



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní



TÝMOVÁ CVIČENÍ PŘEDMĚTU APLIKOVANÁ MECHANIKA

Návody k zpracování týmových projektů

Ing. Milada Hlaváčková, Ph.D.

Ostrava 2011



Tyto studijní materiály vznikly za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu OP VK CZ.1.07/2.3.00/09.0147 „Vzdělávání lidských zdrojů pro rozvoj týmů ve vývoji a výzkumu“.

Název: Týmová cvičení předmětu Aplikovaná mechanika
Autor: Ing. Milada Hlaváčková, Ph.D.
Vydání: první, 2011
Počet stran: 38
Náklad:
Studijní materiály pro konstrukční obory navazujícího studia Fakulty strojní
Jazyková korektura: nebyla provedena.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tyto studijní materiály vznikly za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost.



Název: Vzdělávání lidských zdrojů pro rozvoj týmů ve vývoji a výzkumu
Číslo: CZ.1.07/2.3.00/09.0147
Realizace: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

© Ing. Milada Hlaváčková, Ph.D.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-2760-5

POKYNY KE STUDIU

Týmová cvičení předmětu Aplikovaná mechanika

Pro předmět **Aplikovaná mechanika 337-05512/01** jste obdrželi:

- Zadání programů do předmětu Aplikovaná mechanika.
- Vzorové zpracování jednoho zadání včetně prezentace, která po zpracování programu následuje.

Prerekvizity

Předmět **Aplikovaná mechanika** navazuje na předmět **Dynamika I 337-03313/01**, který mají všichni studenti Fakulty strojní jako předmět povinný ve 3. semestru bakalářského studia.

Cíl učební opory

Cílem učební opory je dát studentům podklady k programům z předmětu Aplikovaná mechanika. Opora obsahuje vzorové zpracování programu a vzorové zpracování prezentace. Prezentace programu je nedílnou součástí hodnocení. Studenti se mají naučit prezentovat a obhájit výsledky své práce. Po prezentaci bude diskuze.

Pro koho je předmět určen:

Předmět **Aplikovaná mechanika 337-05512/01** je určen studentům 1. ročníku navazujícího studia ve specializacích:

- Hydraulické a pneumatické stroje a zařízení
- Zemní těžební a stavební stroje
- Výrobní stroje a zařízení
- Dopravní stroje a manipulace s materiálem
- Konstrukce strojních dílů a skupin
- Technická diagnostika, opravy a udržování
- Zemní, těžební a stavební stroje.

V rámci studia předmětu **Aplikovaná mechanika** dojde k rozšíření poznatků v oblasti dynamiky pevných látek. Na úvod jsou lekce opakovací (opakování základních typů pohybů - pohyb bodu po přímce po křivce, pohyb rovnoměrný, rovnoměrně zrychlený, nerovnoměrný, kinematika a dynamika posuvného a rotačního pohybu tělesa, kinematika a dynamika mechanismů s konstantním převodem).

Po části úvodní – opakovací, následují přednášky a studium následujících kapitol:

- Obecný rovinný pohyb tělesa – kinematická geometrie, všeobecné poznatky, pólová konstrukce, valení bez prokluzu.
- Obecný rovinný pohyb tělesa – dynamika. Teorie současných pohybů, Coriolisovo zrychlení, Résalovo úhlové zrychlení

- Šroubový pohyb tělesa, kinematika a dynamika
- Sférický pohyb – kinematické vztahy
- Sférický pohyb – dynamika, obecný prostorový pohyb
- Mechanismy a jejich klasifikace.
- Mechanismy s konstantním a proměnným převodem – rekapitulace
- Kinematika a dynamika mechanismů s proměnným převodem
- Vlastní a vynucené kmitání hmotného bodu s jedním stupněm volnosti
- Kmitání při rotačním pohybu
- Kmitání mechanismů
- Kmitání s více stupni volnosti.

Rozsah předmětu je 2+2 (2 hodiny přednášek týdně a 2 hodiny cvičení). Podmínky absolvování předmětu jsou následující:

Zápočet – maximální počet bodů 35:

- Účast ve cvičeních (maximální povolená neúčast 3 cvičení)
- Napsání 3 písemných testů (každý test maximálně 8 bodů)
- Zpracování programu a jeho prezentace (max 8 bodů).
- Aktivita – max. 3 body

Minimální počet bodů pro získání zápočtu je 20 bodů.

Zkouška sestává z části písemné a ústní.

Písemná část zkoušky:

- 4 příklady (každý příklad hodnocen 10 body). Minimální počet bodů pro absolvování části písemné je 20 bodů.

Ústní část zkoušky

- maximálně 25 bodů.

Studenti Fakulty strojní mají dobré teoretické znalosti. Dosud se však nerozvíjela jejich zkušenost s prací v týmu. Z tohoto důvodu bylo rozhodnuto, že program – projekt, z předmětu Aplikovaná mechanika bude zadáván jako týmová práce s tím, že výsledkem bude nejen vyřešený technický problém, ale program – projekt, bude prezentován před ostatními studenty a pedagogy. Po vlastní prezentaci bude následovat diskuze, kde autoři budou svá řešení obhajovat. Přínosem tohoto řešení by měla být zkušenost studentů s prací v týmu a dále zkušenost s obhajením svého řešení před kolektivem. V případě, že program – projekt, bude zpracován v anglickém jazyce, bude mít i vyšší bodové hodnocení.

Při řešení každého programu doporučujeme následující postup:



Čas ke zpracování programu-projektu : 8 hodin

Zadaný program-projekt, by měl být společným výsledkem práce kolektivu studentů.



Cíl: Po zpracování a obhájení programu-projektu budete umět

- + Popsat problém
- + Rozdělit jednotlivé úkoly na členy tvůrčího týmu
- + Definovat jednotlivé kroky řešení
- + Vyřešit zadání programu-projektu
- + Zpracovat prezentaci vyřešeného programu-projektu
- + Obhájit svůj projekt před kolektivem

OBSAH**ÚVOD**

1.	PROGRAM – ZVEDACÍ PLOŠINA.....	6
	<u>1.1</u> Zadání.....	6
	<u>1.2</u> Rozbor úlohy a početní řešení	8
	1.2.1 Rychlost plošiny po zvednutí do tří poloh daných úhlem ϕ.....	8
	1.2.2 Graf závislosti úhlového zrychlení a rychlosti plošiny na úhlu ϕ.....	9
	1.2.3 Výpočet sil S_d a S_h - síly ve vzpěrách zvedacího mechanismu.....	10
	1.2.4 Kontrola polohy tělesa na plošině při zvedání.....	12
	<u>1.3</u> Presentace - vzor.....	15
2.	PROGRAM A	24
3.	PROGRAM B	26
4.	PROGRAM C	28
5.	PROGRAM D	30
6.	PROGRAM E.....	32
7.	PROGRAM F.....	33
8.	PROGRAM H.....	35

1 PROGRAM - ZVEDACÍ PLOŠINA

Cílem zadání je řešení silových a kinematických poměrů zvedací plošiny v provedení „paralelogram“.



1.1 Zadání

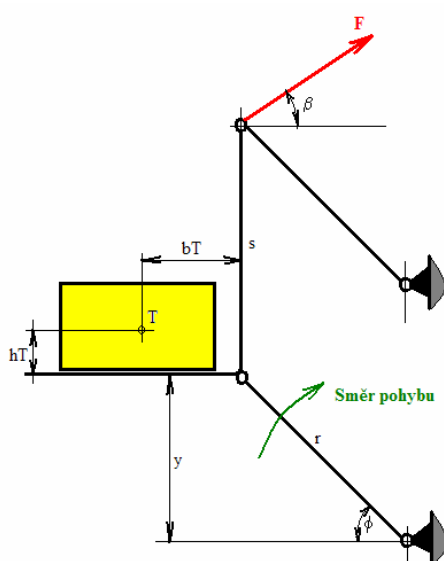
Zvedací plošina s břemenem o celkové hmotnosti m_t je součástí čtyřkloubového mechanismu v provedení "paralelogram" a koná posuvný kruhový pohyb. Ramena paralelogramu mají délku r , rozteč kloubů paralelogramu je s . Poloha těžiště plošiny (včetně nákladu) je dána jeho vzdáleností od kloubů b_T a h_T . Plošina je zvedána z počáteční klidové polohy (ramena paralelogramu jsou vodorovná, $y = 0$ m, počáteční rychlost je nulová) konstantní silou F , která je od vodorovného směru odkloněna o úhel β

Okamžitá poloha plošiny je dána její výškou y .

