



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁNSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Iniciace a šíření únavových trhlin

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola bánská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

13	INICIACE A ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN	3
13.1	Iniciace únavových trhlin	4
13.2	Růst únavových trhlin	4
13.3	Řešené příklady	7
13.4	Příklady k procvičení:	10
13.5	Literatura.....	11



13 INICIACE A ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN



OBSAH KAPITOLY:

Iniciace únavových trhlin.

Rychlosť šírenia únavových trhlin – Paris –Erdoganova rovnica.



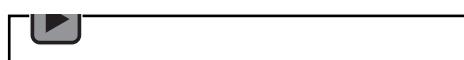
MOTIVACE:

Pro známou hodnotu počáteční délky trhliny (kterou např. zjistíme defektoskopickou kontrolou) je nutno stanovit potřebný počet cyklů, při kterém trhлина dosáhne kritické délky, vedoucí k lomu součásti. Uvedenou problematikou se zabývá předložená přednáška.

Na následujících příkladech je ukázána aplikace Paris - Erdoganovy rovnice.



Audio 13.1 Motivace



CÍL:

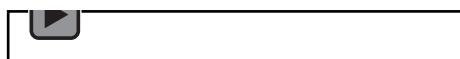
Iniciace a růst únavových trhlin. Paris-Erdoganova rovnice.



13.1 INICIACE ÚNAVOVÝCH TRHLIN

Životnost součástí je dána počtem cyklů do lomu N_f . Z hlediska únavového poškozování lze životnost součástí rozdělit do tří stádií. V prvním stadiu dochází ke změnám mechanických vlastností, které probíhají ve větším objemu materiálu (makroobjemu), ve druhém stadiu, které probíhá v mikroobjemech materiálů, dochází k nukleaci a spojování únavových mikrotrhlin. Ve třetím stadiu dochází k šíření únavové trhliny. První dvě stadia lze shrnout do jednoho – hovoříme o tzv. iniciaci únavové trhliny.

Audio 13.2 Iniciace trhlin



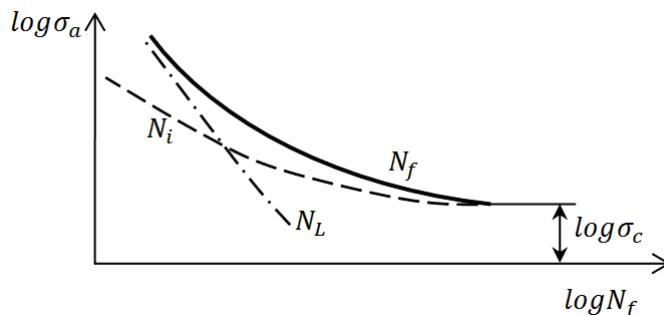
Celkový počet cyklů do lomu je dán vztahem

$$N_f = N_i + N_L \quad (13.1)$$

kde N_i - počet cyklů do iniciace trhliny

N_L - počet cyklů do rozšíření trhliny

Závislost počtu cyklů na amplitudě napětí je graficky znázorněna na obr. 1



Obrázek 1

V případě vysokocyklové únavy je N_i relativně velké, se zvyšující se amplitudou napětí N_i se zmenšuje a převládá N_L .

Počet cyklů do iniciace únavové trhliny udává např. řešení Mansonovo [1]

$$N_i = N_f - CN_f^{-c} \quad (13.2)$$

kde C, c jsou materiálové konstanty.

Pro martenzitickou vytvrditelnou ocel je

$$C = 14; c = -0.6 \quad (13.3)$$

13.2 RŮST ÚNAVOVÝCH TRHLIN

V průběhu cyklického zatížení dochází během každého cyklu k růstu únavových trhlin. Rychlosť šíření únavových trhlin $\frac{dl}{dN}$ při konstantní amplitudě napětí je zřejmě závislá na amplitudě faktoru intenzity napětí K_a (respektive na jeho rozkmitu ΔK_I), součiniteli nesymetrie cyklu R , historii zatěžování a vnějších faktorech (např. koroze, teplota).

