjær, 1987
- [5] firemní materiály firmy Brüel&Kjær

Protokol o modální zkoušce hliníkového víčka

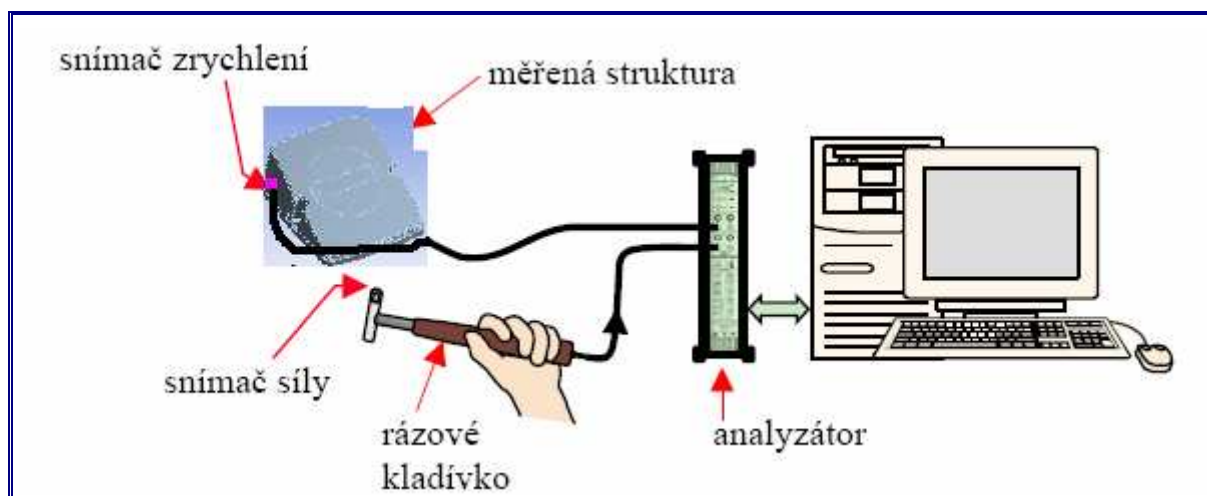
Byla provedena modální zkouška hliníkového víčka o rozměrech cca 200×150×70 mm (viz obr. 1). Víčko bylo při měření položeno na měkké molitanové podložce, čímž bylo realizováno volné uložení. K měření frekvenčních odezvových funkcí bylo použito přístrojové vybavení fy Brüel & Kjær (viz seznam přístrojů a obr. 2). Kmitání měřené struktury bylo vybuzeáno úderem rázového kladívka v referenčním bodě, odezva byla snímána tříosým akcelerometrem postupně ve všech měřicích bodech. Nedeformovaný model měřené struktury s vyznačením referenčního bodu je na obr. 1 vpravo. Měření bylo provedeno ve frekvenčním pásmu 0 až 3200 Hz. Frekvenční odezvová funkce naměřená v referenčním bodě je uvedena na obr. 3.



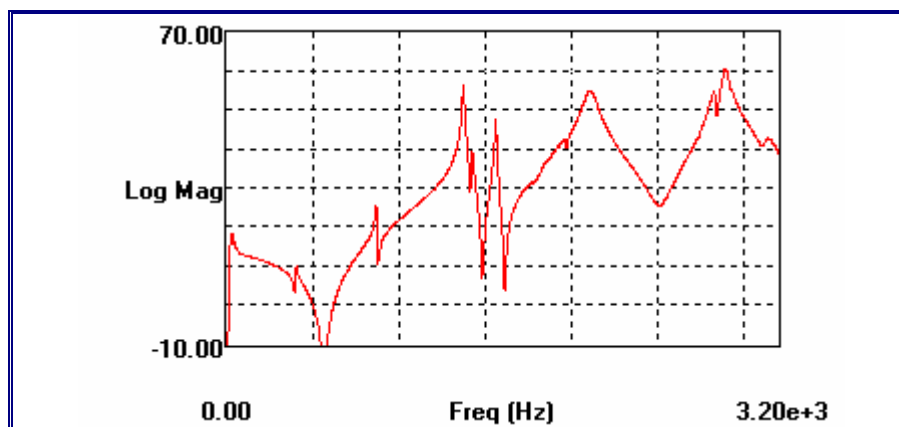
obr. 1 - Měřená struktura a její geometrický model s vyznačením referenčního bodu

Použité přístrojové a softwarové vybavení:

akcelerometr tříosý	BK 4524, výr.č. 32004
rázové kladívko	BK 8202, výr.č. 1577949
nábojový předzesilovač	BK 2647A, výr.č. 2421049
analýzátor čtyřkanálový	PULSE, výr.č. 2348764
software pro měření	PULSE LabShop
software pro modální analýzu	STAR Struct.



obr. 2 - Schéma měření



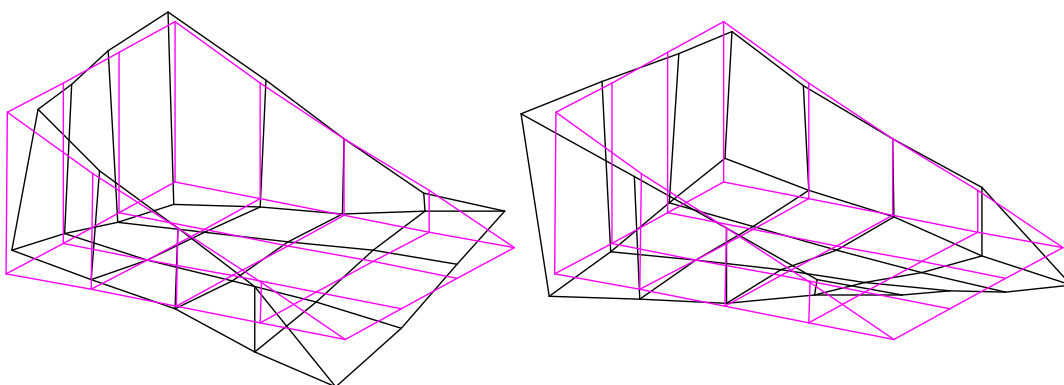
obr. 3 - Frekvenční odezвовá funkce naměřená v referenčním bodě

