

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ



EXPERIMENTÁLNÍ METODY V MECHANICE

9. Přednáška – Další experimentální metody

prof. Ing. Pavel Macura, DrSc.

Ing. František Fojtík, Ph.D.

Ostrava 2013

© prof. Ing. Pavel Macura, DrSc., Ing. František Fojtík, Ph.D.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3018-6



TENTO STUDIJNÍ MATERIÁL VZNIKL ZA FINANČNÍ PODPORY EVROPSKÉHO SOCIÁLNÍHO FONDU (ESF) A ROZPOČTU ČESKÉ REPUBLIKY V RÁMCÍ ŘEŠENÍ PROJEKTU: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

9. PŘEDNÁŠKA – DALŠÍ EXPERIMENTÁLNÍ METODY.....	3
1. Metoda křehkých laků	4
2. Metoda Moiré	6
2.1 Princip metody	6
2.2 Vyhodnocení deformací a napětí z moiré pruhů	8
2.2.1 Oblast pružných deformací	9
2.2.2 Oblast plastických deformací	10
3. METODA SOUŘADNICOVÝCH SÍTÍ	12
4. Použitá literatura.....	17



9. PŘEDNÁŠKA – DALŠÍ EXPERIMENTÁLNÍ METODY



OBSAH KAPITOLY:

Metoda křehkých laků

Metoda Moiré

Metoda souřadnicových sítí



MOTIVACE:

V této přednášce budou představeny další experimentální metody vhodné pro analýzu napěťově deformačního chování na povrchu součástí. Blíže budou popsány tyto metody: Metoda křehkých laků, metoda Moiré a metoda souřadnicových sítí.



CÍL:

Metoda křehkých laků – popis metody a možnosti její aplikace.

Metoda Moiré – popis metody, vyhodnocení deformací a napětí z moiré pruhů, uvedení vztahů pro oblast pružných i plastických deformací.

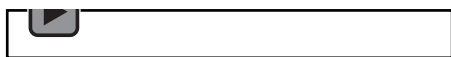
Metoda souřadnicových sítí – popis metody, způsob vyhodnocení deformace a napětí.

1. METODA KŘEHKÝCH LAKŮ

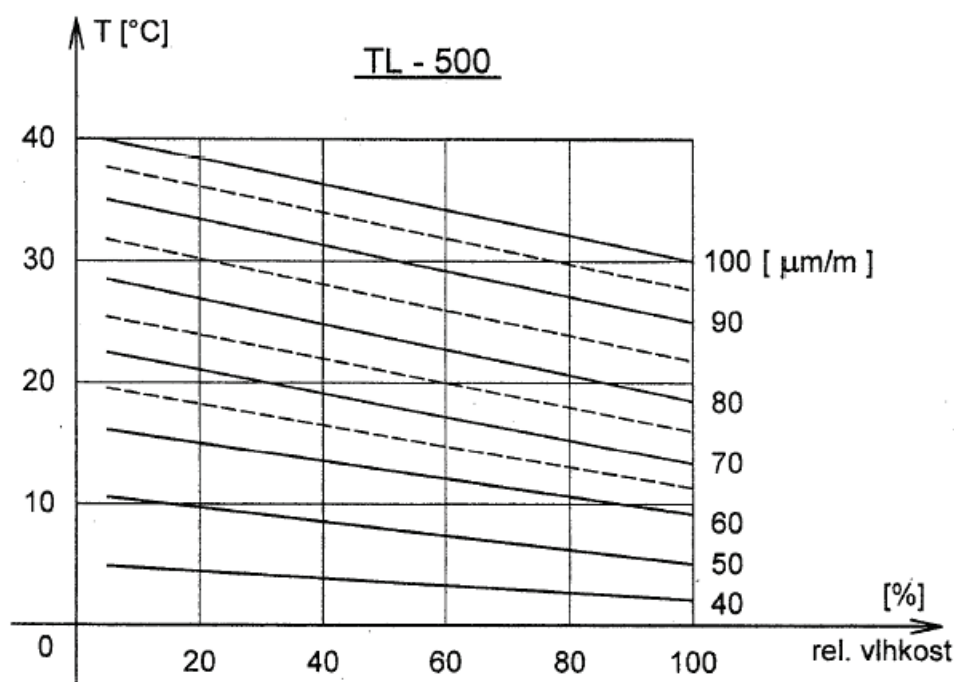
Princip této experimentální metody spočívá v tom, že se na povrch měřené součásti nanese tenká vrstva křehkého laku, jehož adheze vůči součásti je větší než kohezní síly v něm, což při dostatečně velké tahové deformaci povrchu součásti vede k popraskání laku. Mezní deformace ε_M , při které vznikají v laku trhliny, je tzv. citlivost laku. Po jejím překročení se v lakové vrstvě počnou objevovat trhlinky, a to nejdříve v místech největšího poměrného prodloužení. Tyto trhlinky vznikají vždy kolmo na směr největšího tahového poměrného prodloužení, a tudíž i na směr hlavního napětí na povrchu měřené součásti.



Audio 1.1 Metoda křehkých laků



Tato metoda umožňuje jak kvalitativní, tak i kvantitativní experimentální analýzu napětí. Protože citlivost křehkých laků je kromě jejich chemického složení ovlivněna i celou řadou dalších faktorů, jsou kvantitativní výsledky měření méně přesné. Mezi tyto ovlivňující faktory patří hlavně teplota a vlhkost prostředí, tloušťka nanesené vrstvy, rychlost zatěžování, charakter napjatosti, odchylky od předepsaného technologického postupu při nanášení lakové vrstvy aj. Proto musí být snahou při nanášení lakové vrstvy a vlastním měření dodržení hlavně konstantní teploty a relativní vlhkosti vzduchu. Závislost citlivosti laku na těchto parametrech pro jeden typ laku (TL-500) je uvedena na obr. 1. Takovéto závislosti jsou dodávány výrobcem křehkých laků, pro přesnější měření je možno za daných provozních teplotních a vlhkostních podmínek provést cejchovní měření na podobném zařízení jako pro cejchování optické citlivosti odlévaných vrstev u metody reflexní fotoelasticimetrie.