Určete:

- 1) rychlost plošiny alespoň ve dvou dalších polohách v rozmezí $0 - y - h$
- 2) Graf závislosti úhlového zrychlení a rychlosti na změně úhlu ϕ
- 3) Síly S_d a S_h v poloze dané $y = h$ a maximální hodnoty S_{dmax} a S_{hmax}
- 4) Zpracujte prezentaci projektu

$$\begin{aligned} m_t &:= 800 \cdot \text{kg} & r &:= 1.8 \cdot \text{m} & s &:= 0.9 \cdot \text{m} \\ h_T &:= 0.5 \cdot \text{m} & b_T &:= 0.4 \cdot \text{m} & Q &:= m_t \cdot g \\ F &:= 12500 \cdot \text{N} & \beta &:= 25 \cdot \text{deg} \end{aligned}$$



Obrázek 1.1 – Schéma zvedací plošiny



Čas ke studiu: 8 hodin



Cíl: Po prostudování tohoto odstavce budete umět

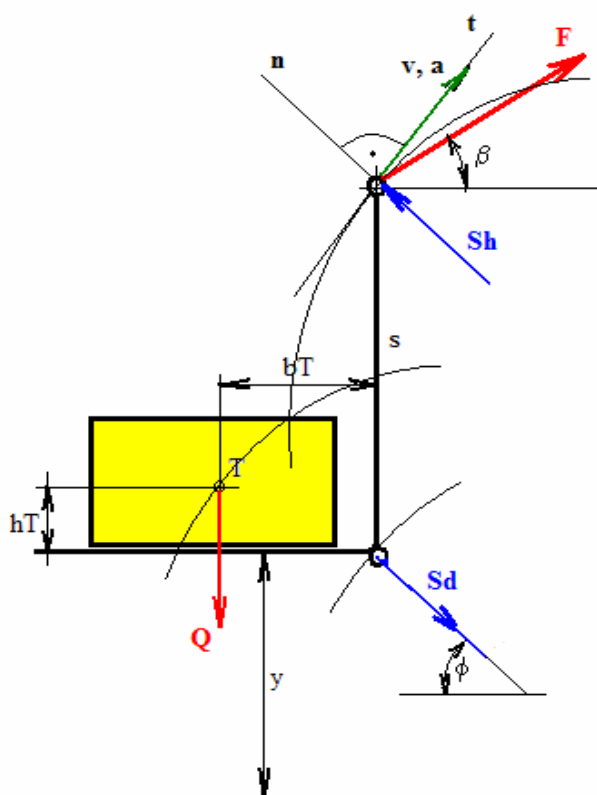
- + Uvolnit soustavu těles – zvedací plošina
- + Sestavit pohybové rovnice
- + Rozdělit jednotlivé úkoly na členy pracovního týmu
- + Vyřešit pohybové rovnice
- + Vyřešit dílčí úlohy
- + Zpracovat prezentaci
- + Obhájit řešení před kolektivem



Výklad – postup řešení

Mechanismus je konstruován v provedení paralelogram. Břemeno uložené na plošině koná pohyb posuvný po kružnici. (Pohyb posuvný je definován tak, že spojnice libovolných dvou bodů na tělesa zůstává ve stejné poloze, což je v tomto případě splněno).

Trajektorie jednotlivých bodů jsou kružnice o stejném poloměru r .



Obrázek 1.2 – Uvolnění zvedací plošiny



1.2 Rozbor úlohy a početní řešení

Pro vlastní pohyb tělesa se budou psát 2 pohybové rovnice a to ve směru tečny a ve směru normály. Ve směru normály se nemění vzdálenost těžiště od osy rotace, nemůže tedy existovat ani rychlost tělesa ve směru osy y.

Pohybová rovnice pro směr tečny

$$m_t \cdot a_T = F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi) \quad [1]$$

Pohybová rovnice ve směru normály:

$$m_t \cdot a_n = S_h - S_d - F \cdot \cos(\beta + \phi) - Q \cdot \sin(\phi) \quad [2]$$



1.2.1 Rychlost plošiny po zvednutí do tří poloh daných úhlem ϕ

Vlastní výpočet vychází z řešení pohybové rovnice ve směru tečny T

$$m_t \cdot a_T = F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)$$

$$a_T = v \cdot \frac{dv}{dS} = v \cdot \frac{dv}{r \cdot d\phi} = \frac{F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)}{m_t}, \quad \text{kde} \quad [3]$$

r je poloměr trajektorie kteréhokoliv bodu tělesa nebo plošiny

Sdráha kteréhokoliv bodu tělesa nebo plošiny

Gcelková tíha tělesa a plošiny

m_thmotnost tělesa a plošiny

Po separaci proměnných se řeší rovnice:

$$\int_{v_0}^v v \, dv = \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)}{m_t} \cdot r \, d\phi$$

$v_0 = 0 \cdot \frac{m}{s}$ počáteční rychlost plošiny

$\phi_0 = 0$ počáteční poloha plošiny

ϕobecný úhel sklonu vzpěr

$$\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \frac{r}{m_t} \cdot [G \cdot (\sin(\phi_0) - \sin(\phi)) + F \cdot (\cos(\beta + \phi_0) - \cos(\beta + \phi))]$$

Výsledný vztah pro výpočet rychlosti plošiny:

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{r}{mt} \cdot [F \cdot (\cos(\beta) - \cos(\beta + \phi)) - G \cdot \sin(\phi)]} \quad [4]$$

Z této rovnice vyplývá, že rychlost zvedání plošiny není konstantní, ale mění se v závislosti na úhlu ϕ .

Po dosazení 3 různých hodnot úhlu ϕ byly získány následující výsledky:

Tab. 1.1 – Rychlost zvedací plošiny v závislosti na úhlu ϕ

Rychlost zvedací plošiny	
Úhel ϕ	Rychlost zvedací plošiny [m/s]
30°	1.032 m/s
41°	2.301 m/s
70°	4.765 m/s



1.2.2 Graf závislosti úhlového zrychlení a rychlosti plošiny na úhlu ϕ

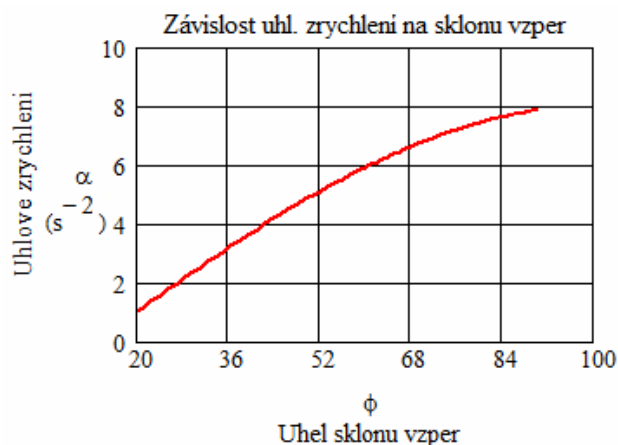
Nejen rychlost, ale i zrychlení zvedací plošiny se mění v závislosti na úhlu ϕ , viz. rovnice [3] a [4].

Úhlové zrychlení plošiny se pak vypočte

$$\alpha = \frac{aT}{r} \quad [5]$$

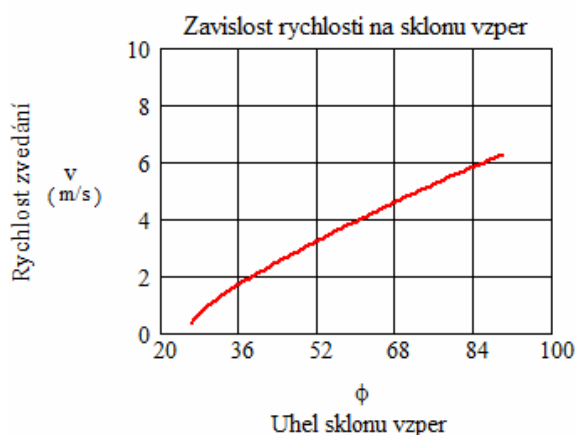
$$\alpha = \frac{F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)}{mt \cdot r} \quad [6]$$

Výpočet zrychlení byl prováděn pro hodnotu úhlu ϕ v mezích od 20° do 90°.



Obrázek 1.3 – Závislost hodnoty úhlového zrychlení na úhlu ϕ

Výpočet rychlosti byl prováděn pro hodnotu úhlu ϕ v mezích od 20° do 90° .



