

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Vliv středního napětí na únavovou pevnost, smyčkové diagramy

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

9	VLIV STŘEDNÍHO NAPĚTÍ NA ÚNAVOVOU PEVNOST, SMYČKOVÉ DIAGRAMY	3
9.1	Vliv středního napětí na životnost součásti	4
9.1.1	Haighův diagram	4
9.1.2	Smithův diagram	6
9.1.3	Gerber-Weyrauchův diagram	7
9.2	Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy	7
9.3	Řešené příklady	8
9.4	Příklady k procvičení	10
9.5	Literatura	11



9 VLIV STŘEDNÍHO NAPĚTÍ NA ÚNAVOVOU PEVNOST, SMYČKOVÉ DIAGRAMY



OBSAH KAPITOLY:

Smyčkové diagramy (Haighův diagram, Smithův diagram, Gerber-Weyrauchův diagram).

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy.



MOTIVACE:

K posouzení vlivu středního napětí na životnost součástí slouží smyčkové diagramy. V přednášce je vysvětlena konstrukce a použití jednotlivých diagramů.

V této kapitole je posouzen vliv nesymetrie cyklu na mez únavy.



CÍL:

Vliv středního napětí na únavovou pevnost. Smyčkové diagramy.

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy při asymetrickém cyklu.

Mez únavy hladkých těles.

Uveďte hlavní vlivy na mez únavy hladkých těles.



9.1 VLIV STŘEDNÍHO NAPĚTÍ NA ŽIVOTNOST SOUČÁSTI

Skutečné zatěžování těles a konstrukcí je zpravidla nesymetrické, se statickou (střední) složkou napětí σ_m různou od nuly. Experimentálně bylo prokázáno, že pokud zvětšíme střední složku napětí σ_m , musíme zmenšit amplitudu napětí σ_a , aby životnost zůstala zachována. K posouzení vlivu středního napětí na mez únavy slouží tzv. smyčkové diagramy a to zejména:

- Haighův diagram- udávající závislost $\sigma_a = f(\sigma_m)$
- Smithův diagram- udávající závislost $\sigma_h, \sigma_d = f(\sigma_m)$
- Gerber-Weyrauchův - udávající závislost $\sigma_d = f(\sigma_h)$



Audio 9.1 Smyčkové diagramy



Jednotlivými smyčkovými diagramy se nyní budeme zabývat podrobněji.

9.1.1 Haighův diagram

Na obr.1 je znázorněna mezní křivka Haighova diagramu. Libovolný bod mezní křivky souvisí se součinitelem nesymetrie cyklu R podle vztahu

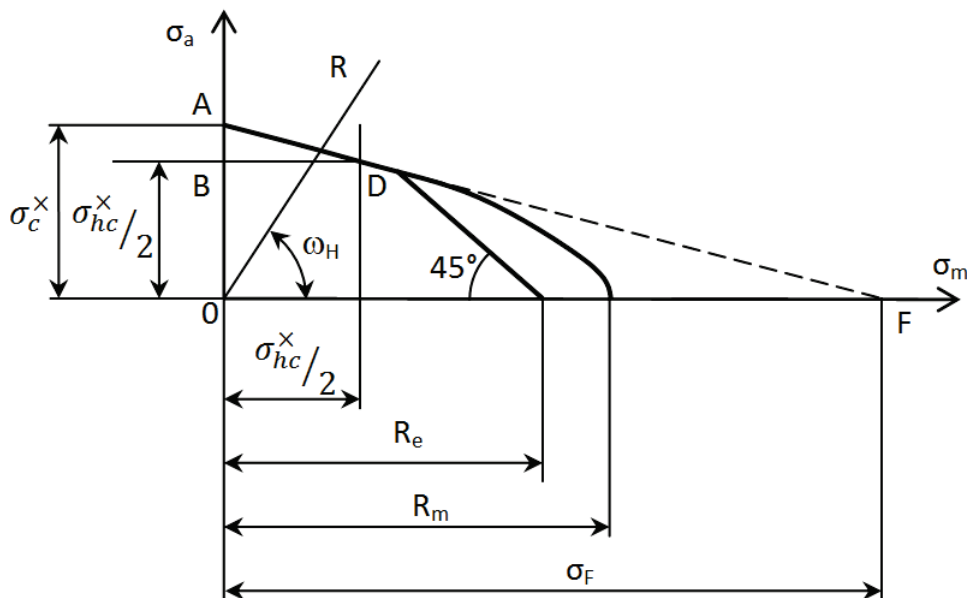
$$\operatorname{tg} \omega_H = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-R}{1+R} \quad (9.1)$$