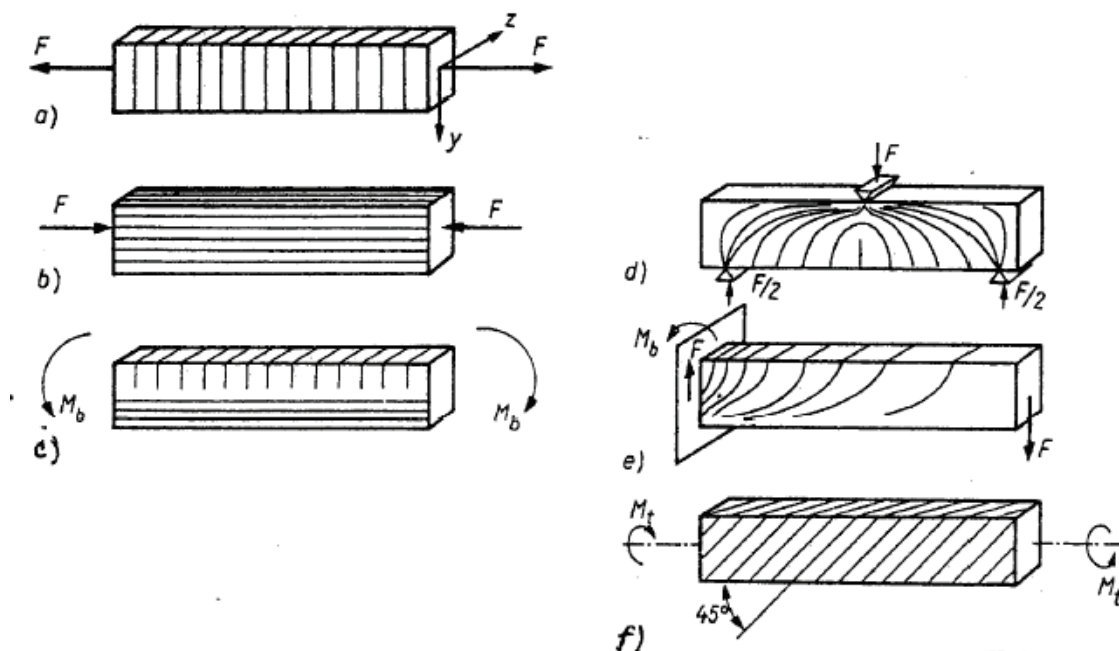
Obrázek 1 Závislost citlivosti laku na teplotě a relativní vlhkosti

Při vlastním měření je vhodné zatěžovat měřenou součást stupňovitě rostoucím zatížením. Tak zjistíme, ve kterých místech začíná praskat lak nejdříve a při každém stupni zatížení oblasti, ve kterých deformace překročily citlivost laku. Vzniklé trhlinky představují ve skutečnosti čáry izostatické, známé z fotoelasticimetrie, protože tečny a kolmice k nim



udávají směry hlavních napětí. Je zřejmé, že křehký lak může popraskat pouze v oblastech, kde je dostatečně velká poměrná tahová deformace, větší než je citlivost laku. V oblastech s nižší tahovou poměrnou deformací a s tlakovými deformacemi zůstane laková vrstva nepopraskaná. Izostaty v oblastech tlakových deformací větších než citlivost laku je možno získat tak, že se součást nejdříve zatíží, pak se nanese laková vrstva a po jejím vytvrzení se součást odlehčí. V těchto oblastech vzniknou v laku po odlehčení tahové deformace a lak popraská. U některých laků jsou vzniklé trhlinky velmi jemné a velmi obtížně pozorovatelné. Jejich viditelnost lze zlepšit vhodným (šikmým) osvětlením anebo zvýrazněním vhodnými barvivy, které dodávají rovněž výrobci křehkých laků.

Metodou křehkých laků je možno určit místa působení maximálních napětí a směry hlavních napětí. Používá se hlavně před podrobnější analýzou napjatosti tenzometrickou metodou. Známe-li na povrchu tělesa směry hlavních napětí, můžeme pro tenzometrická měření použít křížové tenzometry, nalepené ve směrech působení hlavních napětí. Není nutno používat tenzometrické růžice, které jsou podstatně dražší, a jejich vyhodnocení je pracnější. Ukázka zjištěných průběhů izostat touto metodou pro některé základní způsoby namáhání je na obr. 2. Příklad použití metody křehkých laků na lopatkách oběžného kola kompresoru je uvedený na obr. 3.



Obrázek 2 Izostaty pro některé způsoby namáhání

Výhodami této experimentální metody je to, že je poměrně jednoduchá a levná, není zapotřebí složitého zařízení pro vyhodnocování, příprava a vlastní měření je poměrně rychlé. Dá se použít na libovolný tvar součástí, přičemž neovlivní její tuhost a je možno zmapovat celý povrch měřené součásti. Mezi nevýhody metody patří menší přesnost při kvantitativních měřeních, po dobu přípravy a měření je nutno zachovávat konstantní teplotu a relativní vlhkost vzduchu a je možno zjišťovat a měřit deformace a napětí pouze v oblastech, ve kterých jsou poměrné deformace větší než je citlivost použitého křehkého laku.