Obrázek 1.4 – Závislost hodnoty rychlosti zvedání plošiny na úhlu ϕ



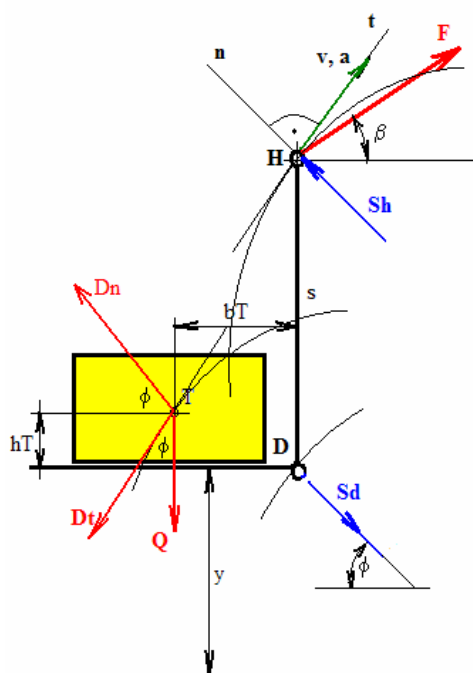
1.2.3 Výpočet sil S_d a S_h - síly ve vzpěrách zvedacího mechanismu

Výpočet sil ve vzpěrách bude proveden pro polohu plošiny danou výškou $y = h$ (viz. obrázek č.1.1). Dále bude určena maximální hodnota sil ve vzpěrách.

Pro výpočet sil v jednotlivých vzpěrách je nutno opět uvolnit těleso se zavedením D'Alembertových sil jak ve směru normály pohybu D_n , tak ve směru tečny D_t . Jak síla D_n (síla odstředivá), tak síla D_t budou se budou v průběhu pohybu měnit a jejich velikost bude funkcí úhlu ϕ .

$$\text{D'Alembertova síla tečná} \quad D_t = m \cdot a_T \quad [7]$$

$$\text{D'Alembertova síla normálová} \quad D_n = m \cdot \frac{v^2}{r} \quad [8]$$



Obrázek 1.5 – Uvolnění plošiny a zavedení D'Alembertových sil.

Výpočet sil ve vzpěrách se po zavedení D'Alembertových sil řeší sestavením rovnovážných rovnic. Těleso v rovině má 3 stupně volnosti, budou se sestavovat 3 rovnovážné rovnice. Pro výpočet sil ve vzpěrách stačí rovnice 2 a to rovnice rovnovážné momentové k bodu D a k bodu H (viz. obr.1.5)

Rovnice rovnovážná momentová k bodu D

$$\sum_i M_{iD} = 0$$

$$S_h \cdot s \cdot \cos(\phi) - F \cdot \cos(\beta) \cdot s + Q \cdot b_T - D_n \cdot \sin(\phi) \cdot b_T + D_n \cdot \cos(\phi) \cdot h_T + D_t \cdot \cos(\phi) \cdot b_T \dots = 0$$

$$+ D_t \cdot \sin(\phi) \cdot h_T$$

[9]

Z této rovnice se stanoví síla **Sh** v horní vzpěře

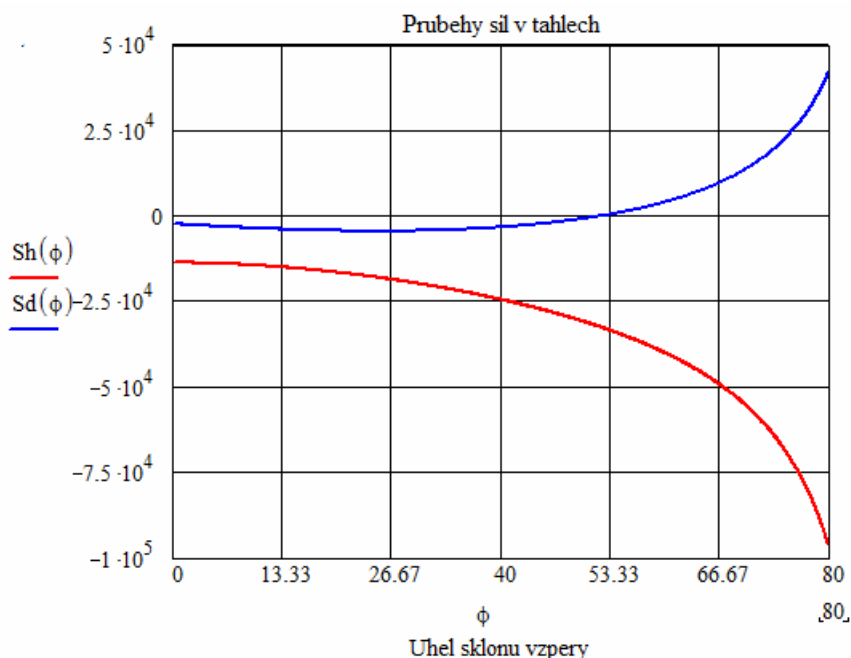
$$S_h = \frac{F \cdot \cos(\beta) \cdot s + Q \cdot b_T - D_n \cdot \sin(\phi) \cdot b_T + D_n \cdot \cos(\phi) \cdot h_T + D_t \cdot \cos(\phi) \cdot b_T \dots + D_t \cdot \sin(\phi) \cdot h_T}{-s \cdot \cos(\phi)}$$

[10]

Rovnice rovnovážná momentová k bodu H

$$\sum_i M_{iH} = 0$$

Z výše uvedených rovnic vyplývá, že síly v jednotlivých vzpěrách se budou měnit opět v závislosti na úhlu ϕ .



Obrázek 1.6 – Síly v horní a dolní vzpěře zvedací plošiny

Pro výšku plošiny $h = 1.2 \text{ m}$ je úhel sklonu vzpěry $\phi = 41.81^\circ$

$$\phi := \arcsin\left(\frac{h}{r}\right) \quad [11]$$

Pro daný úhel ϕ jsou síly v jednotlivých vzpěrách následující:

Sd = - 2962 N Síla v horní vzpěře

Sh = - 25560 N Síla ve spodní vzpěře

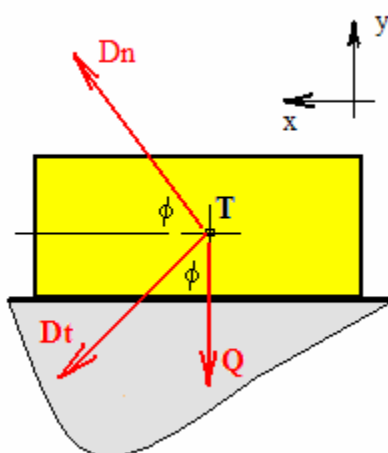
Znaménko (-) znamená, že síla má ve skutečnosti opačnou orientaci než se předpokládalo při uvolnění (viz. obr. 1.5).

Horní vzpěra je namáhána na tah, dolní na vzpěr.



1.2.4 Kontrola polohy tělesa na plošině při zvedání

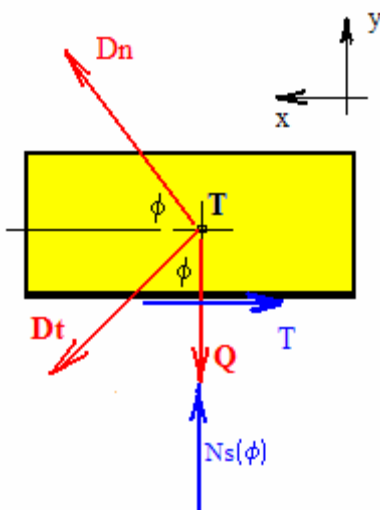
Těleso je zvedáno pohybem posuvným. Jde však o pohyb nerovnoměrný a na těleso působí jak síla odstředivá, tak síla setrvačná. V důsledku těchto sil by mohl dojít k posunu tělesa po plošině ve směru osy x . Tím by mohlo dojít k pádu tělesa z plošiny a následnému zranění osob či poškození dopravovaného tělesa.



Obrázek 1.7 – Síly působící v těžišti tělesa při zvedání plošiny

Na zvedané těleso působí síla odstředivá (D_n – působí ve směru normály), D'Alembertova síla D_t – působí ve směru tečny, a vlastní tíha tělesa.