Audio 13.3 Růst trhlin



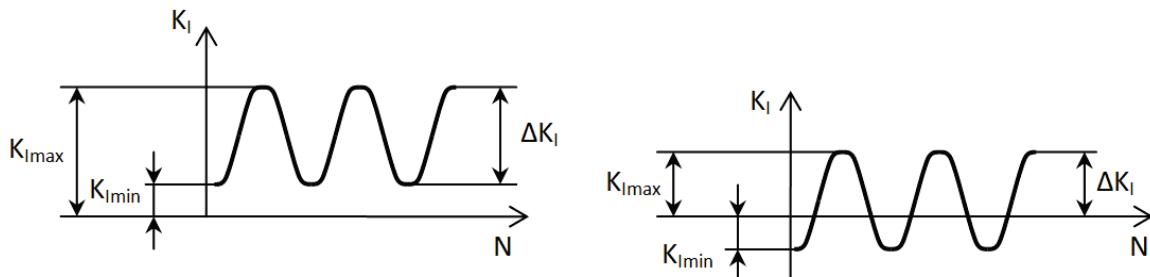
V této kapitole je uvažován pouze vliv faktoru intenzity napětí a nesymetrie cyklu na rychlosť šíření únavových trhlin. Tato závislost byla v 60. letech minulého století formulována Parisem a Erdoganem vztahem



$$\frac{dl}{dN} = A(\Delta K_I)^m \quad (13.4)$$

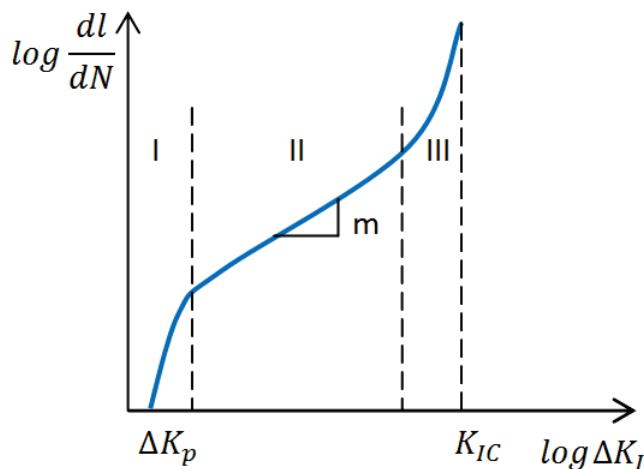
kde A, m jsou materiálové konstanty.

Je nutno podotknout, že tlaková část cyklu má tendenci trhliny uzavřít. Z těchto důvodů je nutno uvažovat rozkmit faktoru intenzity napětí jako rozkmit tahové části cyklu (obr.2)



Obrázek 2

Závislost rychlosti šíření únavových trhlin na rozkmitu faktoru intenzity napětí ΔK_I v logaritmických souřadnicích je znázorněna na obr.3.



Obrázek 3

Křivka, znázorňující rychlosť šíření únavových trhlin může být rozdělena do tří oblastí:

1. Prahová oblast - rychlosť šíření únavových trhlin je nulová anebo velice malá. V obr. 3 veličina ΔK_p je rozkmit prahové hodnoty faktoru intenzity napětí. Pod touto hodnotou se únavové trhliny nešíří.
2. Střední oblast – závislost rychlosť šíření únavových trhlin na faktoru intenzity napětí v logaritmických souřadnicích je téměř lineární. V této oblasti platí Paris-Erdoganův zákon.
3. Nestabilní oblast – trhliny rostou velice rychle a následuje lom.

Vliv prahové hodnoty faktoru intenzity napětí na rychlosť šíření únavových trhlin vyjadřuje Klesnil-Lukášův vztah

$$\frac{dl}{dN} = A(\Delta K_I^m - \Delta K_p^m). \quad (13.5)$$

Pro $\Delta K_I \rightarrow \Delta K_p$ klesá rychlosť šíření trhliny k nule, zatímco pro větší hodnoty ΔK_I je vliv prahové hodnoty ΔK_p vlivem exponentu m na rychlosť šíření únavových trhlin zanedbatelný.

Prahová hodnota ΔK_p závisí na odporu materiálu proti šíření trhlin K_{apz} a dále na velikosti vlastních napětí v plastické zóně trhliny.

Platí

$$\Delta K_p = K_{apz}^{(1-\alpha)} \Delta K_I^\alpha$$



kde α je konstanta ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Hodnoty odporu materiálu proti šíření trhliny K_{apz} jsou uvedeny v tabulce 1. Další materiálové konstanty jsou uvedeny v tabulkách 2 a 3 (převzato z [1]).

