

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Výpočet faktoru intenzity napětí reálných trhlin

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

3	VÝPOČET FAKTORU INTENZITY NAPĚTÍ REÁLNÝCH TRHLIN	3
3.1	Otevření kořene trhliny	4
3.2	Problematika reálných trhlin.....	4
3.3	Řešené příklady	6
3.4	Příklady k procvičení.....	8
3.5	Literatura.....	9



3 VÝPOČET FAKTORU INTENZITY NAPĚTÍ REÁLNÝCH TRHLIN

**OBSAH KAPITOLY:**

Otevření kořene trhliny.

Problematika reálných trhlin.

V

**MOTIVACE:**

V předchozím studiu jsme se seznámili s výpočtem faktoru intenzity napětí průchozích trhlin. Většina trhlin v tělesech je situována na povrchu anebo pod povrchem a neprochází stěnou tělesa jako průchozí trhliny. K posouzení přípustnosti těchto defektů je nutno stanovit faktory intenzity napětí reálných trhlin.

V této kapitole jsou uvedeny výpočty faktorů intenzity napětí těles s trhlínami, se kterými se běžně setkáváme v technické praxi.

**CÍL:**

Otevření kořene trhliny

Výpočet faktoru intenzity napětí reálných trhlin.

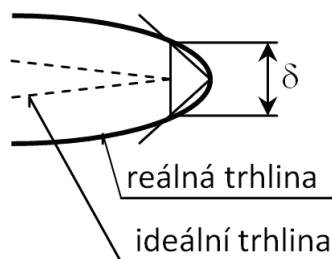


3.1 OTEVŘENÍ KOŘENE TRHLINY

V důsledku plastických deformací dochází k oddálení lícních ploch a dochází k otevření kořene trhliny. V literatuře je tento problém označován pojmem COD (Crack Opening Displacement). Z hlediska lomové mechaniky je důležité otevření na čele trhliny δ (obr.1) (CTOD - Crack Tip Opening Displacement).



Audio 1.1 Otevření trhliny



Obrázek 1

Otevření kořene trhliny δ je možno odvodit pomocí funkce komplexní proměnné [1]

$$\delta = \frac{8R_e l}{\pi E} \ln \sec \left(\frac{\pi \sigma}{2R_e} \right) = \frac{8R_e l}{\pi E} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma}{2R_e} \right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi \sigma}{2R_e} \right)^4 + \dots \right] \quad (3.1)$$

Jestliže je σ vůči R_e malé, lze použít prvního členu rozvoje v závorce, tedy

$$\delta = \frac{\pi \sigma^2 l}{ER_e} = \frac{K_I^2}{ER_e} \quad (3.2)$$

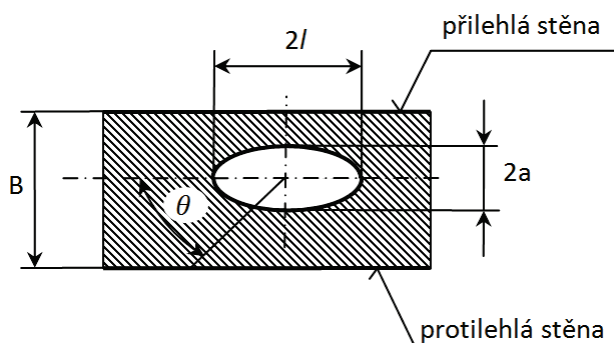
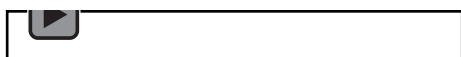
Z rovnice je zřejmé, že otevření kořene trhliny δ je úměrné druhé mocnině faktoru intenzity napětí.

3.2 PROBLEMATIKA REÁLNÝCH TRHLIN

Obecné tvary defektů bývají nahrazovány elipsou v případě vnitřních trhlin (obr.2) a polovinou elipsy v případě povrchových trhlin (obr.3).

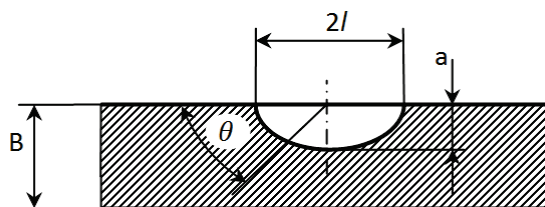


Audio 1.2 Tvary efektů



Obrázek 2





Obrázek 3

K posouzení přípustnosti reálných trhlin lze odvodit faktor intenzity napětí reálných trhlin [1]



Audio 1.3 Posouzení přístupnosti



$$K_{Ir} = \frac{M_t M_s \sigma \sqrt{\pi a}}{\Phi_2} \quad (3.3)$$

kde

a – velikost vedlejší poloosy elipsy

M_t, M_s – korekční faktory na přilehlou a protilehlou stěnu trhliny

Φ_2 – úplný eliptický integrál II. druhu

Výše zmíněné veličiny M_t, M_s, Φ_2 jsou definovány následovně

$$M_t = 1 + b \left(\frac{a}{B} \right)^n \quad (3.4)$$

kde

$$b = \left[0,08 + 2,6 \frac{a}{l} + 12 \left(\frac{a}{2l} \right) \right]^{-1} \quad (3.5)$$

$$n = 2 + \left[1,5 + 200 \left(\frac{a}{2l} \right) \right]^{-1} + 45 \left(\frac{a}{2l} \right)^{4,8} \quad (3.6)$$

Dále je

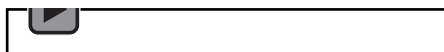
$$M_s = 1 + 0,12 \left(1 - \frac{a}{2l} \right)^2 \quad (3.7)$$

$$\Phi_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{l^2 - a^2}{l^2} \right) \sin^2 \theta} d\theta \quad (3.8)$$

Na základě zkušeností lze usoudit, že každé reálné trhlíně odpovídá fiktivní průchozí trhlina o délce l_f , která má stejné otevření kořene trhliny, respektive stejný faktor intenzity napětí.



Audio 1.4 Fiktivní trhliny



Jestliže faktor intenzity napětí fiktivní průchozí trhliny je roven

$$K_{Ir} = K_{If} \quad (3.9)$$

Obdržíme z podmínky

$$l_f = a \left(\frac{M_t M_s}{\Phi_2} \right)^2 \quad (3.10)$$

Dále musí být splněna podmínka

$$l_f \leq l_c \quad (3.11)$$

kde l_c je kritická délka trhliny. Stanovení kritické délky trhliny bude probráno v dalším studiu.

K zapamatování:

- Otevření kořene trhliny – úměrné druhé mocnině faktoru intenzity napětí.
- Obecné tvary defektů -nahrazovány elipsou v případě vnitřních trhlin (obr.2) a polovinou elipsy v případě povrchových trhlin.

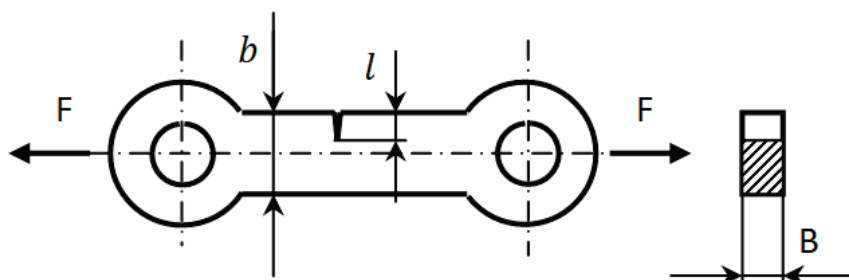


- Každé reálné trhlíně odpovídá fiktivní průchozí trhlina o délce l_f která má stejné otevření kořene trhliny, respektive stejný faktor intenzity napětí.

3.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Určete velikost faktoru intenzity napětí, velikost plastické zóny před čelem trhliny na povrchu a uvnitř tělesa pro součást s trhlinou (obr.1). Mez kluzu materiálu $R_e = 360\text{MPa}$.



$$F = 10^6\text{N}$$

$$l = 30\text{mm}$$

$$b = 300\text{mm}$$

$$B = 20\text{mm}$$

Obrázek 1

Řešení:

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny Y [1]

$$Y = \left[1.12 - 0.231 \left(\frac{l}{b} \right) + 10.55 \left(\frac{l}{b} \right)^2 - 21.72 \left(\frac{l}{b} \right)^3 + 30.39 \left(\frac{l}{b} \right)^4 \right]$$

pro

$$\frac{l}{b} = \frac{30}{300} = 0.1$$

je

$$Y = 1.184$$

Normálové napětí

$$\sigma = \frac{F}{bB} = \frac{10^6}{0.3 \times 0.02} = 167\text{MPa},$$

a faktor intenzity napětí

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} Y = 167 \times \sqrt{\pi \times 0.03} \times 1.184 = 60.7\text{MPa}\sqrt{\text{m}}.$$

Velikost plastické zóny

$$r_{p\sigma} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{R_e} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{60.7}{360} \right)^2 = 9.05\text{mm}$$