Uvolnění tělesa je uvedeno na obr. 1.7



Obrázek 1.8 – Uvolnění tělesa

Po uvolnění tělesa je možno sestavit dvě rovnovážné rovnice .

$$m \cdot a_y = D_n(\phi) \cdot \sin(\phi) + N_s(\phi) - D_t(\phi) \cdot \cos(\phi) - Q \quad [11]$$

Vzhledem k tomu, že pro souřadný systém zavedený dle obr. 1.8 nemůže těleso při zvedání měnit svou souřadnici ve směru osy y (leží na plošině), musí být rychlost i zrychlení ve směru osy y rovno nule. Pak lze z rovnice [11] přímo určit sílu normálovou $N_s(\phi)$.

$$N_s(\phi) := -D_n(\phi) \cdot \sin(\phi) + D_t(\phi) \cdot \cos(\phi) + Q \quad [12]$$

Pohybová rovnice ve směru osy x.

$$m_t \cdot a_x = D_n(\phi) \cdot \cos(\phi) + D_t(\phi) \cdot \sin(\phi) - N_s(\phi) \cdot f \quad [13]$$

Z této rovnice lze vypočítat zrychlení ve směru osy x:

$$a_x := \frac{-(-D_n(\phi) \cdot \cos(\phi) - D_t(\phi) \cdot \sin(\phi) + N_s(\phi) \cdot f)}{m_t} \quad [14]$$

Pokud vyjde hodnota zrychlení a_x kladná, znamená to, že dojde k posunu tělesa po plošině.

Pro polohu plošiny ve výšce $h = 1.2$ m je hodnota zrychlení $a_x = 2.93 \text{ m/s}^2$. Došlo by k posunu tělesa po plošině. Posunu se zabránilo uchycení tělesa na plošině, nebo konstrukční úpravou plošiny.



1.3 Prezentace

Zpracovaný projekt bude prezentován autory před skupinou studentů. K prezentaci by měla proběhnout diskuse. Dotazy k předvedené prezentaci klade vyučující i studenti.

Prezentace musí obsahovat:

- Stručné zadání programu
- Schéma zadání
- Seznam úkolů, které budou řešeny
- Nástin řešení problému. Pozn.: minimální množství textu, heslovitý popis řešeného problému, základní rovnice, schéma.
- Vlastní řešení – obsahuje základní rovnice, výsledky v přehledných tabulkách, grafy řešení.
- Závěr – shrnutí výsledků, komentář. Opět zde nemá být velké množství textu, jen heslovitě vlastní myšlenky, závěry, doporučení.
- Poděkování s jmenným seznamem autorů a event. kontakty na autory.



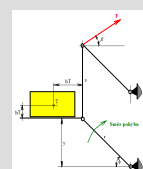
VŠB-Technická univerzita Ostrava
Fakulta strojní

Aplikovaná mechanika Řešení zvedací plošiny



[http:// www.fs.vsb.cz](http://www.fs.vsb.cz)

Zadání



Zvedací plošina s břemenem o celkové hmotnosti m_T je součástí čtyřkloubového mechanismu v provedení "paralelogram" a koná posuvný kruhový pohyb. Ramena paralelogramu mají délku r , rozteč kloubů paralelogramu je s . Poloha těžiště plošiny (včetně nákladu) je dána jeho vzdáleností od kloubů b_T a h_T . Plošina je zvedána z počáteční klidové polohy (ramena paralelogramu jsou vodorovná, $y = 0$ m, počáteční rychlost je nulová) konstantní silou F , která je od vodorovného směru odkloněna o úhel b .

Okamžitá poloha plošiny je dána její výškou y .

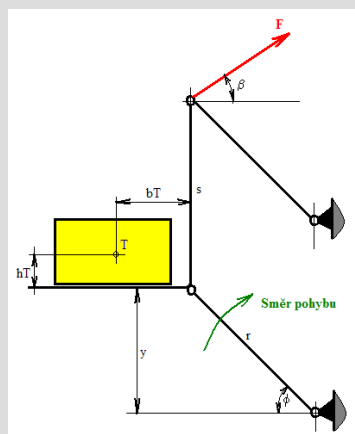
Číselné zadání:

$$\begin{aligned}
 m_T &:= 800 \cdot \text{kg} & r &:= 1.8 \cdot \text{m} & s &:= 0.9 \cdot \text{m} & F &:= 12500 \cdot \text{N} \\
 h_T &:= 0.5 \cdot \text{m} & b_T &:= 0.4 \cdot \text{m} & Q &:= m_T \cdot g \\
 h &:= 1.2 \cdot \text{m} & \beta &:= 25 \cdot \text{deg} & f &:= 0.3
 \end{aligned}$$

Při užití zvedacího zařízení v provedení paralelogram koná zvedací plošina a těleso uložené na zvedací plošině **pohyb posuvný**.

(Trajektorie jednotlivých bodů jsou však kružnice o poloměru, kde r je poloměr vzpěry).

To znamená, že všechny body tělesa nebo nosné části plošiny mají v jednom okamžiku stejnou rychlost a zrychlení.

**Uvolnění**

Po uvolnění je účinek vzpěr nahrazen silami Sh a Sd .

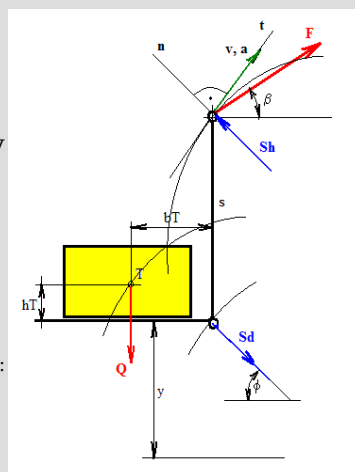
Pro uvolněné těleso jsou pak sestaveny pohybové rovnice ve směru normály a tečny.

Pohybová rovnice ve směru normály:

$$m_T \cdot a_n = Sh - Sd - F \cdot \cos(\beta + \phi) - Q \cdot \sin(\phi)$$

Vlastní výpočet vychází z řešení pohybové rovnice ve směru tečny t :

$$m_T \cdot a_T = F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)$$



Výpočet rychlosti bodu tělesa pro různé úhly

ϕ

$$a_T = v \cdot \frac{dv}{ds} = v \cdot \frac{dv}{r \cdot d\phi} = \frac{F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)}{mt}$$

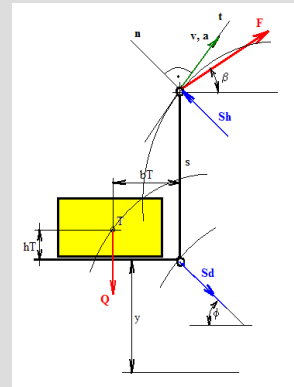
$$v \cdot \frac{dv}{r \cdot d\phi} = \frac{F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)}{mt}$$

$$\int_{v_0}^v v \, dv = \int_{\phi_0}^{\phi} \frac{F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cdot \cos(\phi)}{mt} \cdot r \, d\phi$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = \frac{r}{mt} [G \cdot (\sin(\phi_0) - \sin(\phi)) + F \cdot (\cos(\beta + \phi_0) - \cos(\beta + \phi))]$$

$$v_0 = 0 \frac{m}{s} \quad \text{Počáteční rychlost paralelogramu}$$

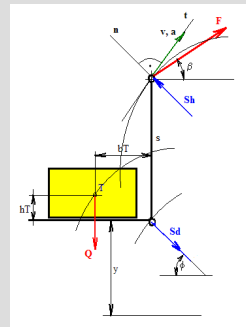
$$\phi_0 = 0 \quad \text{Počáteční poloha paralelogramu je dáno úhlem } \phi_0.$$



Po integraci, úpravě a dosazení mezí je vztah pro výpočet rychlosti následující:

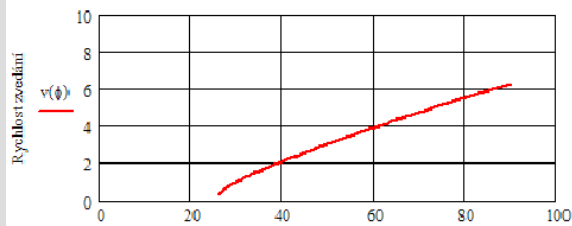
$$v(\phi) = \sqrt{\frac{2r}{mt} [G \cdot (\sin(\phi_0) - \sin(\phi)) + F \cdot (\cos(\beta + \phi_0) - \cos(\beta + \phi))] + \frac{v_0^2}{2}}$$

**Výpočet rychlostí ve 3 polohách daných
Různými hodnotami úhlu ϕ .**
Počáteční podmínky: $\phi_0 = 0$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$

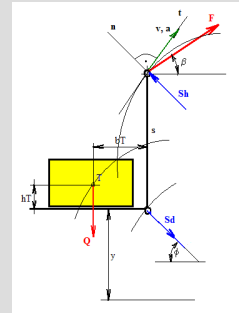
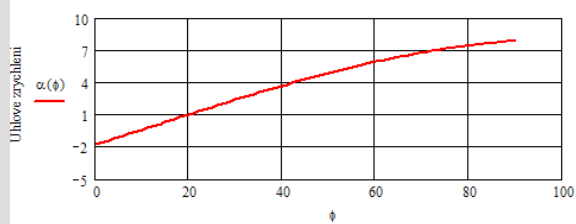