Ve skutečnosti pro konstrukci Haighova diagramu stačí znát mez únavy v symetrickém střídavém cyklu σ_c^x a v mívivém cyklu σ_{hc}^x (v obrázku jsou uvedeny meze únavy pro hladká tělesa $\sigma_c^x, \sigma_{hc}^x$).

V případě symetrického střídavého cyklu jsou střední napětí σ_m a amplituda napětí σ_a rovny $\sigma_m = 0; \sigma_a = \sigma_c^x$ (9.2)

a v případě mívivého cyklu

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{hc}^x}{2} \quad (9.3)$$



Obrázek 1

Část mezní křivky mezi body Haighova diagramu, znázorňující symetrický střídavý cyklus (bod A) a mívivý cyklus (bod D) je málo zakřivena a v praxi ji nahrazujeme přímkou, která vyťíná na vodorovné ose úsek, odpovídající fiktivnímu napětí σ_F . Toto napětí můžeme určit z podobnosti trojúhelníků ABD a AOF, tedy



$$\sigma_F = \frac{\sigma_c^x}{2 \frac{\sigma_c^x}{\sigma_{hc}^x} - 1} = \frac{\sigma_c}{\psi}, \quad (9.4)$$

kde

ψ - koeficient citlivosti k asymetrii cyklu.

V oblasti vysokocyklové únavy nepřipustíme napětí vyšší než mez kluzu materiálu R_e . Proto jsou v obr.1 střední složka napětí σ_m a amplituda napětí σ_a omezeny přímkou pod úhlem 45° .

K popisu mezních křivek se nejčastěji používají následující aproximace (obr.2):

a) Modifikovaná Goodmanova přímka

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (9.5)$$

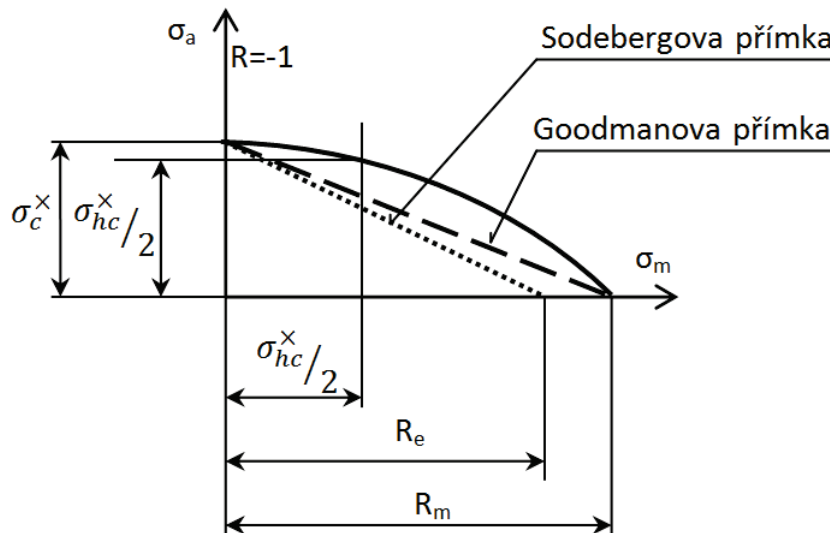
b) Sodebergova přímka – (v případě konstrukcí, jejichž porucha by měla katastrofické následky)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (9.6)$$

c) Gerberova parabola

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (9.7)$$

tato rovnice dobře charakterizuje únavovou pevnost tvářených materiálů při tahovém předpětí; v oblasti záporných středních napětí $\sigma_m < 0$ nevede k růstu přípustných amplitud napětí σ_a . V těchto případech je vhodnější použít modifikovanou Goodmanovu přímku.