$$r_{p\varepsilon} = \frac{r_\sigma}{6} = 1.51\text{mm}$$

Dosažení stavu rovinné deformace je v hloubce

$$h = r_{p\sigma} - r_{p\varepsilon} = 9.05 - 1.51 = 7.54\text{mm}$$

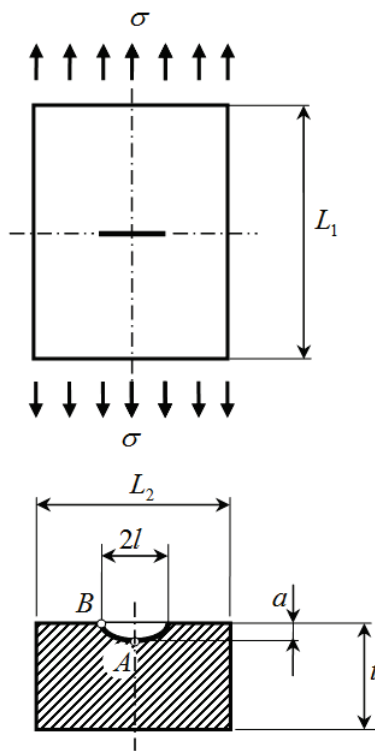
Otevření kořene trhliny

$$\delta = \frac{K_I^2}{E R_e} = \frac{60.7^2}{2 \times 10^5 \times 360} = 5.1 \times 10^{-5}\text{m} = 5.1 \times 10^{-2}\text{mm}$$

Příklad 2

Stanovte faktor intenzity napětí povrchové trhliny v případě tlusté desky, která je namáhána tahovým napětím σ (obr.2)





Obrázek 2

Zadané hodnoty: $l = 10 \text{ mm}$, $a = 10 \text{ mm}$, $L_1 = 200 \text{ mm}$, $t = 50 \text{ mm}$, $\sigma = 50 \text{ MPa}$.

Řešení:

Pro povrchovou trhlinu je hodnota faktoru intenzity napětí pro povrchovou trhlinu dána výrazem (platí pro vedlejší vrchol elipsy – bod A)

$$K_{IA} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a} M_t M_s}{\Phi_2}$$

Korekční faktory M_t a M_s jsou dány vztahy

$$M_t = 1 + b \left(\frac{a}{t} \right)^n$$

kde

$$b = \left[0.08 + 2.6 \frac{a}{2l} + 12 \left(\frac{a}{2l} \right) \right]^{-1}$$

$$n = 2 + \left[1.5 + 200 \left(\frac{a}{2l} \right) \right]^{-1} + 45 \left(\frac{a}{2l} \right)^{4.8}$$

a

$$M_s = 1 + 0.12 \left(1 - \frac{a}{2l} \right)^2$$

Po dosazení zadaných hodnot do výše uvedených vztahů obdržíme:

$$\Phi_2 = \pi/2$$

$$b = 0.1355$$

$$n = 3.625$$

$$M_t = 1$$

$$M_s = 1.03$$

a hodnota faktoru intenzity napětí bude



$$K_{IA} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a} M_t M_s}{\phi_2} = \frac{50 \times \sqrt{\pi \times 10} \times 1 \times 1.03}{\pi/2} = 183.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

Pro vrchol B platí [3]

$$K_{IB} = s K_{IA}$$

kde

$$s = \left[1.1 + 0.35 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{a}{l}}$$

Po dosazení

$$s = 1.114$$

a

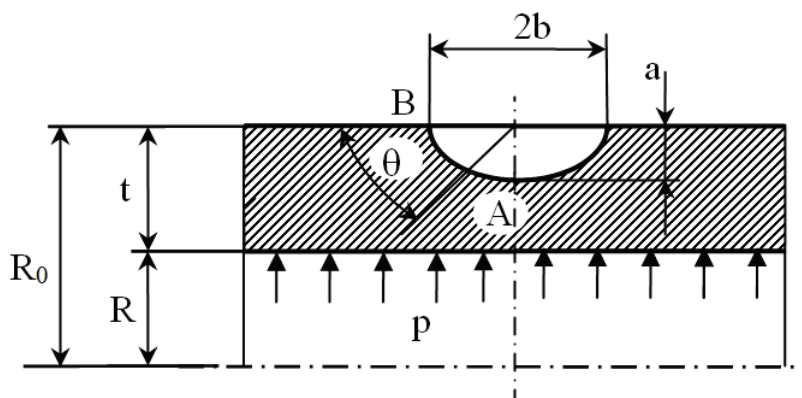
$$K_{IB} = 205 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

3.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Určete faktor intenzity napětí půlkruhové trhliny v tlakové nádobě (obr.3), jestliže je dáno:

$R = 40 \text{ mm}$, $R_0 = 50 \text{ mm}$, $a = b = 5 \text{ mm}$, $p = 20 \text{ MPa}$.



Obrázek 2

Poznámka: uvažujte tenkostěnnou nádobu. Obvodové napětí je rovno $\sigma_t = \frac{pD}{2t}$.

Výsledek:

$$K_{IA} = 211.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

$$K_{IB} = 235.3 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$



3.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava, 2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Zemánková, J. *Technická mechanika I. Úvod do lomové mechaniky*. ČVUT Praha, 1981. 123s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Vlk, M. Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf
- [5] Wang, C.H. *Introduction to fracture mechanics*. Elektronický učební text. www.dsto.defence.gov.au/publications/1880/DSTO-GD-0103.pdf