Materiál	Ocel 12013	Ocel 12010	Ocel 12060	Hliník	Měď	Mosaz	Titan	Nikl	Austenit
$K_{apz} [MPa\sqrt{m}]$	4.0	4.0	4.0	0.5	1.3	1.5	1.1	2.9	2.9

Tabulka 1

Ocel	$R_m [MPa]$	$\sigma_c [MPa]$	A	m	α
ČSN 12013	324	177	1.0539×10^{-11}	3.0522	0.360
ČSN 12010	441	209	1.699×10^{-11}	2.831	0.445
ČSN 12060	736	294	2.3660×10^{-11}	2.648	0.590
ČSN 12060 zušlechtěná	912	441	2.6088×10^{-11}	2.534	0.642

Tabulka 2

Ocel	A	m	$K_{apz} [MPa\sqrt{m}]$
11458	1.89×10^{-11}	2.80	6.9
14260	3.78×10^{-11}	2.60	4.9
15241.6	2.17×10^{-11}	2.85	4.8
15320.6	2.57×10^{-11}	2.40	6.2
15335	5.05×10^{-12}	3.05	3.5
16436.8	5.51×10^{-11}	2.15	4.7
16720	1.99×10^{-11}	2.75	4.9

Tabulka 3

Potřebný počet cyklů do lomu dostaneme integrací Paris-Erdoganovy rovnice (13.4).

Úpravou obdržíme

$$N_{if} = \int_{l_0}^{l_{cr}} \frac{dl}{A(\Delta K)^m} = \int_{l_0}^{l_{cr}} \frac{dl}{A(\Delta \sigma \sqrt{\pi l} Y)^m} \quad (13.6)$$

kde l_0 – počáteční délka trhliny,

l_{cr} - kritická délka trhliny.

Kritickou délku trhliny určíme ze vztahu

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l_{cr}} Y = \frac{K_{Ic}}{k} \quad (13.7)$$

Odtud

$$l_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{k \sigma Y} \right)^2 \quad (13.8)$$

Integrací rovnice (13.6) dostaneme

$$N_{if} = \frac{l_{cr}^{1-m/2} - l_0^{1-m/2}}{A(\Delta \sigma \sqrt{\pi} Y)^m (1-m/2)} \quad (13.9)$$

pro $m \neq 2$

a

$$N_{if} = \frac{1}{A(\Delta \sigma \sqrt{\pi} Y)^m} \ln \frac{l_{cr}}{l_0} \quad (13.10)$$

pro $m = 2$.

K zapamatování:

Iniciace – nukleace a spojování únavových mikrotrhlin.

- Rychlosť šíření únavových trhlin – závislá na rozkmitu tahové časti faktoru intenzity napětí.
- Pod prahovou hodnotou faktoru intenzity napětí nedochází k šíření únavových trhlin.





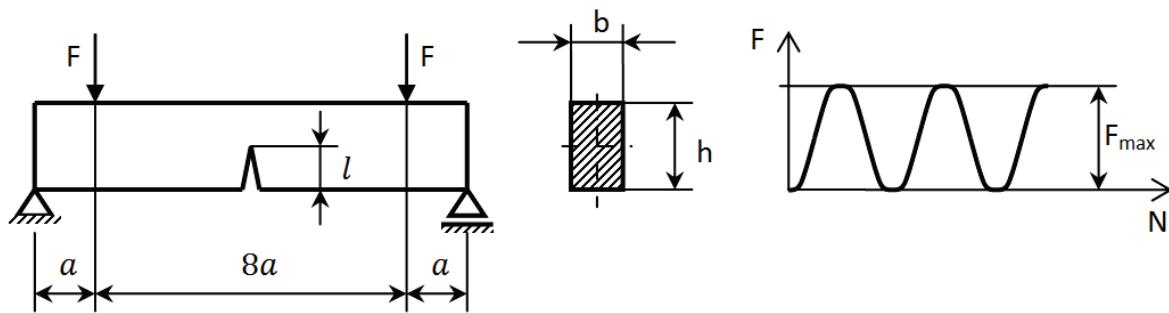
Audio 13.4 K zapamatování



13.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

V nosníku obdélníkového průřezu (obr.1) je situována průchozí trhлина délky l . Určete počet cyklů do lomu, jestliže je dáno:



Obrázek 2

Délka trhliny: $l_0 = 0.005m$

Rozměry nosníku: $a = 0.1m$; $b = 0.01m$; $h = 0.1m$

Mez kluzu: $R_e = 1400MPa$

Lomová houževnatost: $K_{Ic} = 70MPa\sqrt{m}$

Součinitel bezpečnosti: $k = 1.5$

Materiálové konstanty: $A = 1 \times 10^{-13} m^7 MN^{-4}$, $m = 4$

Maximální zátěžná síla $F_{max} = 42kN$.