Naměřená data byla zpracována programem STAR Struct. V měřeném frekvenčním pásmu bylo identifikováno 10 módů. Jejich frekvence a tlumení jsou uvedeny v tabulce 1. Vlastní tvary příslušející prvním čtyřem módům jsou uvedeny na obr. 4. Vedle sebe jsou vždy uvedeny krajní polohy každého vlastního tvaru. Fialovou barvou je vykreslena nedeformovaná struktura, černě vlastní tvar.

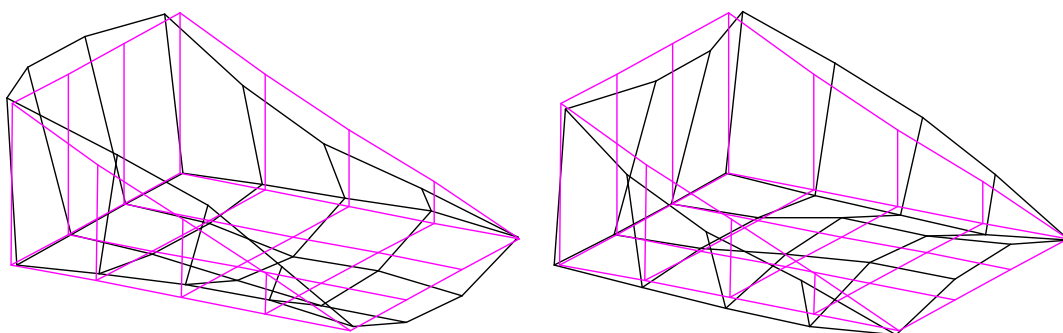
Tab. 1 - Zjištěné vlastní frekvence a modální tlumení

mód	f [Hz]	ζ [-]
1	397	$8.4 \cdot 10^{-3}$
2	865	$3.2 \cdot 10^{-3}$
3	1368	$3.7 \cdot 10^{-3}$
4	1415	$2.4 \cdot 10^{-3}$
5	1555	$2.7 \cdot 10^{-3}$
6	1958	$4.0 \cdot 10^{-3}$
7	2102	$16.8 \cdot 10^{-3}$
8	2823	$3.8 \cdot 10^{-3}$
9	2885	$6.9 \cdot 10^{-3}$
10	3118	$7.9 \cdot 10^{-3}$

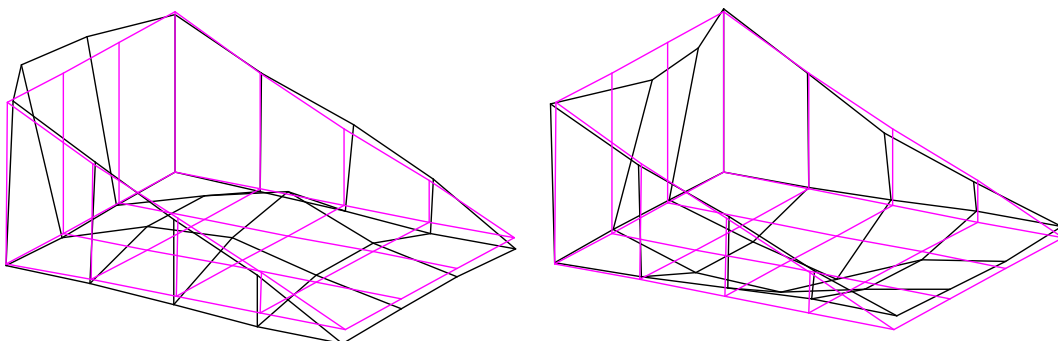
1. mód - 397 Hz



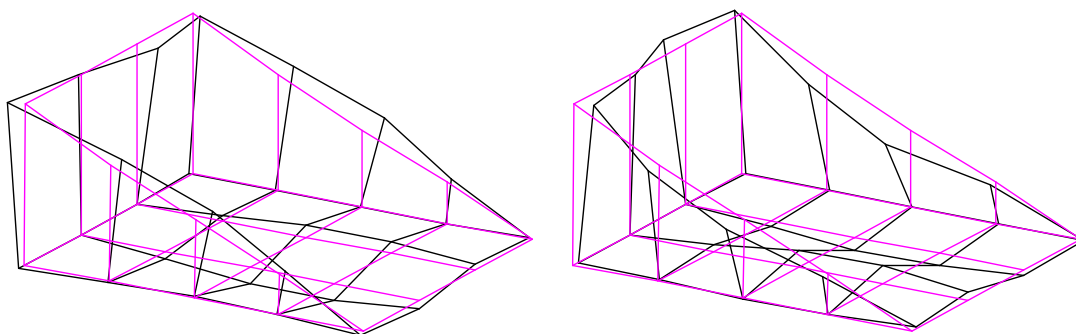
2. mód - 865 Hz



3. mód - 1368 Hz



4. mód - 1415 Hz



obr. 4 - První čtyři vlastní tvary