$\phi_1 = 41.81^\circ$	$v\phi_1 := \sqrt{2 \cdot \frac{r}{mt} [F \cdot (\cos(\beta) - \cos(\beta + \phi_1)) - G \cdot \sin(\phi_1)]}$	$v\phi_1 = 2.301 \text{ m sec}^{-1}$
$\phi_2 := 30^\circ$	$v\phi_2 := \sqrt{2 \cdot \frac{r}{mt} [F \cdot (\cos(\beta) - \cos(\beta + \phi_2)) - G \cdot \sin(\phi_2)]}$	$v\phi_2 = 1.032 \text{ m sec}^{-1}$
$\phi_3 := 70^\circ$	$v\phi_3 := \sqrt{2 \cdot \frac{r}{mt} [F \cdot (\cos(\beta) - \cos(\beta + \phi_3)) - G \cdot \sin(\phi_3)]}$	$v\phi_3 = 4.765 \text{ m sec}^{-1}$

Závislost rychlosti na úhlu sklonu vzpěr



Závislost úhlového zrychlení na úhlu sklonu vzpěr

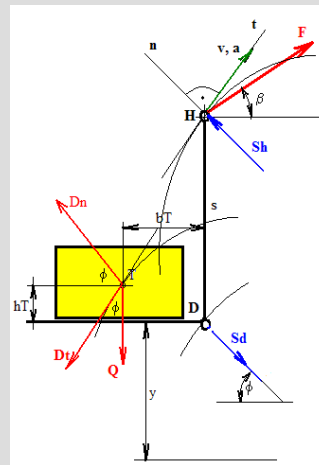


Pro výpočet sil ve vzpěrách je nutno do těžiště zavést D'Alembertovy síly a to jak ve směru tečny, $Dt(\phi)$ tak ve směru normály $Dn(\phi)$. Velikost D'Alembertových sil se mění v závislosti na úhlu ϕ .

$$aT(\phi) := \frac{F \cdot \sin(\beta + \phi) - G \cos(\phi)}{mt}$$

$$Dt(\phi) := mt \cdot aT(\phi)$$

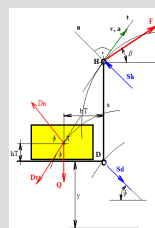
$$Dn(\phi) := mt \cdot \frac{v(\phi)^2}{r}$$



Pro výpočet sil ve vzpěrách je nutno sestavit dvě např. rovnovážné momentové rovnice a to k bodům uchycení nosné plošiny ke vzpěrám (body D a H).

Síly ve vzpěrách Sh (horní vzpěra) i Sd (dolní vzpěra) nebudou konstantní, ale budou se měnit v závislosti na úhlu

☐ Dolní bod D

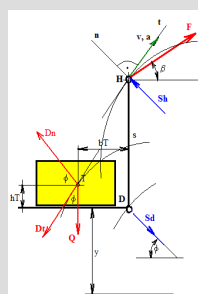


$$\sum_i M_{iD} = 0$$

$$Sh \cdot s \cdot \cos(\phi) - F \cdot \cos(\beta) \cdot s + Q \cdot bT - Dn(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot bT + Dn(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot hT + Dt(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot bT + Dt(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot hT = 0$$

$$Sd(\phi) = \frac{Dt(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot bT - Dt(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot (s - hT) - Dn(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot (s - hT) + Q \cdot bT - Dn(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot bT}{-s \cdot \cos(\phi)}$$

Horní bod H

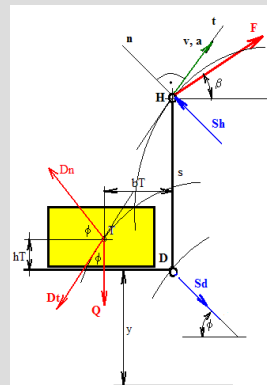
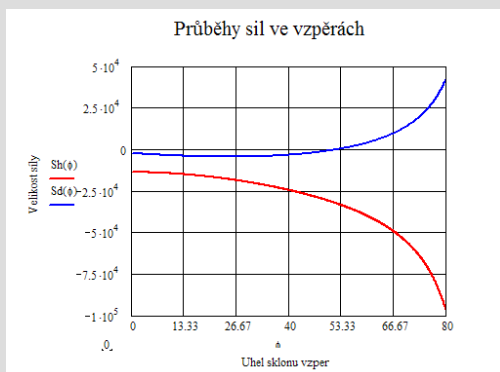


$$\sum_i M_{iH} = 0$$

$$Sd(\phi) \cdot s \cdot \cos(\phi) + Dt(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot bT - Dt(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot (s - hT) - Dn(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot (s - hT) + Q \cdot bT - Dn(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot bT = 0$$

$$Sd(\phi) = \frac{Dt(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot bT - Dt(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot (s - hT) - Dn(\phi) \cdot \cos(\phi) \cdot (s - hT) + Q \cdot bT - Dn(\phi) \cdot \sin(\phi) \cdot bT}{-s \cdot \cos(\phi)}$$

Průběhy sil ve vzpěrách v závislosti na velikosti úhlu ϕ



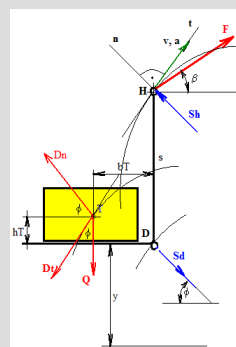
Pro zadaný úhel ϕ (určen výškou h) jsou vypočtené hodnoty ve vzpěrách následující:

$$\sin(\phi) = h/r$$

$$\Phi = 41^\circ$$

$$S_d = -2962 \text{ N}$$

$$S_h = -25560 \text{ N}$$



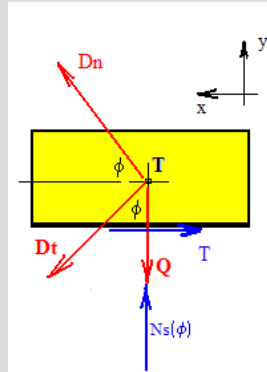
Pro zvolený úhel mají síly ve vzpěrách opačnou orientaci, než byl zvolený předpoklad.

Horní vzpěra je namáhána na tah

Dolní vzpěra je namáhána na vzpěr

Kontrola polohy tělesa na plošině při zvedání

1. krok – Uvolnění tělesa při zvedání



D_n – Odstředivá síla

D_t – D'Alembertova síla ve směru tečny

Q – Tíha tělesa

$N_s(\phi)$ – Normálová síla

2. krok – Sestavení rovnovážných rovnic

Rovnovážná rovnice ve směru osy x
Ve směru možného pohybu tělesa

$$m \cdot a_x = D_n(\phi) \cdot \cos(\phi) + D_t(\phi) \cdot \sin(\phi) - N_s(\phi) \cdot f$$

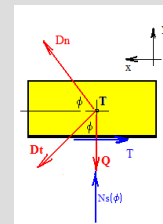
Rovnovážná rovnice ve směru osy y

$$m \cdot a_y = D_n(\phi) \cdot \sin(\phi) + N - D_t(\phi) \cdot \cos(\phi) - Q$$

Těleso leží na zvedací plošině. Y-ová souřadnice se nemění

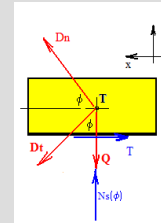


$$a_y = 0$$



3. krok – Výpočet zrychlení a_x

$$a_x := \frac{-(-D_n(\phi) \cdot \cos(\phi) - D_t(\phi) \cdot \sin(\phi) + N_s(\phi) \cdot f)}{m \cdot t}$$



Pozn.: Výpočet proveden pro výšku plošiny $h = 1.2 \text{ m}$

$$a_x = 2.93 \text{ m/s}^2$$

**Závěr: Při zvedání by došlo k posunu tělesa po zvedací plošině
Doporučení: Uchycení tělesa. Konstrukční úprava plošiny**



Děkuji za pozornost

Kolektiv autorů

sk@vsb.cz

2 PROGRAM A - ŘEŠENÍ DYNAMIKY OBECNÉHO ROVINNÉHO POHYBU



2.1 Zadání

Těleso tvaru činky je tvořeno dvěma shodnými disky o průměru D , spojenými tyčí o průměru d . Disky i tyč jsou souosé, rotačně symetrické s těžištěm na ose rotační symetrie. Hmotnost činky je m_t , moment setrvačnosti k ose rotační symetrie je I_0 . Činka se valí po nakloněné rovině, skloněné o úhel β , směrem dolů. (Nedochází k prokluzu). Na tyči činky je navinuto lano, které činku spojuje s brzdným kotoučem. Brzda je provedena tak, že brzdný moment M_b je konstantní. Průměr brzdného kotouče je d_k a moment setrvačnosti brzdného kotouče je I_B . Na obvodu činky o průměru d je bod B , který je v počáteční poloze v poloze B_0 .

