INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ

PRUŽNOST A PEVNOST 2 – V PŘÍKLADECH

Příklady V

doc. Ing. Karel Frydrýšek, Ph.D., ING-PAED IGIP
Ing. Milan Sivera
Ing. Richard Klučka
Ing. Josef Sedlák
Ing. Luboš Pečenka
Ing. Michal Šofer

Ostrava 2013

© Ing. Lukáš OTTE, Ph.D.
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3020-9

Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

10 PŘÍKLADY V

OBSAH KAPITOLY:

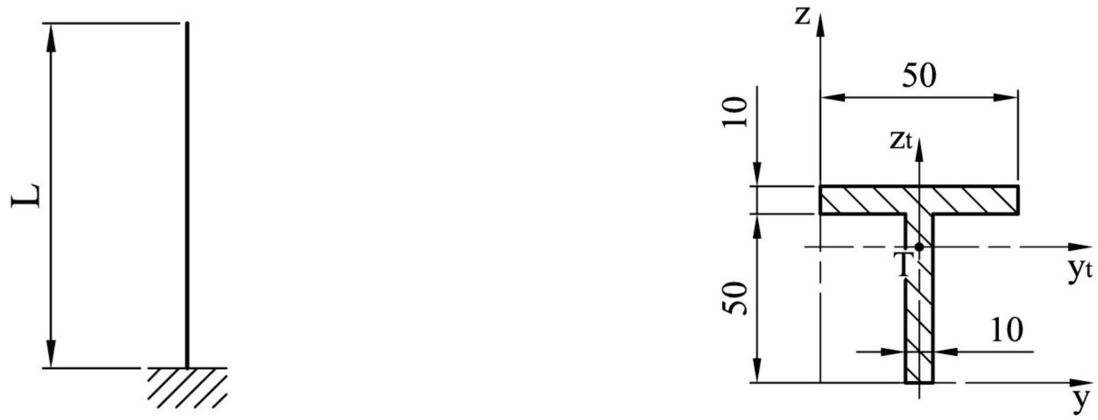
Výpočet pružného vzpěru přímého prutu.

CÍL:

Stanovení kritické síly a kritického napětí případ uložení prutu.

10.1 PŘÍKLADY 14

Vetknutý prut vyrobený z oceli je zahříván a tímto působením může dojít ke ztrátě stability tvaru prutu. Určete teplotní rozdíl, při kterém ke ztrátě stability dojde a jaká je tímto kritickým působením vyvinuta síla.
Zadané hodnoty jsou $\mathrm{E} = 2{,}1.10^5$ MPa, $\sigma_u = 210$ MPa, $\alpha = 12.10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$. Rozměry průřezu jsou zadané na Obr. 10.1.



Obr. 10.1 Zadání úlohy

Kritickou hodnotu síly, kterou zahřívaný prut přenese, aniž by došlo se ztrátě stability tvaru, vypočteme za pomocí vztahu pro tepelnou deformaci

$$F_{krit} = \sigma_t \cdot S = E \cdot \varepsilon_t \cdot S = E \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot S. \tag{10.1}$$

Tuto kritickou sílu můžeme vypočítat i pomocí vztahů pro ztrátu stability tvaru

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 E \cdot J_{Tmin}}{L_{red}^2}. \tag{10.2}$$

Porovnáním vztahů (10.1) a (10.2) pak můžeme vypočítat rozdíl teploty ΔT, při které dojde ke ztrátě stability tvaru

$$\Delta T = \frac{\pi^2 \cdot J_{Tmin}}{\alpha \cdot S \cdot L_{red}^2}. \tag{10.3}$$

Nejprve je opět nutné posoudit konstrukci z hlediska možnosti použití Eulerovi nebo Tetmayerovy teorie. Mezní štíhlost pro ocel, kde vetknutý prut má konstantu n = 2

$$\lambda_{mez} = \frac{\pi}{n}\sqrt{\frac{E}{\sigma_u}} = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{2{,}1.10^5}{210}} \cong 49{,}68. \tag{10.4}$$

Pro štíhlost zadaného prutu musíme nejdříve určit minimální kvadratický moment průřezu. Jelikož se jedná o průřez s jednou osou symetrie (viz Obr. 10.1), je nutné vypočítat nejdříve těžiště a poté spočítat kvadratické momenty průřezu vůči těžištním osám.
Výpočet těžiště

$$y_T = \frac{25 \cdot 10 \cdot 50 + 25 \cdot 10 \cdot 50}{10 \cdot 50 + 10 \cdot 50} = 25mm, \tag{10.5}$$

$$z_T = \frac{25 \cdot 10 \cdot 50 + 55 \cdot 10 \cdot 50}{10 \cdot 50 + 10 \cdot 50} = 40mm. \tag{10.7}$$

Výpočet kvadratických momentů průřezu

$$J_{yT} = \frac{10 \cdot 50^3}{12} + 10 \cdot 50 \cdot (40 - 25) + \frac{50 \cdot 10^3}{12} + 10 \cdot 50 \cdot (55 - 40) = \\ = 123\,333\ mm^4, \tag{10.8}$$

$$J_{zT} = \frac{50 \cdot 10^3}{12} + \frac{10 \cdot 50^3}{12} = 108\,333\ mm^4 = J_{Tmin}. \tag{10.9}$$

Tímto jsme stanovili hodnotu minimálního kvadratického momentu průřezu a to $J_{Tmin} = 108\,333\ mm^4$.

Obsah plochy průřezu

$$S = 10 \cdot 50 + 10 \cdot 50 = 1\,000\ mm^2. \tag{10.10}$$

Minimální poloměr kvadratického momentu průřezu

$$j_{min} = \sqrt{\frac{J_{Tmin}}{S}} = \sqrt{\frac{108\,333}{1000}} \cong 10{,}4\ mm. \tag{10.11}$$

Štíhlost zadaného prutu

$$\lambda = \frac{L_{red}}{j_{min}} = \frac{2.1000}{10{,}4} \cong 192{,}3. \tag{10.12}$$

$$\lambda > \lambda_{mez} \rightarrow pružná\ oblast - Eulerův\ vztah \tag{10.13}$$

Jedná se o pružný vzpěr tudíž lze použít Eulerovu teorii pro výpočet kritické síly

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 E \cdot J_{Tmin}}{L_{red}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2{,}1.10^5 \cdot 108\,333}{(2.1000)^2} \cong 56\,133\ N. \tag{10.14}$$

Ze vztahu (10.3) pak určíme maximální rozdíl teplot

$$\Delta T = \frac{\pi^2 \cdot J_{Tmin}}{\alpha \cdot S \cdot L_{red}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 108\,333}{12.10^{-6} \cdot 1000 \cdot 1000^2 \cdot 2^2} = 22{,}3\ °C. \tag{10.15}$$