Obrázek 3 Příklad použití metody křehkých laků na lopatkách oběžného kola kompresoru

2. METODA MOIRÉ

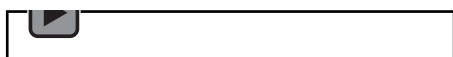
Tato experimentální metoda umožňuje analýzu deformací a napětí jak v oblasti pružných, tak i plastických deformací.

2.1 Princip metody

Metoda moiré je založena na jevu mechanicko-optické interference, vznikajícího při překrytí dvou mřížek anebo rastrů v průchozím anebo odraženém světle. Nejedná se zde o interferenci příčných vln jako ve fotoelasticimetrii, ale o vznik soustavy tmavých a světlých tzv. moiré pruhů, vznikajících průchodem světla přes deformovanou a nedeformovanou mřížku nebo rastr. Jedna mřížka, zvaná měřicí nebo modelová, je pevně spojená a shodně se deformuje s povrchem měřené součásti. Druhá mřížka, zvaná referenční, se těsně přiloží před mřížku měřicí. Při prosvícení průhledných materiálů anebo nasvícení neprůhledných materiálů s odrazivým povrchem svazkem rovnoběžných paprsků lze po zatížení a deformaci s měřicí mřížkou pozorovat tmavé a světlé moiré pruhy. Hustota a tvar těchto moiré pruhů závisí na parametrech použitých mřížek a na velikostech posunů v jednotlivých bodech zatížené součásti. Výsledkem měření touto metodou je tedy určení velikosti posunů v bodech povrchu zatíženého tělesa. Použitím geometricko-deformačních rovnic pro malé anebo velké deformace se tyto deformace v bodech povrchu tělesa dají určit. Pro určení napjatosti se pak použije obecný Hookeův zákon pro pružné deformace a teorie plasticity pro plastické deformace.



Audio 2.1 Metoda moiré

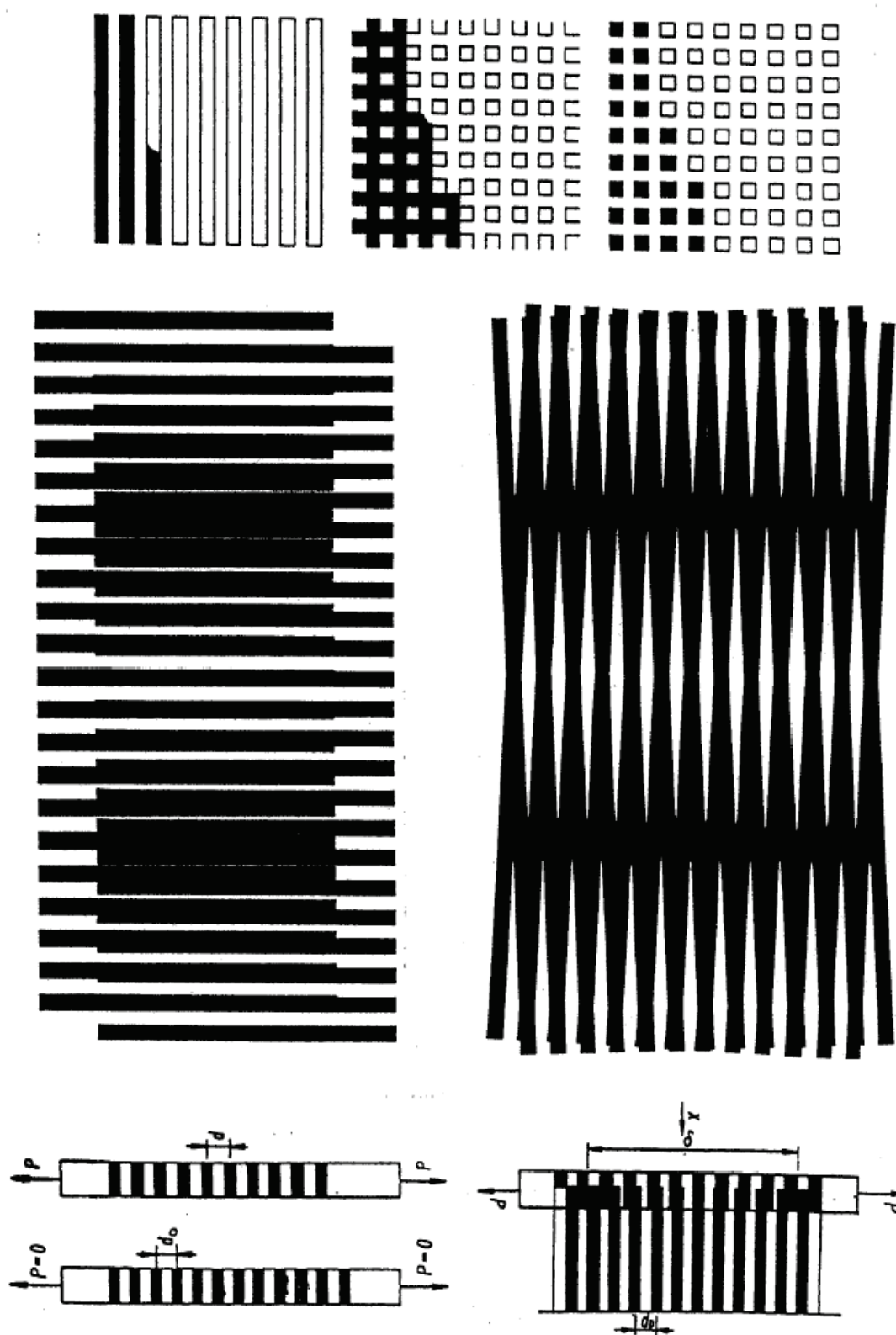


Pro měření se používají různé typy mřížek anebo rastrů, na obr. 3 jsou uvedeny některé z nich. Nejčastěji se používá mřížka čárová, tvořená stejně širokými tmavými a světlými pruhy. Lze použít i mřížky s nesterjně širokými tmavými a světlými pruhy, kterými lze získat jasnější, ostřejší a užší moiré pruhy. Jako další jsou na obr. 4 uvedeny mřížky bodové a

křížové. Zhotovení mřížek na povrchu součásti lze provést různě, nejčastěji nalepením hotových mřížek, fotografickou cestou podobně jako při výrobě tištěných spojů anebo pro velké plastické deformace i mechanicky zhotovením drážek na obráběcích strojích.