Pozn. Počáteční rychlost pohybu $v_0 = 1.5 \text{ m/s}$

Určete:

1. Rychlost v_S středu S činky, zrychlení a_S a dráhu x_S středu S za čas t_1 od okamžiku zahájení pohybu
2. Rychlost v_B , celkové zrychlení a_B a polohu bodu B v okamžiku, kdy se délka spojovacího lana mezi činkou a brzdným kotoučem prodlouží o délku L .
3. Určete nejnižší možný součinitel tření $f_{\min}$ mezi činkou a nakloněnou rovinou, při kterém ještě nedojde k prokluzu
4. Vykreslete průběh rychlosti v_B bodu B v průběhu časového úseku t_1

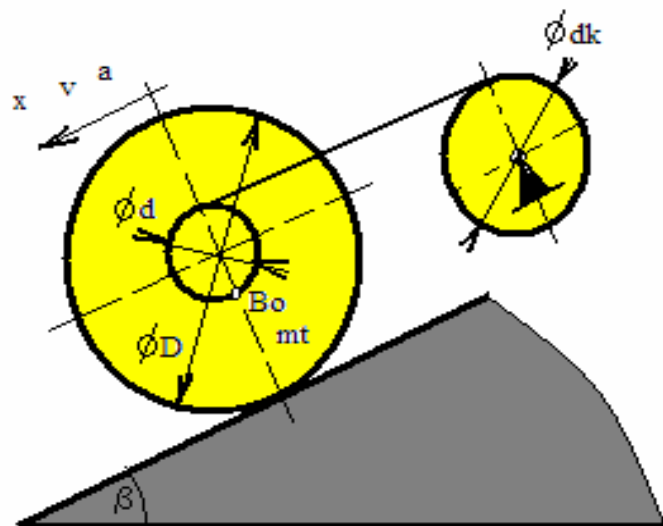


2.2 Číselné hodnoty zadání

$D := 350 \cdot \text{mm}$	$d := 80 \cdot \text{mm}$	$d_k := 125 \cdot \text{mm}$
$m_t := 6.5 \cdot \text{kg}$	$I_0 := 0.35 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$I_B := 0.15 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
$L := 3 \cdot \text{m}$	$\beta := 20 \cdot \text{deg}$	$v_0 := 1.5 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$M_b := 1 \cdot \text{N} \cdot \text{m}$	$t_1 := 10 \cdot \text{s}$	



2.3 Schéma zadání



3 PROGRAM B - OBECNÝ ROVINNÝ POHYB – ÚLOHA KINETOSTATICKÁ A DYNAMICKÁ



3.1 Zadání

Trámec o hmotnosti mt a délce L je zvedán svislým hydraulickým válcem. Současně se smýká přes roh podložky. Vzdálenost rohu od osy válce je b , přesah pravého konce trámce od kloubového uchycení k pístu válce je e . Okamžitá poloha trámce je dána úhlem ϕ , který trámec svírá s vodorovnou podložkou, resp. výškou y kloubu pístu na podložkou. Počáteční poloha trámce je vodorovná ($y = 0$, $\phi = 0$).

Úloha kinetostatická

Píst válce se vysouvá rovnoměrně zrychleným pohybem s konstantním zrychlením a .

Stanovte:

- čas t_1 , kdy se levý konec trámce dostane na roh podložky
- rychlost v_1 levého konce trámce v daném okamžiku
- celkové zrychlení levého rohu trámce a_{c1} v daném okamžiku
- vykreslete časovou závislost úhlu $\phi(t)$ a rychlosti $v(t)$ levého konce trámce v intervalu od $t = 0$ s do času t_1 .

Úloha dynamická

Tlak ve válci je regulován na konstantní hodnotu p .

Stanovte:

- rychlost levého konce trámu v_1 v okamžiku, kde se dostane na roh podložky.

Pozn. Moment setrvačnosti trámce k těžišti je I_T

Pasivní odpory a tíhu pístu zanedbejte.



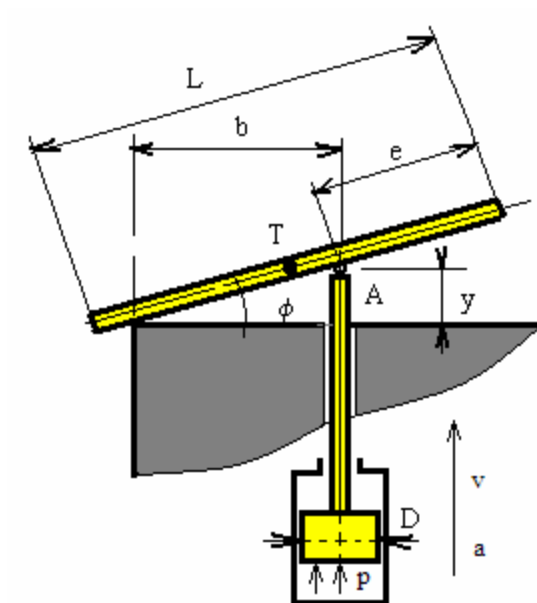
3.2 Číselné hodnoty zadání

$$mt := 23 \cdot \text{kg} \quad e := 95 \cdot \text{mm} \quad L := 310 \cdot \text{mm} \quad D := 30 \cdot \text{mm} \quad b := 100 \cdot \text{mm}$$

$$I_T = \frac{1}{12} \cdot mt \cdot L^2 \quad p := 0.16097 \cdot \text{MPa} \quad a := 0.05 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$$



3.3 Schéma zadání



4 PROGRAM C – DYNAMIKA SOUSTAVY TĚLES



4.1 Zadání

Soustava dle obrázku je tvořena pákovou brzdou, na jejímž rameni je pohyblivě uloženo závaží (1) o hmotnosti m_1 . Páková brzda dosedá ve vzdálenosti b od otočného bodu na dvojitou pevnou kladku (2). Moment setrvačnosti této kladky je I_0 . Na větším poloměru R_2 této kladky je zavěšena dvojité pohyblivá kladka (3), která je lanem na poloměru r_3 uchycena k pevnému rámu. Hmotnost kladky (3) je m_{k3} , moment setrvačnosti k těžišťové ose I_{k3} . Na větším poloměru R_3 této kladky je pomocí navinutého lanka uchyceno břemeno (4) hmotnosti m_4 . Na poloměru r_2 kladky (2) je lankem uchycena volná kladka (5) o poloměru R_5 . Hmotnost kladky (5) je m_{k5} , moment setrvačnosti k těžišťové ose je I_{k5} . Za střed kladky (5) je zavěšeno břemeno (6) o hmotnosti m_6 . Součinitel tření mezi brzdou a kladkou (2) je f .

Určete:

1. polohu závaží m_1 (to znamená souřadnici x_1) tak, aby celá soustava byla v rovnovážném stavu
2. při poloze x_{11} závaží m_1 určete směr a zrychlení pohybu břemene (4)
3. zjistěte čas t_1 , který je potřebný k tomu, aby se břemeno (4) posunulo o vzdálenost H



4.2 Číselné hodnoty zadání

$$b := 0.5 \cdot m \quad m_1 := 5 \cdot kg \quad x_{11} := 0.15 \cdot m \quad f := 0.11 \quad H := 0.8 \cdot m$$

$$I_0 := 0.03 \cdot kg \cdot m^2 \quad r_2 := 0.1 \cdot m \quad R_2 := 0.22 \cdot m$$

$$m_{k3} := 2 \cdot kg \quad I_{k3} := 0.02 \cdot kg \cdot m^2 \quad r_3 := 0.1 \cdot m \quad R_3 := 0.2 \cdot m$$