Obrázek 2

V případě namáhání krutem lze psát obdobné rovnice, ve kterých ovšem nezáleží na smyslu středního smyčkového napětí τ_m , tedy

$$\frac{\tau_a}{\tau_c^x} = 1 - \left(\frac{|\tau_m|}{\tau_p} \right)^k \quad (9.8)$$

kde

$$\tau_p = \frac{M_{kp}}{W_k} \quad (9.9)$$

M_{kp} - statický kroutící moment, vedoucí k lomu

W_k - moment odporu v krutu.

V rovnici (9.8) je exponent $k = 1$ pro modifikovanou Goodmanovu přímku a $k = 2$ pro Gerberovu parabolu.

9.1.2 Smithův diagram

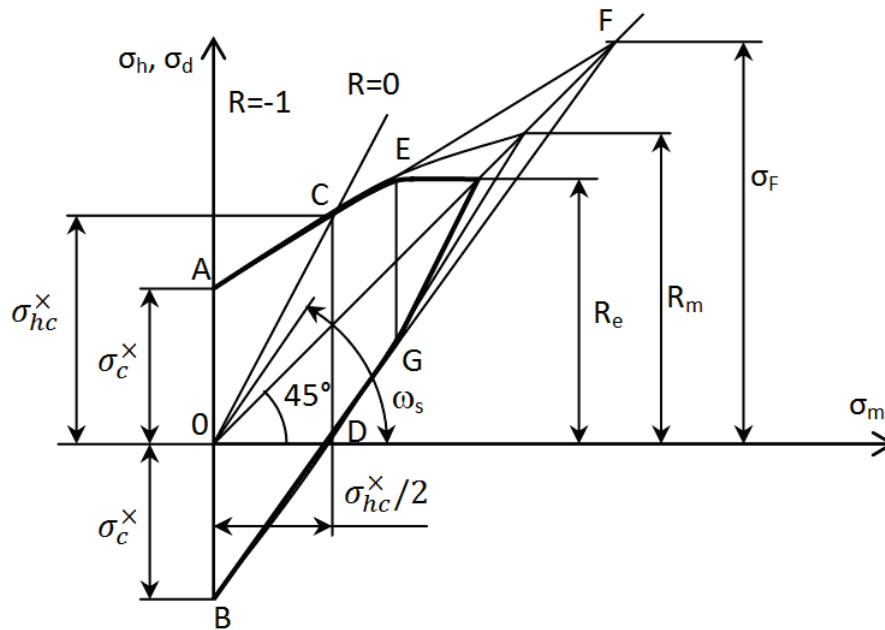
Obdobně jako u Haighova diagramu stačí pro konstrukci Smithova diagramu znát mez únavy v symetrickém střídavém cyklu σ_c^x a v mívivém cyklu σ_{hc} . V případě symetrického střídavého cyklu je

$$\sigma_m = 0; \sigma_h = -\sigma_d = \sigma_c^x \quad (9.10)$$

(body A a B v obrázku)

a v případě mívivého cyklu

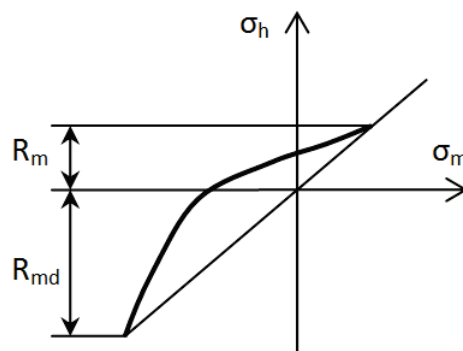
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{hc}^x}{2}; \sigma_h = \sigma_{hc}^x; \sigma_d = 0 \quad (9.11)$$



Obrázek 2

$$tg \omega_s = \frac{\sigma_h}{\sigma_m} = \frac{2}{1+R}. \quad (9.12)$$

V případě šedé litiny je Smithův diagram nesymetrický (obr.4). (R_{md} je mez pevnosti v tlaku).