Vznik moiré pruhů lze nejnázorněji ilustrovat na příkladu prostého tahu anebo tlaku, obr. 3 (spodní část). Na měřenou tyč se připevní měřicí mřížka, sestávající ze soustavy stejně tlustých čar s pravidelnou roztečí d_o , která se nazývá modul anebo parametr mřížky. Referenční mřížka je úplně stejná a když ji přiložíme nad mřížku měřicí tak, že se tmavé čáry obou mřížek překrývají, pak po prosvícení průhledné tyče svazkem rovnoběžných paprsků vznikne stejný obraz tmavých a světlých pruhů jako mají mřížky s pravidelnou roztečí d_o . Když tyč zatížíme kupříkladu prostým tahem, ve směru kolmém k čarám mřížky, změní se rozteč pruhů měřicí mřížky na hodnotu d . Při prosvícení mřížek v tomto případě lze pozorovat soustavu tlustších tmavých moiré pruhů ve vzdálenosti δ . Je zřejmé, že na vzdálenosti δ vzniklo posunutí bodů zatížené tyče vůči sobě o hodnotu, rovnou rozteči referenční mřížky d_o . Jiné velikosti zatěžující síly by odpovídala jiná rozteč moiré pruhů δ , v případě obecné rovinné napjatosti nebudou moiré pruhy přímky, ale křivky. Můžeme pomocí nich určovat velikosti posunů ve směru kolmém na směr čar mřížky a jsou to geometrická místa bodů, které mají stejné posuny ve směru kolmém na směr čar mřížky. Takovéto čáry se nazývají izothety. Podobně jako ve fotoelasticimetrii se izochromatám přiřadily jejich řády, i izothety mají řády, udávajících posuny bodů v násobcích modulu mřížky d_o .





Obrázek 4 Základní typy mřížek a vznik moiré pruhů

2.2 Vyhodnocení deformací a napětí z moiré pruhů

Určení velikostí deformací a napětí ze zjištěných moiré pruhů se bude lišit podle toho, jedná-li se o malé deformace anebo velké plastické deformace.



2.2.1 Oblast pružných deformací

Jak bylo ukázáno v přednášce 1 a zde znázorněno na obr. 4, lze míru deformace vyjádřit několika způsoby. V oblasti malých pružných deformací se nejčastěji používají dva z nich, které lze nejnázorněji ukázat pro případ jednoosé napjatosti při prostém tahu anebo tlaku.

Jednoosý stav napjatosti

Při měření jednoosé napjatosti metodou moiré orientujeme měřicí i referenční mřížku s modulem d_o tak, že jejich tmavé a světlé pruhy jsou kolmé na směr působícího nenulového hlavního napětí σ_1 . Výsledkem měření je zjištěná vzdálenost moiré pruhů δ . Míru deformace ε v oblasti malých pružných deformací pak vyjadřujeme dvojím způsobem:

- Lagrangeovým – deformace se vztahují k původnímu souřadnému systému na nedeformovaném tělese. Z výsledku měření se pak deformace vyhodnotí na základě vztahu:

$$\varepsilon_L = \frac{\Delta l}{l_o} = \frac{d_o}{\delta - d_o} \quad (9.1)$$

- Eulerovým – deformace se vztahují k souřadnému systému na deformovaném tělese.

Pro naměřené hodnoty pro velikost deformace pak platí vztah:

$$\varepsilon_E = \frac{d_0}{\delta} \quad (9.2)$$

Je zřejmé, že podle obou způsobů vyjádření dostaneme různé hodnoty deformací v totéž bodě zatíženého tělesa. V oblasti malých pružných deformací však rozdíl mezi vyhodnocenými deformacemi oběma způsoby bude velmi malý.

Mezi deformacemi, vyjádřenými těmito způsoby, platí vztahy:

$$\begin{aligned} \varepsilon_L &= \frac{\varepsilon_E}{1 - \varepsilon_E}; \\ \varepsilon_E &= \frac{\varepsilon_L}{1 + \varepsilon_L}; \end{aligned} \quad (9.3)$$

Hlavní napětí se stanoví z Hookeova zákona pro jednoosý stav napjatosti, tedy:

$$\sigma_1 = E \cdot \varepsilon \quad (9.4)$$

Dvojosý stav napjatosti

K vyhodnocení složek tenzoru deformace z naměřených posunů na základě zjištěných moiré pruhů se používají rovnice (1.34) viz přednáška 1_Úvod do teorie pružnosti a pevnosti. Na povrchu měřené součásti je nutno zvolit souřadný systém x, y a v každém bodě měřené oblasti určit velikosti posunů ve směrech těchto os u_x a u_y . Posuny u_x určíme tak, že před deformovanou měřicí mřížku, jejíž pruhy byly původně orientovány rovnoběžně s osou y ,



přiložíme referenční mřížku stejně orientovanou a získáme moiré pruhy patřičných řádů, kde mezi pruhy sousedních řádů se posuny liší o hodnotu parametru mřížky. Posuny u_x v libovolném bodě získáme extrapolací. Pro určení posunů ε_y je postup obdobný s tím rozdílem, že mřížky mají pruhy rovnoběžné s osou x . Složky tenzoru deformace $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ a γ_{xy} získáme z parciálních derivací posunů podle proměnných x a y . Pro rovinnou napjatost na povrchu tělesa pak na základě (1.34) viz přednáška 1_Úvod do teorie pružnosti a pevnosti platí:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y}; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}\end{aligned}\tag{9.5}$$

Derivace posunů podle souřadných os se provádějí graficky anebo numericky na počítači. Praktický postup bude ukázán dále při vyšetřování plastických deformací.