Řešení:

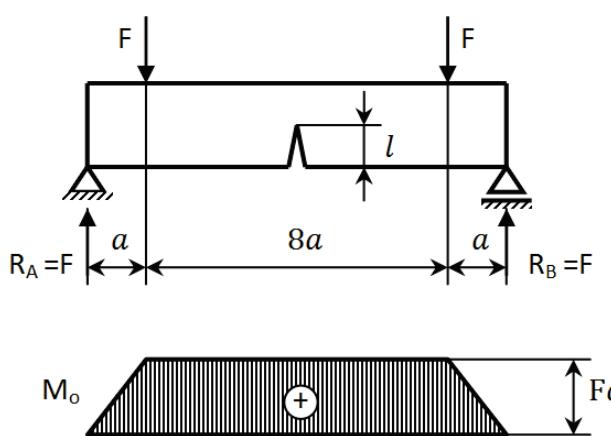
Faktor intenzity napětí pro nosník s trhlinou je roven

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi l Y}$$

kde

$$\sigma_0 = \frac{M_o}{W_o} = \frac{6Fl}{bh^2}$$

Průběh ohybových momentů je znázorněn na obr.2.



Obrázek 2

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny je dána výrazem



$$Y = 1.122 - 1.4 \left(\frac{l}{h} \right) + 7.33 \left(\frac{l}{h} \right)^3 - 13.08 \left(\frac{l}{h} \right)^2 + 14.0 \left(\frac{l}{h} \right)^4 \quad (b)$$

Po dosazení do (a) je

$$\sigma_{max} = \Delta\sigma = \frac{6F_{max}l}{bh^2} = \frac{6 \times 42 \times 10^3 \times 0.1}{0.01 \times 0.1^2} = 2.52 \times 10^8 Pa = 252 MPa$$

a po dosazení do (b) je

$$Y = 1.068$$

Kritická délka trhliny je rovna

$$l_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{k\sigma_{max} Y} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{70}{1.5 \times 252 \times 1.068} \right)^2 = 9.58 \times 10^{-3} m.$$

Zároveň musí být splněna podmínka

$$2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{kR_e} \right)^2 < l_{cr}.$$

Po dosazení

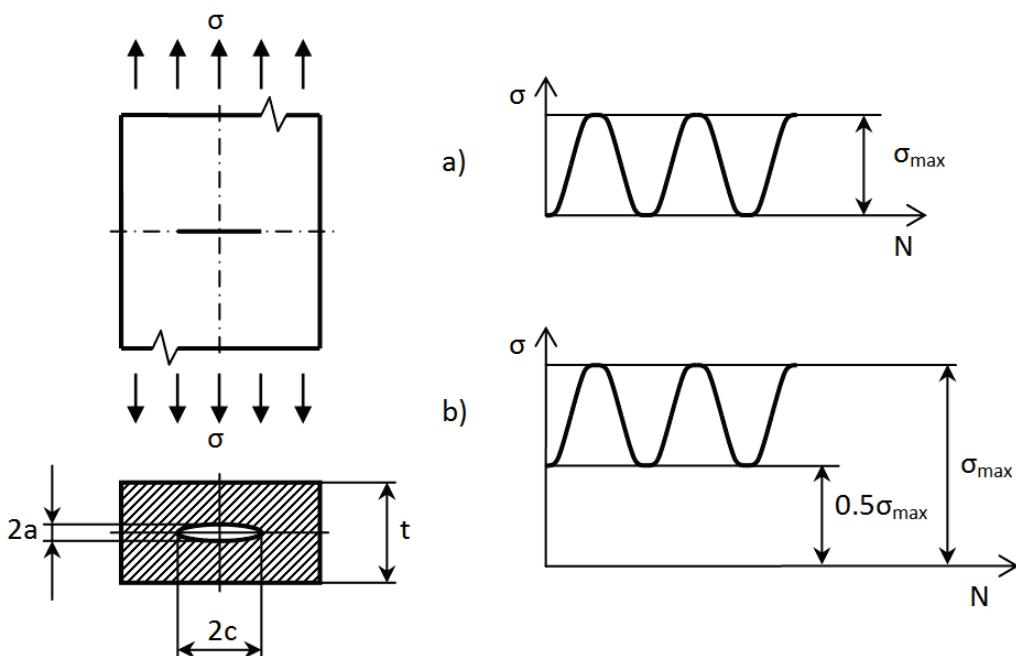
$$2.5 \left(\frac{70}{1.5 \times 1400} \right)^2 = 2.78 \times 10^{-3} m < 9.58 \times 10^{-3} m.$$