Obrázek 4

Pro případ kladného středního napětí $\sigma_m > 0$ slouží k popisu mezní křivky následující rovnice [1]

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = \frac{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}}{1 + \frac{\sigma_m}{R_m}} \quad (9.13)$$



9.1.3 Gerber-Weyrauchův diagram

V případě symetrického střídavého cyklu je

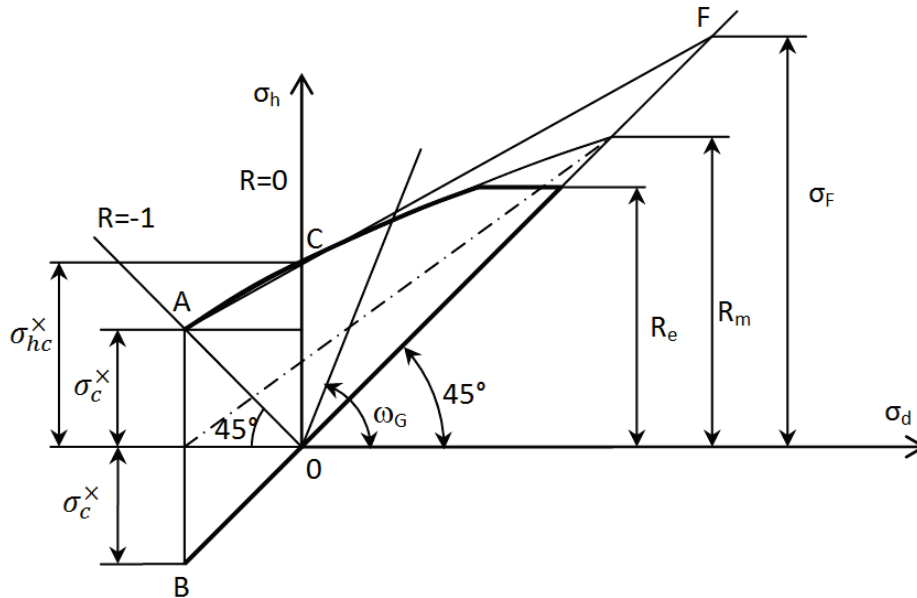
$$\sigma_h = -\sigma_d = \sigma_c^{\times} \quad (9.14)$$

(bod A v obrázku 5)

a v případě mívivého cyklu

$$\sigma_h = \sigma_{hc}^{\times}; \sigma_d = 0 \quad (9.15)$$

(bod C v obrázku 5).



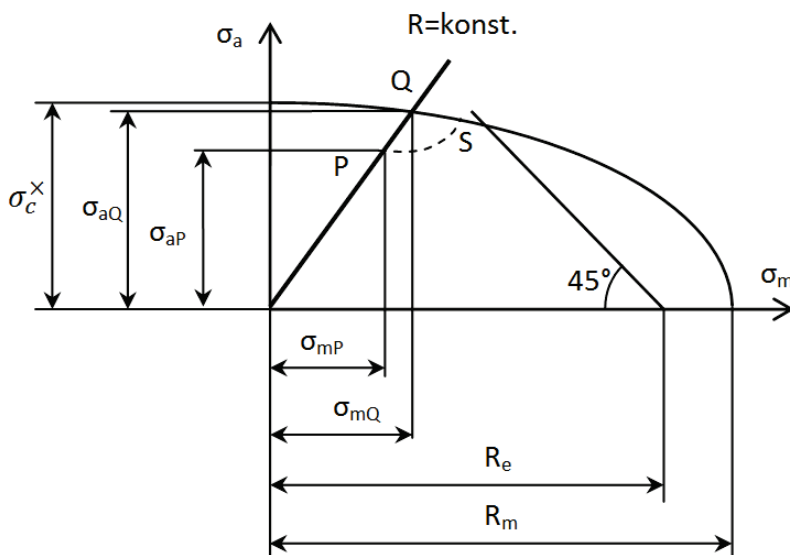
Obrázek 5

Diagram je opět tvořen dvěma větvemi. Horní větev určuje křivka procházející body AC, dolní větev je přímka, svírající s vodorovnou osou úhel 45° . Úhel ω_G souvisí se součinitelem nesymetrie cyklu podle vztahu

$$\operatorname{tg} \omega_G = \frac{\sigma_h}{\sigma_d} = \frac{1}{R}. \quad (9.16)$$

9.2 STANOVENÍ BEZPEČNOSTI VŮČI MEZI ÚNAVY

Namáhání dané součásti odpovídá v Haighově diagramu bod P, charakterizován středním napětím σ_{mP} a amplitudou napětí σ_{aP} . Bezpečnost vůči únavovému poškození závisí na změně těchto veličin v případě přetížení součásti. Nejjednodušší situace nastane, jestliže střední napětí i amplituda rostou při konstantním součiniteli nesymetrie cyklu R. Meznímu stavu odpovídá v Haighově diagramu bod Q (obr.6).