Složky tenzoru napjatosti pak určíme pomocí rovnic (1.45) viz přednáška 1_Úvod do teorie pružnosti a pevnosti) pro rovinnou napjatost:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x) \\ \tau_{xy} &= G \cdot \gamma_{xy}\end{aligned}\tag{9.6}$$

U součástí, namáhaných v podmínkách rovinné napjatosti vzniká trojosý stav deformace. Z obecného Hookeova zákona pro deformaci ε_z platí:

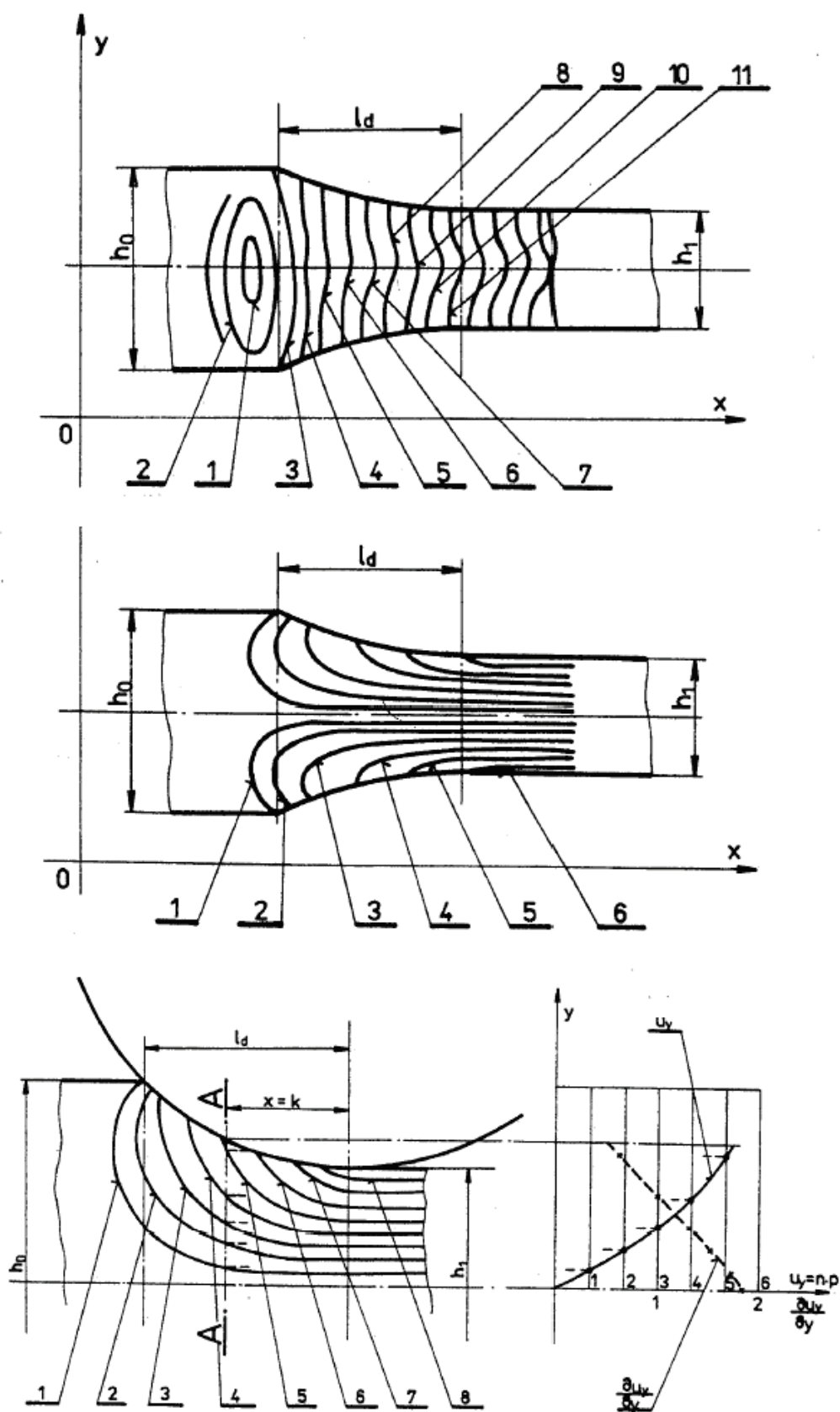
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)] = -\frac{\mu}{1-\mu} (\varepsilon_x + \varepsilon_y)\tag{9.7}$$