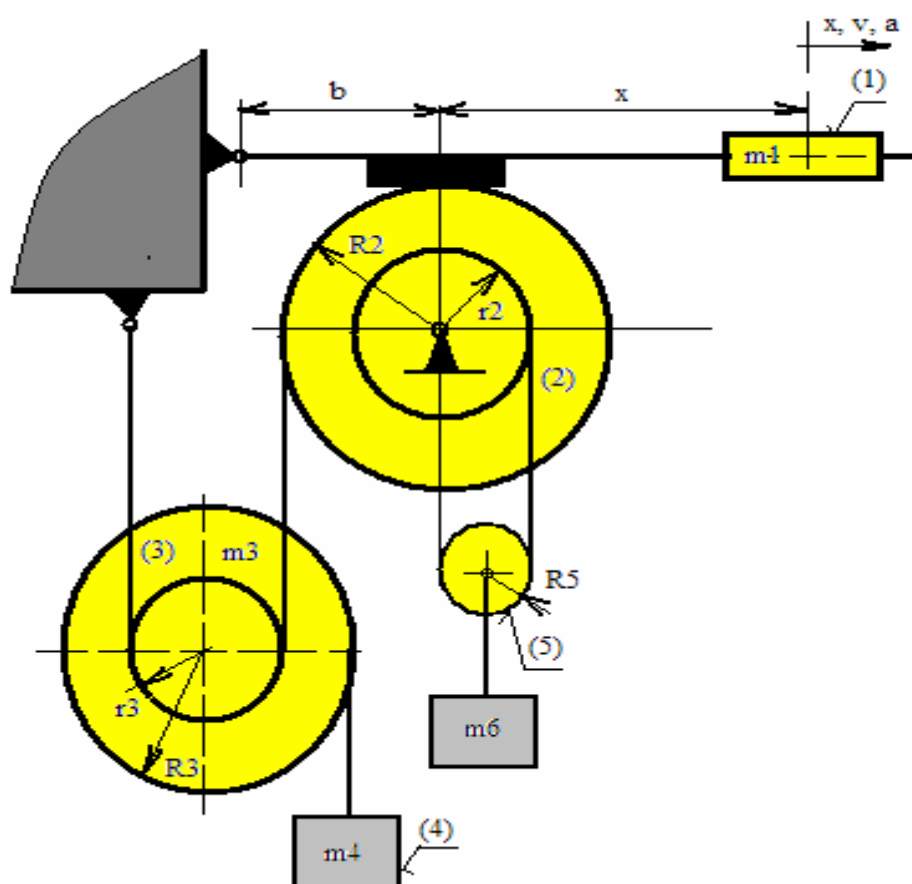
$$m_4 := 3.4 \cdot kg$$

$$m_{k5} := 1.1 \cdot kg \quad R_5 := \frac{r_2}{2} \quad I_{k5} := \frac{1}{2} \cdot m_{k5} \cdot R_5^2$$

$$m_6 := 30 \cdot kg$$



4.3 Schéma zadání



5 PROGRAM D – DYNAMIKA SOUSTAVY TĚLES



5.1 Zadání

Soustava dle obrázku je tvořena pákovou brzdou, na jejímž rameni je pohyblivě uloženo závaží **(1)** o hmotnosti m_1 . Páková brzda dosedá ve vzdálenosti b od otočného bodu na dvojitou pevnou kladku **(3)**. Moment setrvačnosti pevné kladky je I_0 . Na menším poloměru r_3 pevné kladky je pomocí lanka upevněno břemeno **(2)** hmotnosti m_2 . Břemeno **(2)** leží na nakloněné rovině pod úhlem β . Součinitel tření mezi břemenem **(2)** a nakloněnou rovinou je f_2 . Větší průměr pevné kladky je R_3 . Součinitel tření mezi kladkou a pákou pákové brzdy je f_1 . Dále je na této pevné kladce pomocí volné kladky **(4)** o poloměru R_4 zavěšeno na lanku na poloměru r_4 břemeno **(5)** o hmotnosti m_5 . Hmotnost volné kladky je m_{k4} . Moment setrvačnosti volné kladky k jejímu těžišti je I_{k4} .

Určete:

1. vzdálenost x_1 břemene m_1 , při které je soustava v klidu
2. zrychlení a směr pohybu tělesa m_5 v případě polohy břemene m_1 ve vzdálenosti x_{11} .
3. určete čas t_1 , kdy břemeno m_5 urazí vzdálenost H (poloha břemene m_1 ve vzdálenosti x_{11})
4. vykreslete časovou závislost pohybu břemene m_5 (závislost rychlosti a zrychlení na čase) v případě, že se břemeno začne pohybovat z polohy dané souřadnicí x_{11} konstantní rychlostí v naznačeným směrem.

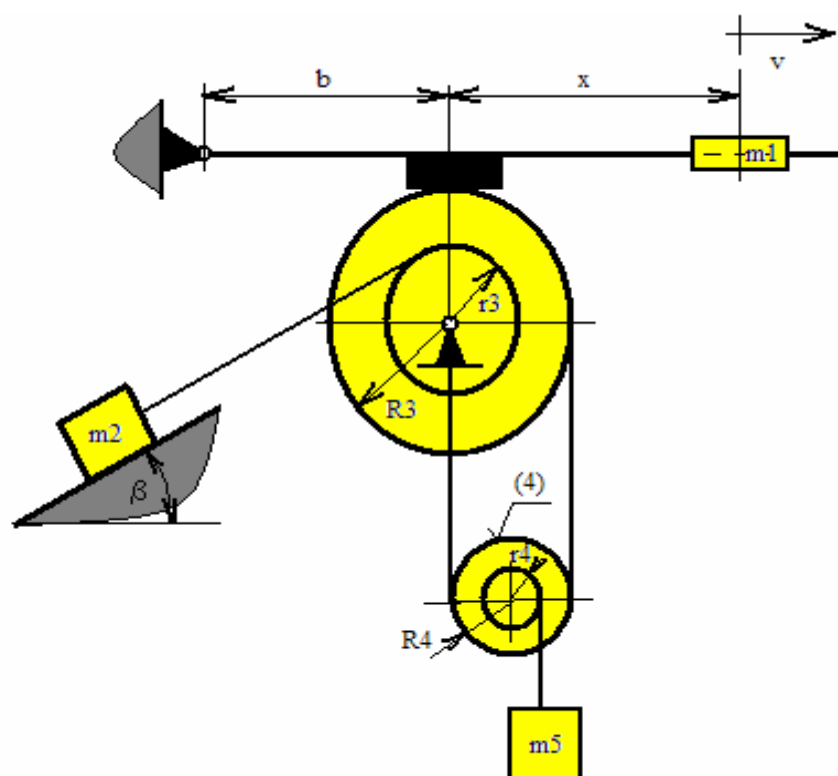


5.2 Číselné hodnoty zadání

$m_1 := 9 \cdot \text{kg}$	$m_2 := 2 \cdot \text{kg}$	$m_{k4} := 0.4 \cdot \text{kg}$	$m_5 := 5 \cdot \text{kg}$	$I_0 := 0.07 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$I_{k4} := 0.003 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
$r_3 := 0.1 \cdot \text{m}$	$R_3 := 0.2 \cdot \text{m}$	$r_4 := 0.03 \cdot \text{m}$	$b := 0.4 \cdot \text{m}$	$x_0 := 0.2 \cdot \text{m}$	$x_{11} := 0.07 \cdot \text{m}$
$\beta := 35 \cdot \text{deg}$	$f_1 := 0.2$	$f_2 := 0.1$	$v := 0.01 \cdot \frac{\text{m}}{\text{sec}}$	$H := 1 \cdot \text{m}$	



5.3 Schéma zadání



6 PROGRAM E – DYNAMIKA SOUSTAVY TĚLES



6.1 Zadání

Vačkový mechanismus je tvořen kruhovou vačkou o hmotnosti m_v a poloměru R a zdvihadlem. Tyč zdvihadla má hmotnost m_t , kolečko zdvihadla má hmotnost m_k a poloměr r . Vačka je otočně uložena v bodě A s excentricitou e . Počáteční stav mechanismu je klidový se středem vačky ležícím bodem A .

Na vačku začne působit konstantní hnací moment M proti směru hodinových ručiček.

Určete rychlost zdvihadla v_z v okamžiku, kdy se vačka otočí o úhel $\pi/2$.