Obrázek 6

Součinitel bezpečnosti je tedy

$$k = \frac{\sigma_{aQ}}{\sigma_{aP}} = \frac{\sigma_{mQ}}{\sigma_{mP}}. \quad (9.17)$$

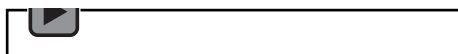
V mnohých případech však parametry cyklu vzrůstají nikoli podle přímky $R = \text{konst.}$, ale podle obecné křivky $\widehat{P\bar{S}}$. V tomto případě je součinitel bezpečnosti definován následovně:

$$k_a = \frac{\sigma_{aS}}{\sigma_{aP}}; \quad k_m = \frac{\sigma_{mS}}{\sigma_{mP}} \quad (9.18)$$

K zapamatování:

- Skutečné zatěžování těles - zpravidla nesymetrické, se statickou (střední) složkou napětí σ_m různou od nuly.
- K posouzení vlivu středního napětí na mez únavy slouží smyčkové diagramy. Ke konstrukci každého diagramu nutno znát – mez únavy v symetrickém střídavém cyklu σ_c a v míjivém cyklu σ_{hc} , dále mez kluzu R_e a mez pevnosti R_m .

Audio 9.2 K zapamatování

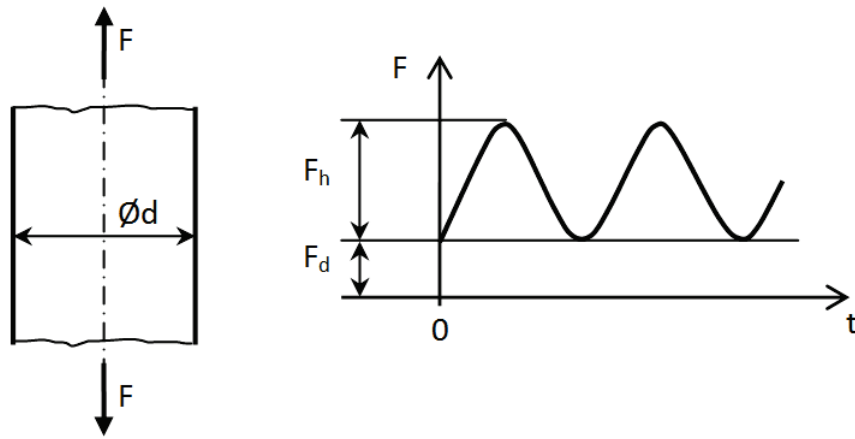


9.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Určete bezpečnost vůči mezi únavy u ocelového táhla, které je namáháno pulsující tahovou silou (obr. 1), jestliže je dáno:





Obrázek 1

Velikost zátěžných sil: $F_h = 100\text{ kN}$, $F_d = 30\text{ kN}$.

Mechanické vlastnosti materiálu: mez pevnosti $R_m = 690\text{ MPa}$, mez kluzu $R_e = 470\text{ MPa}$, mez únavy v symetrickém střídavém cyklu $\sigma_{ct(5)} = 260\text{ MPa}$.

Povrch součásti je obroben.

K výpočtu aproximace Haighova diagramu použijte Goodmanovu přímku.

Řešení:

Součinitel nesymetrie cyklu je

$$R = \frac{F_d}{F_h} = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = 0.3$$

Horní napětí cyklu σ_h bude

$$\sigma_h = \frac{F_h}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{100 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 30^2} = 141.5\text{ MPa}$$

Zbývajících napětí je možno vyjádřit pomocí součinitele nesymetrie cyklu

$$\begin{aligned}\sigma_d &= R\sigma_h = 0.3 \times 141.5\text{ MPa} = 42.45\text{ MPa} \\ \sigma_a &= \frac{\sigma_h - \sigma_d}{2} = \frac{\sigma_h}{2}(1 - R) = \frac{141.5}{2} \times (1 - 0.3) = 49.5\text{ MPa} \\ \sigma_m &= \frac{\sigma_h + \sigma_d}{2} = \frac{\sigma_h}{2}(1 + R) = \frac{141.5}{2} \times (1 + 0.3) = 92\text{ MPa}\end{aligned}$$

Pro $R_m = 690\text{ MPa}$ a obrobený povrch určíme z diagramu (obr.4 – kapitola 8) součinitel jakosti povrchu $\eta_p = 0.89$.