Počet cyklů do lomu bude (viz rovnici 13.9 – přednáška 13)

$$N = \frac{l_f^{1-\frac{m}{2}} - l_0^{1-\frac{m}{2}}}{\left(1 - \frac{m}{2} \right) A (\Delta\sigma \sqrt{\pi} Y)^m} = \\ = \frac{(9.58 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}} - (5 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}}}{\left(1 - \frac{4}{2} \right) \times 10^{-13} \times (252 \times \sqrt{\pi} \times 1.068)^4} = 24200 \text{ cyklů.}$$

Příklad 2

V nekonečné obdélníkové desce tloušťky t je situována vnitřní elliptická trhлина (obr.3). Určete počet cyklů do lomu, jestliže napětí se mění v rozsahu $0 \div \sigma_{max}$ (obr.3a). Vliv středního napětí zanedbejte. Poměr a/c zůstává během rychlosti šíření konstantní.



Obrázek 3

Zadané hodnoty:

Délka trhliny: $a_0 = 0.001 m$, $c_0 = 0.002 m$



Tloušťka desky: $t = 0.1m$

Mez kluzu: $R_e = 1200MPa$

Lomová houževnatost: $K_{Ic} = 60MPa\sqrt{m}$

Součinitel bezpečnosti: $k = 1.4$

Materiálové konstanty: $A = 5 \times 10^{-13} m^7 MN^{-4}$ (napětí v MPa), $m = 4$

Maximální napětí $\sigma_{max} = 400MPa$

Řešení:

Stanovení kritické délky trhliny a_{cR}

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a_{cR}} Y = \frac{K_{Ic}}{k} \quad (a)$$

kde funkci tvaru a způsobu zatížení Y určíme ze vztahu

$$Y = \frac{1}{\sqrt{Q}} \left[M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t} \right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] \quad (b)$$

kde

$$\begin{aligned} Q &= 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c} \right)^{1.65} = 1.4664 \\ M_1 &= 1 \\ M_2 &= \frac{0.05}{\left[0.11 + \left(\frac{a}{c} \right)^{\frac{3}{2}} \right]} = 0.108 \\ M_3 &= \frac{0.29}{\left[0.23 + \left(\frac{a}{c} \right)^{\frac{3}{2}} \right]} = 0.497 \end{aligned}$$

Po dosazení do (b) je

$$Y = 0.826.$$

Z rovnice (a) je kritická délka trhliny

$$a_{cR} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{k \sigma Y} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{60}{1.4 \times 400 \times 0.826} \right)^2 = 5.36 \times 10^{-3} m.$$

Aby lomová houževnatost byla materiálovou konstantou, musí platit

$$2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{k R_e} \right)^2 < a_{cR}.$$

Po dosazení

$$2.5 \left(\frac{60}{1.4 \times 1200} \right)^2 = 3.188 \times 10^{-3} m < 5.36 \times 10^{-3} m,$$

podmínka je tedy splněna.

Po dosazení do Paris - Erdoganova zákona

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K_I)^m = A(\Delta \sigma \sqrt{\pi a} Y)^m$$

a integrací

$$\begin{aligned} \int_{a_0}^{a_{cR}} \frac{da}{a^{\frac{m}{2}}} &= A(\Delta \sigma \sqrt{\pi} Y)^m \int_0^N dN, \\ a_{cR}^{1-\frac{m}{2}} - a_0^{1-\frac{m}{2}} &= \left(1 - \frac{m}{2} \right) A(\Delta \sigma \sqrt{\pi} Y)^m N, \end{aligned}$$

Odtud

$$N = \frac{a_{cR}^{1-\frac{m}{2}} - a_0^{1-\frac{m}{2}}}{\left(1 - \frac{m}{2} \right) A(\Delta \sigma \sqrt{\pi} Y)^m}$$

Pro $\Delta \sigma = 400MPa$ je



$$N = \frac{(5.36 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}} - (1 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}}}{\left(1 - \frac{4}{2}\right) \times 5 \times 10^{-13} \times (400 \times \sqrt{\pi} \times 0.826)^4} = 13832 \text{ cyklů.}$$

13.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ:

Příklad 1

Určete počet cyklů do lomu, jestliže se napětí mění v rozsahu $0.5 \sigma_{max} \div \sigma_{max}$ (viz obr.3b – předchozí příklad).

Výsledek:

$$N = 221328 \text{ cyklů}$$



13.5 LITERATURA

- [1] Kučera,J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu* . VŠB-TU Ostrava,1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. Failure Fracture Fatigue. An Introduction. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl,C. *Pružnost a pevnost ve strojníctví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling,N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall,2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk,M., Florian,Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf

