

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



**PRUŽNOST A PEVNOST 2 –
V PŘÍKLADECH**

Příklady IV

doc. Ing. Karel Frydryšek, Ph.D., ING-PAED IGIP

Ing. Milan Sivera

Ing. Richard Klučka

Ing. Josef Sedlák

Ing. Luboš Pečenka

Ing. Michal Šofer

Ostrava 2013

© Ing. Lukáš OTTE, Ph.D.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3020-9



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

9	PŘÍKLADY IV	3
9.1	Příklady 12	4
9.2	Příklad 13	5



9 PŘÍKLADY IV



OBSAH KAPITOLY:

Výpočet pružného vzpěru přímého prutu.



CÍL:

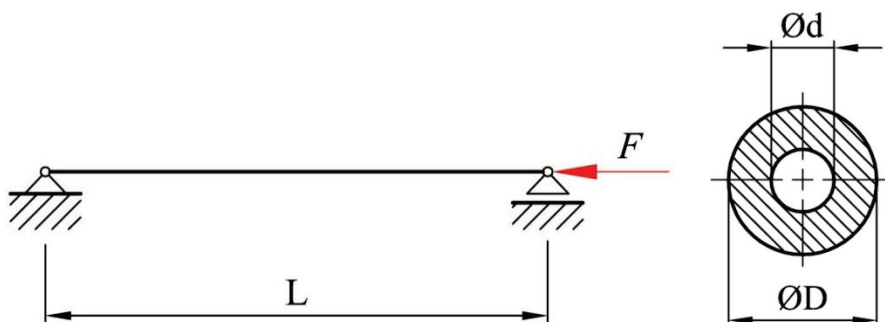
Stanovení kritické síly a kritického napětí případ uložení prutu.



9.1 PŘÍKLADY 12

Určete kritickou sílu při vzpěru prutu délky L zobrazeného na Obr. 9.1, jež má mezikruhový průřez a je vyroben z oceli.

Zadané hodnoty jsou $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $\sigma_u = 210 \text{ MPa}$, $D = 50 \text{ mm}$, $d = 36 \text{ mm}$, $L = 1,5 \text{ m}$.



Obr. 9.1 Zadání úlohy

Na základě materiálových vlastností nejdříve spočítáme mezní štíhlost

$$\lambda_{mez} = \frac{\pi}{n} \sqrt{\frac{E}{\sigma_u}} = \frac{\pi}{1} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5}{210}} \cong 99,35. \quad (9.1)$$

Děle z rozměrů konstrukce vypočítáme štíhlost zadaného prutu a porovnáme s mezní štíhlostí. Na základě těchto hodnot potom zvolíme vztah, podle něhož budeme počítat kritickou sílu v prutu. Jelikož se jedná o případ 2 z Tab. 3, volíme konstantu $n = 1$

$$J_{min} = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi \cdot (50^4 - 36^4)}{64} \cong 224\,348 \text{ mm}^4. \quad (9.2)$$

Obsah mezikruží

$$S = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi \cdot (50^2 - 36^2)}{4} \cong 945,6 \text{ mm}^2. \quad (9.3)$$

Minimální poloměr kvadratického momentu plochy

$$j_{min} = \sqrt{\frac{J_{Tmin}}{S}} = \sqrt{\frac{224\,348}{945,6}} \cong 15,4 \text{ mm}. \quad (9.4)$$

Štíhlost zadaného prutu

$$\lambda = \frac{L_{red}}{j_{min}} = \frac{1500}{15,4} \cong 97,4. \quad (9.5)$$

$$\lambda < \lambda_{mez} \rightarrow \text{nepružná oblast} - \text{Tetmayerův vztah} \quad (9.6)$$

Jelikož je mezní štíhlost menší než štíhlost zadaného prutu, nacházíme se v nepružné oblasti a pro výpočet kritické síly musíme použít Tetmayerův vztah (8.4).

$$\sigma_{krit} = a - b\lambda = 320 - 1,2 \cdot 97,4 = 203,12 \text{ MPa}. \quad (9.7)$$

Konstanty a a b pro ocel jsou dané ($a = 320 \text{ MPa}$, $b = 1,2 \text{ MPa}$)

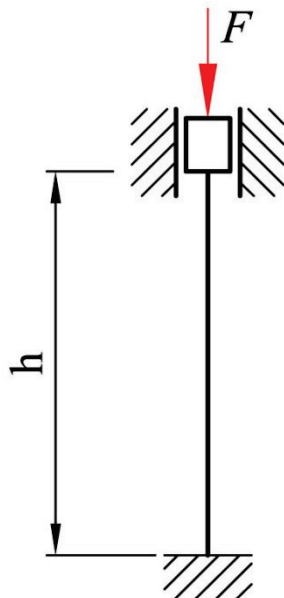
Kritickou sílu, kterou konstrukce ještě přenese, aniž by došlo ke ztrátě stability tvaru, pak vypočteme pomocí již známé hodnoty σ_{krit}

$$F_{krit} = \sigma_{krit} \cdot S = 203,12 \cdot 945,6 \cong 192\,070 \text{ N} \cong \mathbf{192 \text{ kN}}. \quad (9.8)$$



9.2 PŘÍKLAD 13

Prut na Obr. 9.2 je na jedné straně vetknut a na druhé straně umístěn vertikálně posuvně a má výšku $h = 2$ m. Prut je vyroben ze dřeva o materiálových vlastnostech $E = 8 \cdot 10^3$ MPa, $\sigma_u = 19,5$ MPa. Průřez prutu nemá žádnou osu symetrie a je zobrazen na Obr. 9.2.



Obr. 9.2 Zadání úlohy

Pro uložení dřevěného prutu z Obr. 9.2 je koeficient $n = 0,5$ dle Tab. 3. Nejprve spočítáme mezní štíhlost prutu

$$\lambda_{mez} = \frac{\pi}{n} \sqrt{\frac{E}{\sigma_u}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{8 \cdot 10^3}{19,5}} \approx 127,3. \quad (9.9)$$

Minimální poloměr kvadratického momentu plochy

$$j_{min} = \sqrt{\frac{J_{Tmin}}{S}} = \sqrt{\frac{5\,818,6}{268}} \approx 4,66 \text{ mm}. \quad (9.10)$$

Štíhlost zadaného prutu je

$$\lambda = \frac{h_{red}}{j_{min}} = \frac{0,5 \cdot 2000}{4,66} \approx 214,6, \quad (9.11)$$

$$\lambda > \lambda_{mez} \rightarrow \text{pružná oblast – Eulerův vztah}. \quad (9.12)$$

Jelikož je mezní štíhlost prutu menší než štíhlost prutu, nacházíme se v pružné oblasti a pro výpočet kritické síly můžeme použít Eulerův vztah

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 E \cdot J_{Tmin}}{h_{red}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 5818,6}{(0,5 \cdot 2000)^2} = 459 \text{ N}. \quad (9.13)$$