Součinitel velikosti součásti v určíme ze vztahu (8.3 – kapitola 8)

$$v = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{D}{d}} = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{30}{10}} = 0.852.$$

Mez únavy tedy bude

$$\sigma_c^x = \sigma_{ct(30)} = \sigma_{ct(5)} v \eta_p = 260 \times 0.852 \times 0.89 = 197.15\text{ MPa}$$

Přípustnou amplitudu napětí σ_{ap} určíme z Haighova diagramu (obr.2). Z počátku souřadnicového systému vedeme přímku pod úhlem $\omega_H = \arctg \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \arctg \frac{1-R}{1+R} = 28.3^\circ$ a průsečík této přímky s mezní přímku Goodmanovou určuje přípustné napětí σ_{ap} .

Zmíněné napětí σ_{ap} je možno rovněž určit analyticky na základě rovnice Goodmanovy přímky

$$\frac{\sigma_{ap}}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_{mp}}{R_m}$$

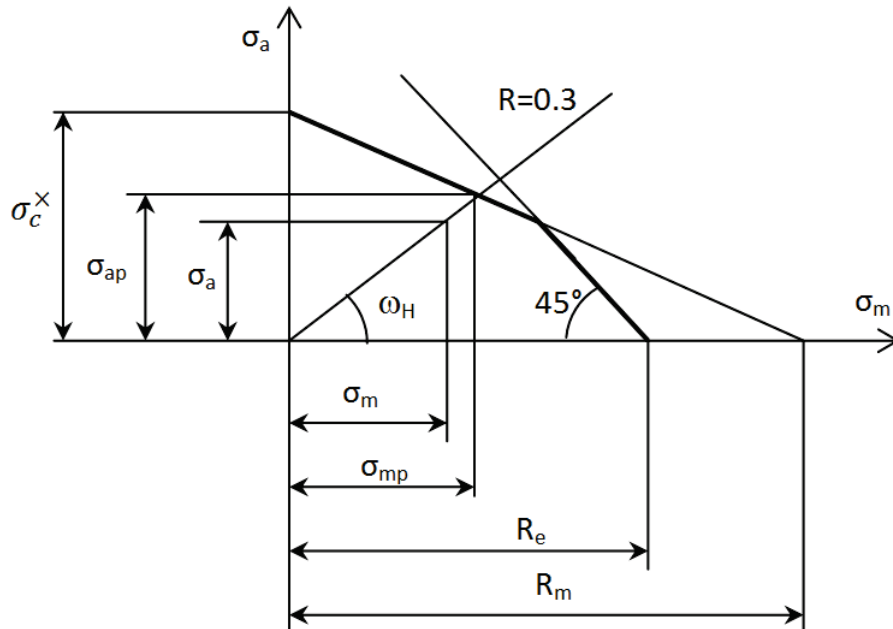
a po dosazení za σ_{ap} a σ_{mp} obdržíme



$$\frac{\sigma_{hp}(1-R)}{2\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_{hp}(1+R)}{2R_m}$$

Odtud

$$\sigma_{hp} = \frac{1}{\frac{1-R}{2\sigma_c^x} + \frac{1+R}{2R_m}} = \frac{1}{\frac{1-0.3}{2 \times 197.15} + \frac{1+0.3}{2 \times 690}} = 368 \text{ MPa}$$



Obrázek 2

a

$$\sigma_{ap} = \frac{\sigma_{hp}}{2} = \frac{368}{2}(1-0.3) = 128.9 \text{ MPa}$$

Součinitel bezpečnosti bude

$$k = \frac{\sigma_{ap}}{\sigma_a} = \frac{128.9}{49.5} = 2.6$$

9.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Určete bezpečnost vůči mezi únavy u ocelového táhla z příkladu č.1, jestliže je táhlo namáháno symetricky střídavým tahem-tlakem.

Výsledek $k = 3.98$



9.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf

