

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



**PRUŽNOST A PEVNOST 2 –
V PŘÍKLADECH**

Kvadratický moment a těžiště průřezu nosníku

doc. Ing. Karel Frydryšek, Ph.D., ING-PAED IGIP

Ing. Milan Sivera

Ing. Richard Klučka

Ing. Josef Sedlák

Ing. Luboš Pečenka

Ing. Michal Šofer

Ostrava 2013

© Ing. Lukáš OTTE, Ph.D.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3020-9



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	KVADRATICKÝ MOMENT A TĚŽIŠTĚ PRŮŘEZU NOSNÍKU	3
1.1	Obecný postup řešení.....	4
1.2	Příklad 1.....	4



1 KVADRATICKÝ MOMENT A TĚŽIŠTĚ PRŮŘEZU NOSNÍKU



OBSAH KAPITOLY:

Obecný postup řešení.

Kvadratický moment průřezu.

Těžiště průřezu nosníku.



CÍL:

Těžiště obecné plochy,

kvadratický moment průřezu,

hlavní centrální kvadratický moment průřezu.



1.1 OBECNÝ POSTUP ŘEŠENÍ

1/Libovolně si zvolíme souřadný systém

2/Pomocí tohoto zvoleného souřadného systému vypočítáme souřadnice těžiště

$$y_T = \frac{\sum_{i=1}^n y_{Ti} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}, z_T = \frac{\sum_{i=1}^n z_{Ti} \cdot S_i}{\sum_{i=1}^n S_i}. \quad (1.1)$$

3/Vzhledem k těžištním osám vypočítáme kvadratický moment průřezu J_y a J_z , případně pokud průřez nemá ani jednu osu symetrie, pak vypočítáme i deviační moment

$$J_{yT} = \iint_A z^2 dA, J_{zT} = \iint_A y^2 dA, J_{yTzT} = \iint_A yz dA. \quad (1.2)$$

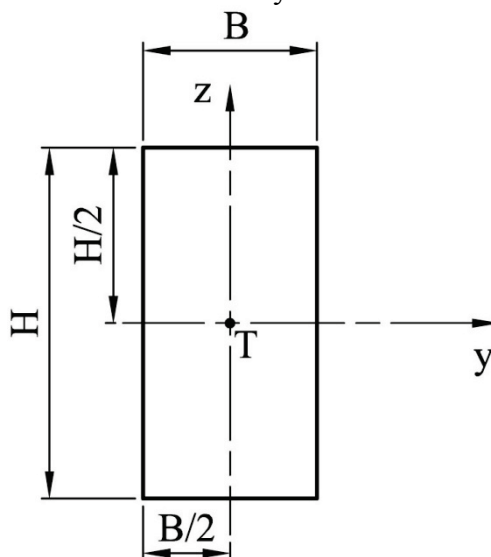
4/Vypočítáme hlavní centrální kvadratické momenty a polohu natočení hlavních os kolem středu v těžišti plochy

$$J_{T_{max,min}} = \frac{J_{yT} + J_{zT}}{2} \pm \sqrt{\frac{(J_{yT} - J_{zT})^2}{4} + J_{yTzT}^2},$$

$$\theta_T = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{2J_{yTzT}}{J_{zT} - J_{yT}} \right). \quad (1.3)$$

1.2 PŘÍKLAD 1

Odvod'te obecně vztahy pro kvadratické momenty obdélníkového průřezu.



Obr. 1.1 Rozměry průřezu

Souřadný systém si zvolíme do těžiště průřezu, jedná se o obdélníkový průřez o šířce B a výšce H (Obr. 1.1) se dvěma osami symetrie.

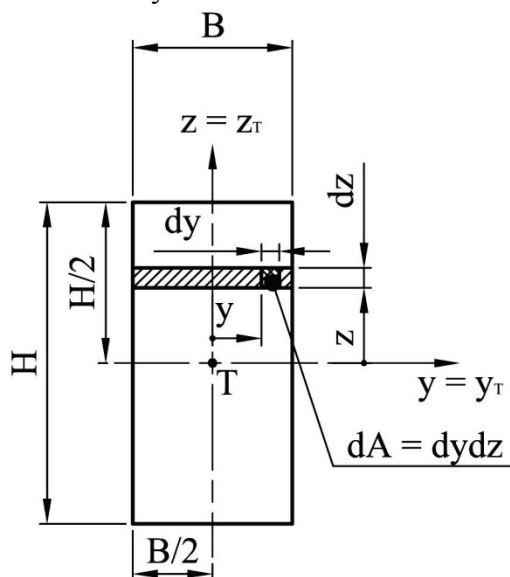
Pro výpočet kvadratických momentů průřezu pak využijeme vztahů (budou použity i v následujících příkladech)

$$J_{yT} = \iint_A z^2 dA, J_{zT} = \iint_A y^2 dA. \quad (1.4)$$

Pro odvození vztahů vyjmeme z obdélníkového průřezu ve výšce z element výšky dz a šířky dy ve vzdálenosti y od osy z . Jelikož máme souřadný systém umístěný v těžišti plochy, pak



integrační meze v ose y jsou velikosti $H/2$ v kladném i záporném směru a v ose z pak $B/2$ taktéž v záporném i kladném směru osy



Obr. 1.2 Vyjmutí elementu

$$J_{yT} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} z^2 dy dz = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} z^2 dz \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} 1 dy = \left[\frac{z^3}{3} \right]_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} [y]_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} = \frac{BH^3}{12}. \quad (1.5)$$

$$J_{zT} = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} y^2 dy dz = \int_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} 1 dz \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} y^2 dy = [y]_{-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left[\frac{y^3}{3} \right]_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} = \frac{HB^3}{12}. \quad (1.6)$$

Deviační moment setrvačnosti u symetrického průřezu, kde souřadné osy, vůči nimž počítáme moment setrvačnosti, tvoří osy symetrie je nulový.