2.2.2 Oblast plastických deformací

Metoda moiré je vhodná pro řešení velkých plastických deformací, protože pro získání dostatečně hustého obrazu moiré pruhů nemusí být hustota čar mřížek velká. Použití této metody bude dále ukázáno na příkladu řešení složek tenzoru deformace a napjatosti na boční stěně tělesa při jeho válcování mezi dvěma válci. Na obr. 5 jsou vykresleny zjištěné moiré pruhy, v horní části obrázku byly čáry mřížek rovnoběžné se svislou osou y , prostřední obrázek měl čáry mřížek rovnoběžné s vodorovnou osou x . Jednotlivým moiré pruhům jsou přiřazeny jejich řády. Ve spodní části obrázku je ukázán postup vyhodnocení složek tenzoru deformace pro jeden svislý řez A – A v konstantní vzdálenosti $x = k$ od výstupní roviny válcování. Nejdříve se vyhodnotil průběh posunu u_y podél zvoleného řezu. V bodech průsečíků moiré pruhů se zvoleným řezem jsou hodnoty posunů rovny:



$$u_y = n \cdot p = f(y) \quad (9.8)$$



Obrázek 5 Vznik a vyhodnocení moiré pruhů při válcování

V rovnici (9.8) je n řád moiré pruhu a p je parametr mřížky. Tato závislost se vykreslila do grafu v souřadném systému $u_y - y$ (pravá část obrázku). Pak se tato funkce graficky zderivovala (čárkovaná čára) podle nezávisle proměnné y a získaly se hodnoty $\frac{\partial u_y}{\partial y}$ v bodech zvoleného řezu $A - A$. Provedeme-li derivaci funkce u_y podle proměnné x , dostaneme funkční závislost $\frac{\partial u_y}{\partial x}$ podél řezu $A - A$.

Podobně se postupuje při vyhodnocování podél řezu $A - A$ v případě, kdy pruhy mřížek byly rovnoběžné s osou y . Získají se tak derivace $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ a $\frac{\partial u_x}{\partial y}$.

Na základě takto experimentálně určených průběhů složek vektoru posunů u_x a u_y a graficky anebo numericky vyhodnocených jejich parciálních derivací podle proměnných x a y můžeme pak složky tenzoru deformace stanovit ze vztahů:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial y}\end{aligned}\quad (9.9)$$

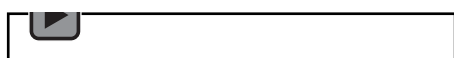
Na základě stanovených složek tenzoru deformace podle rovnic (9.9) v celé vyšetřované oblasti pak vypočteme složky tenzoru napjatosti použitím některé z teorií plasticity. Kupříkladu pro teorii pružně plastických deformací se k řešení použije rovnice (1.60) viz přednáška 1 Úvod do teorie pružnosti a pevnosti. Pro konkrétní plasticky deformovaný materiál je k řešení dle rovnice (1.60) viz přednáška 1 Úvod do teorie pružnosti a pevnosti nutno znát funkční závislost intenzity smykových napětí na intenzitě smykových deformací. Tato závislost se musí určit experimentálně pomocí laboratorních zkoušek, obvykle pomocí krutových nebo vačkových plastometrů.

3. METODA SOUŘADNICOVÝCH SÍTÍ

Tato experimentální metoda bývá v literatuře taky nazývána jako „vizioplastická“ metoda a používá se hlavně pro řešení deformačních a napětíových stavů v oblasti velkých plastických deformací, protože nepřesnosti při měření v oblasti malých deformací by způsobily velké odchylky při vyhodnocování měřených veličin. Princip metody je založen na měření změn poloh anebo rychlosti změn poloh uzlových bodů souřadnicové sítě, nanesené na měřené těleso před jeho zatížením. Výsledkem měření je tedy stanovení složek vektoru posunů anebo složek rychlostí bodů tělesa při jeho zatěžování.



Audio 3.1 Metoda souřadnicových sítí



Postup při použití této metody bude dále ukázán na příkladu řešení složek tenzoru napjatosti na boční stěně válcovaného tělesa mezi dvěma válci. Na boční plochu zkušebních olověných vzorků se nanese souřadnicová síť a vzorky se válcovaly na válcovací stolici mezi válci, jejichž boční plochy byly opatřeny kruhovými stupnicemi pro přesné určení jejich obvodové rychlosti a pro výzkum toku kovu na kontaktní ploše s válci. Celý válcovací proces včetně záběru provačku válci se filmoval pomocí vysokofrekvenční kamery při frekvenci snímání 500 obrázků za vteřinu. Z řady následných snímků lze sestavit kinogram části válcovacího procesu, sloužící jako podklad pro vyhodnocení tenzorového deformačního a napětového pole na boční ploše provačku.

Ze získaného filmového záznamu se nejdříve vyhodnotily složky vektorů posunů a rychlostí v bodech pásma deformace. Vybraly se dva po sobě následující snímky zobrazující polohy uzlových bodů sítě ve dvou časových okamžicích v časovém intervalu Δt . Pomocí vyhodnocovacího mikroskopu se stanovily polohy uzlových bodů sítě na obou snímcích a z rozdílů poloh odpovídajících bodů se vyhodnotila vektorová pole posunů a rychlostí bodů pásma deformace.

Získané výsledky měření a postup vyhodnocení je ukázán na obr. 6. V horní části obr. 6a jsou uvedeny uzlové body nanesené sítě tří vláken vykreslených třemi druhy čar (vlákno v ose tělesa je vykresleno čerchovaně), pro které jsou níže uvedeny vyhodnocené složky vektoru rychlosti ve směru válcování v_x . Derivace těchto funkčních závislostí podle proměnné x pak představují složky tenzoru rychlosti deformace $\dot{\varepsilon}_x$, pro jehož složky platí vztahy:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_x &= \frac{\partial v_x}{\partial x} & \dot{\gamma}_{xy} &= \dot{\gamma}_{yx} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \\ \dot{\varepsilon}_y &= \frac{\partial v_y}{\partial y} & \dot{\gamma}_{yz} &= \dot{\gamma}_{zy} = \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \dot{\varepsilon}_z &= \frac{\partial v_z}{\partial z} & \dot{\gamma}_{xz} &= \dot{\gamma}_{zx} = \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}\end{aligned}\quad (9.10)$$

Vyhodnocené složky tenzoru rychlosti deformace $\dot{\varepsilon}_x$ pro zvolená tři vlákna jsou vykresleny na obr. 6b, kde je rovněž vykreslen průběh deformační rychlosti, získaný výpočtem pro případ, že by válcovací proces probíhal za podmínek rovinné deformace.

Podobným způsobem jako složka $\dot{\varepsilon}_x$ se vyhodnotily ostatní složky tenzoru rychlosti deformace, dané soustavou rovnic (9.10). Na obr. 6d je jako příklad uveden získaný průběh složky tenzoru rychlosti deformace $\dot{\gamma}_{xy}$ podél vyšetřovaného vlákna, znázorněného čárkovanou čarou.

Ze získaného filmového záznamu lze rovněž vyhodnotit složky ε_x tenzoru deformace jako podíl rozdílu vzdáleností dvou sousedních uzlových bodů sítě a původní rozteče nanesené sítě. Takto zjištěný průběh složky ε_x podél podélné osy provačku je rovněž vykreslen na obr. 6d.

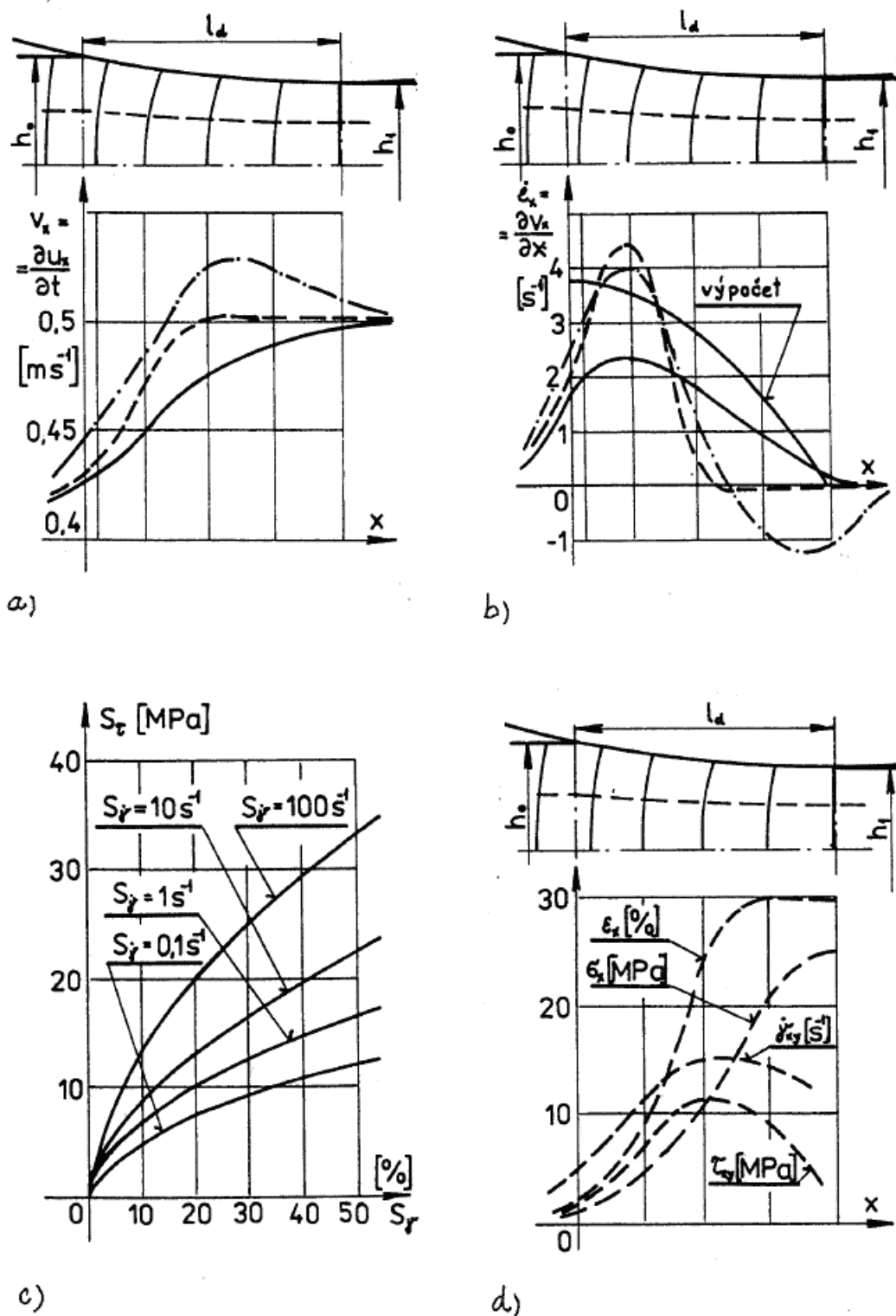
Pro řešení napětového pole ve vyšetřované oblasti je nutno znát odezvu materiálu deformovaného tělesa na mechanické zatížení při různých termodynamických podmínkách zatěžování. Tyto mechanické vlastnosti materiálů se pro oblast plastických deformací zjišťují pomocí laboratorních zkoušek např. na krutových anebo vačkových plastometrech. Na obr. 6c jsou vykresleny zjištěné křivky zpevnění pro materiál válcovaných olověných vzorků. Křivky



představují závislosti intenzity smykových napětí S_τ na intenzitě smykových deformací S_γ při konstantních hodnotách intenzity rychlosti smykových deformací $\dot{S}_\gamma$. Definice těchto intenzit jsou dány rovnicemi (1.31), (1.36) a (1.39) viz přednáška 1_Úvod do teorie pružnosti a pevnosti.

K určování složek tenzoru napjatosti je třeba řešit statické podmínky rovnováhy. Ty jsou dány rovnicemi (1.46) viz přednáška 1_Úvod do teorie pružnosti a pevnosti, pro případ rovinné napjatosti na boční stěně provalku pak rovnicemi (3.4). viz přednáška 3_Postup při měření a vyhodnocování napětí u fotoelasticimetrie. Tyto parciální diferenciální rovnice je nutno řešit numericky převedením na tvar rovnic (3.5) viz přednáška 3_Postup při měření a vyhodnocování napětí u fotoelasticimetrie. Tyto parciální, kdy musíme opět znát složky tenzoru napjatosti v počátečních bodech integrace.





Obrázek 6 Postup vyhodnocení při metodě souřadnicových sítí

Pro numerické řešení statických podmínek rovnováhy je nutno nejdříve určit hodnoty smykového napětí τ_{xy} ve vyšetřované oblasti. K tomu je třeba použít některou z teorií plasticity. Kupříkladu pro teorii plastického tečení platí pro napětí τ_{xy} vztah:



$$\tau_{xy} = \frac{S_\varepsilon}{S_\dot{\gamma}} \dot{\gamma}_{xy} \quad (9.11)$$

Jako příklad je na obr. 5d vykreslen zjištěný průběh smykového napětí τ_{xy} podél vyšetřovaného vlákna, vykresleného čárkovanou čarou.

Postup při určení normálového napětí σ_x je podobný jako u metody rozdílu smykových napětí viz přednáška 3_Postup při měření a vyhodnocování napětí u fotoelasticimetrie. Podél vyšetřovaného řezu se vedou dvě rovnoběžné přímky vzdálené o hodnotu $\Delta y/2$. Na všech třech přímkách se provede dělení s krokem Δx (výhodné je volit $\Delta x = \Delta y$). Pomocí určených hodnot smykových napětí τ_{xy} dle rovnice (9.11) v bodech dělení se pak průběh normálového napětí určí pomocí rovnice (3.6) viz. přednáška 3_Postup při měření a vyhodnocování napětí u fotoelasticimetrie.

Integraci je nutno začínat v bodě, ve kterém je známa hodnota napětí $\sigma_{x,0}$. Pro řešený případ válcování se vyhodnocování započalo v bodech dostatečně vzdálených před vstupní rovinou válcování, kam ještě nezasáhly plastické deformace a kde nedošlo k deformaci nanesené souřadnicové sítě. Příklad vyhodnoceného průběhu normálového napětí σ_x podél vyšetřovaného vlákna, vykresleného čárkovaně, je rovněž vykreslen na obr. 5d.

Pro výpočet hodnot normálového napětí σ_y lze z rovnic teorie plastického tečení odvodit vztah:

$$\sigma_y = \sigma_x - \frac{2S_\tau}{S_\dot{\gamma}} (\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y) \quad (9.12)$$

Z vyhodnocených složek tenzoru napjatosti σ_x, σ_y a τ_{xy} lze pomocí Mohrových kružnic napětí určit velikosti a směry hlavních napětí a vyhodnocené napětíové pole znázornit pomocí ekviskalárních hladin jednotlivých složek tenzoru napjatosti.



4. POUŽITÁ LITERATURA

- Macura, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě, Skripta VŠB – TU Ostrava, 2001, 107s
- Macura, P.: Sbíрка úloh z experimentální pružnosti, Skripta VŠB – TU Ostrava, 2008, 96s
- Milbauer, M., Perla, M.: Fotoelasticimetrické přístroje a měřicí metody. Praha, ČSAV, 1959, 471s
- Milbauer, M., Perla, M.: Fotoelasticimetrie a příklady jejího použití. Praha, ČSAV, 1961, 504s
- Milbauer, M.: Fotoelasticimetrie a její použití v praxi. Praha, NČA, 1953, 134s
- Frocht, M. M.: Photoelasticity I, II, John Willey & Sons, New York, 1941
- Heymann, J., Lingener, A.: Experimentelle Festkörpermechanik. Leipzig, 1986, 486s
- Einführung in das spannungsoptische Oberflächenschichtverfahren, Firemní materiál firmy Vishay Micro–Measurements.
- Die Auswahl spannungsoptischer Schichten. Firemní materiál firmy Vishay Micro–Measurements
- Instruction for Molding and Contouring Photoelastic Sheets, Buletin IB – 221 firmy Vishay Micro–Measurements s
- Macura, P., Fojtik, F.: The Application of Photostress Method for Experimental Stress Analysis of Plate Transducer, konference EAN2011, Znojmo, 2011
- Macura, P.: Metodika experimentálního určení kontaktních napětí při válcování, Hutnické listy, 34, 1979, č. 2, s. 98-103
- Trebuňa F.: Princípy, postupy, prístroje v metóde Photostress, TU Košice, 2006
- Trebuňa, F., Šimčák, F.: Odolnosť prvkov mechanických sústav, TU Košice, 2004, 980s
- Milbauer, M., Perla, M.: Fotoelasticimetrie a příklady jejího použití. Nakladatelství Československé akademie věd, Praha, 1961, 506s

Internet

Srovnávací analýza napětí součástí s vruby pomocí fotoelasticimetrie a MKP

Diplomová práce - autor Bc. Jiří Bittner

http://dl.uk.fme.vutbr.cz/zobraz_soubor.php?id=726