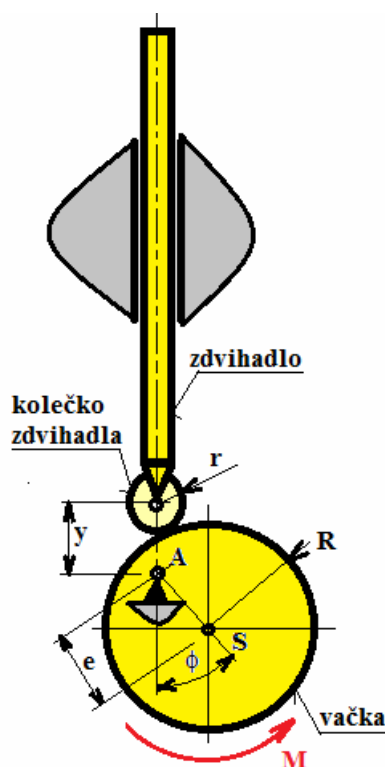


6.2 Číselné hodnoty zadání

$$\begin{aligned}
 R &:= 5 \cdot \text{cm} & r &:= 1 \cdot \text{cm} & e &:= 3 \cdot \text{cm} & m_t &:= 10 \cdot \text{kg} & m_v &:= 5 \cdot \text{kg} & m_k &:= 0.2 \cdot \text{kg} \\
 \phi_0 &:= 0 \cdot \text{deg} & \phi_k &:= \frac{\pi}{2} & M &:= 4 \cdot \text{N} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$



6.3 Schéma zadání



7 PROGRAM F – DYNAMIKA SOUSTAVY TĚLES



7.1 Zadání

Soustava těles je tvořena bubnem o poloměru r , na něm že navinuto lano. Na konci lana visí břemeno o hmotnosti m_b . Na společném hřídeli s bubnem je kolo (1) o poloměru R . Toto kolo zabírá s kolem (2) o poloměru r_b a předpokládáme, že v místě dotyku nedochází k prokluzu (dokonalý třecí převod). Kolo (2) je bržděno špalíkovou brzdou dle nákresu. Součinitel tření mezi špalíkem brzdy a kolem (2) je f . Moment setrvačnosti kola (1) včetně bubnu je I_{1b} , moment setrvačnosti kola (2) je I_2 .

Určete:

1. Jak velkou silou F se musí působit na páce špalíkové brzdy, aby se břemeno m_b začalo pohybovat z klidu pohybem rovnoměrně zrychleným se zrychlením a ?
2. Jaké bude zrychlení břemene m_b , pokud brzda nebude vůbec působit?
3. Jakou minimální silou $F_{\min}$ se bude působit na páce tak, aby se břemeno pohybovalo pohybem rovnoměrným?



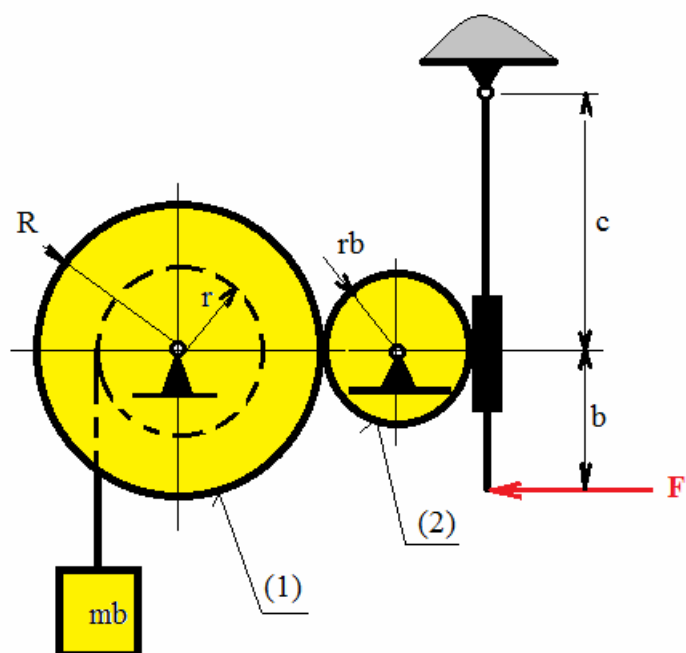
7.2 Číselné hodnoty zadání

$$m_b := 90 \cdot \text{kg} \quad R := 0.5 \cdot \text{m} \quad r := 0.25 \cdot \text{m} \quad r_b := 0.3 \cdot \text{m} \quad f := 0.1 \quad a := 1 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$c := 0.2 \cdot \text{m} \quad b := 0.3 \cdot \text{m} \quad I_{1b} := 12 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2 \quad I_2 := 8 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$$



7.3 Schema zadání



8 PROGRAM H – DYNAMIKA SOUSTAVY TĚLES



8.1 Zadání

Soustava těles je tvořena 3 kvádry, ležícími na sobě. Všechny kvádry jsou pak uloženy na nakloněné rovině. Kvádry **A** a **B** jsou spojeny lankem přes kladku zanedbatelných rozměrů. Kvádr **C** oba kvádry **A** a **B** dotlačuje k nakloněné rovině a je pevně připoután k rámu. Součinitel tření mezi kvádry navzájem a mezi kvádrem **A** a nakloněnou rovinou má hodnotu f , úhel nakloněné roviny je α .

1. Určete zrychlení, kterým se bude těleso A pohybovat po odbrzdění
2. Určete rychlost v kvádrů **A** a **B** v okamžiku, kdy urazí dráhu L .
3. Určete velikost brzdné síly F , která by musela působit na těleso A tak, aby daná soustava i po odbrzdění zůstala v klidu.

Pozn: Hmotnost klady zanedbejte



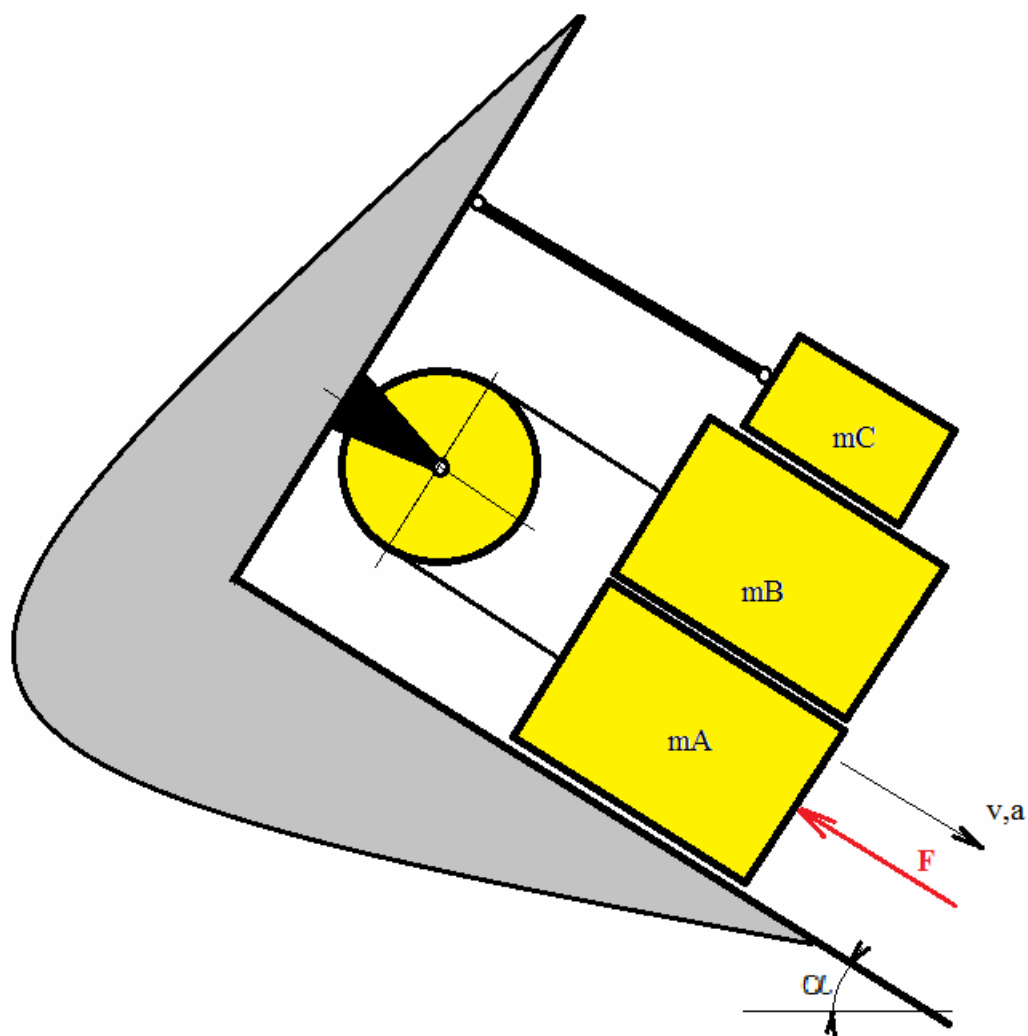
8.2 Číselné hodnoty zadání

$m_A := 40 \cdot \text{kg}$ $m_B := 16 \cdot \text{kg}$ $m_C := 12 \cdot \text{kg}$ $L := 0.5 \cdot \text{m}$

$\alpha := 45 \cdot \text{deg}$ $f := 0.1$



8.3 Schema zadání





Další zdroje

Balátě, J. 2003. *Automatické řízení*. Praha: Nakladatelství BEN, 2003, 654 s.

Studijní materiály v elektronické podobě:

www adresa: <http://www.337.vsb.cz/>

Aplikovaná mechanika – Doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.

Dynamika I - Doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.

Dynamika II - Doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.

[