

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Iniciátory lomů těles

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	INICIÁTORÝ LOMŮ TĚLES	3
1.1	Úvod	4
1.2	Základní charakteristiky konstrukčních vrubů	4
1.3	Řešené příklady.....	8
1.4	Příklady k procvičení	12
1.5	Literatura	14



1 INICIÁTORY LOMŮ TĚLES



OBSAH KAPITOLY:

Koncentrátory napětí a deformace.

Základní charakteristiky konstrukčních vrubů.

Uvažování konstrukčních vrubů při dimenzování strojních součástí.



MOTIVACE:

K hlavním zdrojům lomů strojních součástí a těles patří náhlé změny tvaru (konstrukční vruby), poruchy struktury (strukturní vruby), přítomnost vlastních napětí I.druhu (napětí vzniklá v důsledku svařování) a degradace mechanických vlastností materiálů s časem. V místech konstrukčních anebo strukturních vrubů dochází k iniciaci trhlin.

Většina součástí, které se vyskytují v technické praxi, nejsou prizmatického tvaru, ale jejich průřez se zpravidla mění. V této kapitole jsou uvedeny výpočty strojních součástí, se kterými se běžně setkáváme v technické praxi.



CÍL:

Iniciátory lomů těles

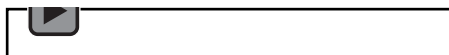
Základní parametry konstrukčního vrubu, součinitel koncentrace napětí, gradient napětí.

1.1 ÚVOD

V předchozím studiu jsme se seznámili s pojmem mechanické napětí. Při stanovení napětí bylo předpokládáno, že průřez součásti se nemění (jedná se o tzv. prizmatický tvar). Ve skutečnosti nejsou součásti zpravidla v celém rozsahu prizmatické, jejich průřez se zpravidla mění (např. zápichy, osazení, závity, otvory apod.). Citované změny průřezu jsou v literatuře označovány pojmem konstrukční vruby. Rovněž struktura materiálu není ve všech místech stejná, materiál může obsahovat nehomogenity ve tvaru dutin (např. bubliny, vločky, trhlinky); ke strukturním nehomogenitám patří rovněž i svarové spoje. Poruchy struktury bývají často označovány v literatuře pojmem strukturní vruby.



Audio 1.1 Úvod



1.2 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY KONSTRUKČNÍCH VRUBŮ

Účinkem vrubu dochází jednak k místnímu zvýšení napětí a rovněž ke změně napjatosti (obr.1).



Audio 1.2 Účinek vrubu

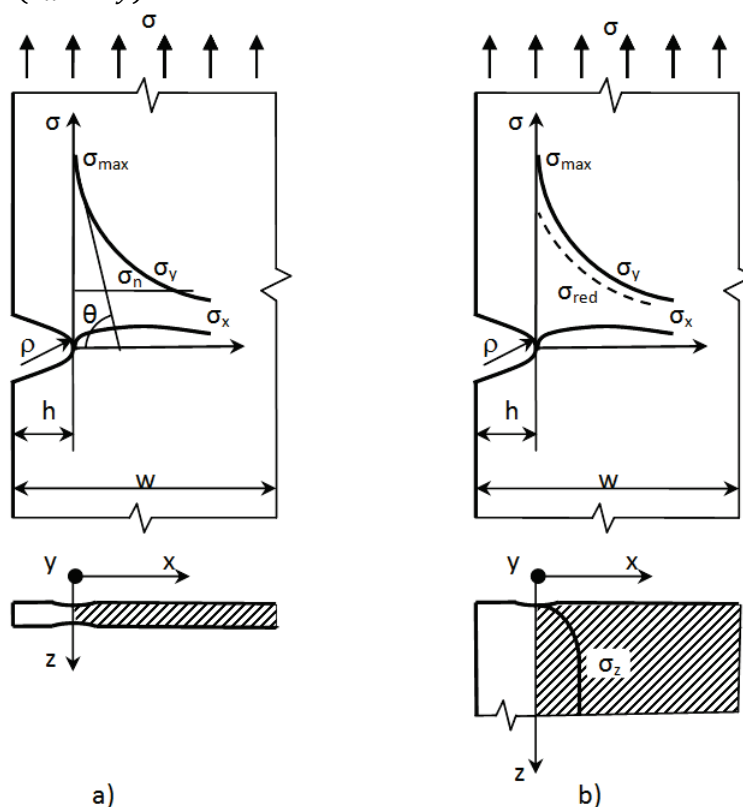


V případě tenké desky (obr.1a) se předpokládá stav rovinné napjatosti (RN) v kořeni vrubu, tedy

$$\sigma_z = 0 \quad (1.1)$$

v případě tlusté desky (obr.1b) se předpokládá stav rovinné deformace (RD) v kořeni vrubu, tedy

$$\varepsilon_z = 0 \Rightarrow \sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.2)$$



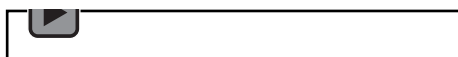
Obrázek 1



Velikost maximálního napětí se v praxi vyjadřuje pomocí teoretického součinitele koncentrace napětí α_t , který je definován následovně



Audio 1.3 Velikost napětí



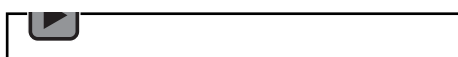
$$\alpha_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad (1.3)$$

kde σ_n je nominální napětí, vypočítané za předpokladu rovnoměrného rozložení napětí v nebezpečném průřezu. Teoretický součinitel koncentrace napětí je závislý na hloubce vrubu h a poloměru křivosti vrubu ρ , tedy

$$\alpha_t = f\left(\frac{h}{\rho}\right) \quad (1.4)$$



Audio 1.4 Součinitel koncentrace



Hodnoty teoretických součinitelů koncentrace napětí pro jednoduché případy je možno určit výpočtem na základě matematické teorie pružnosti (obr.2); ve složitějších případech je možno určit součinitele koncentrace napětí pomocí metody konečných prvků, resp. experimentálně pomocí fotoelasticimetrie. Součinitelé koncentrace napětí, získané touto cestou jsou pak uváděny v tabulkách spolu s obrázkem vrubu a vyznačením způsobu namáhání (obr.3,obr.4).

Ve skutečnosti vrub způsobuje rovněž zvýšení napjatosti. Redukovaný součinitel koncentrace napětí α_{tred} je v tomto případě definován následovně

$$\alpha_{tred} = \frac{\sigma_{red}}{\sigma_n} \quad (1.5)$$

kde pro výpočet redukovaného napětí je možno použít hypotézu HMM

$$\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2} \quad (1.6)$$

Napětí v kořeni vrubu σ_x , σ_y , σ_z jsou hlavní napětí.

V případě rovinné napjatosti je

$$\sigma_x = 0; \sigma_y = \sigma_{max}; \sigma_z = 0 \quad (1.7)$$

$$\sigma_{red} = \sigma_{max} \quad (1.8)$$

a

$$\alpha_{red} = \alpha_t. \quad (1.9)$$

V případě rovinné deformace je

$$\sigma_x = 0; \sigma_y = \sigma_{max}; \sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.10)$$

$$\sigma_{red} = \sigma_{max} \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \quad (1.11)$$

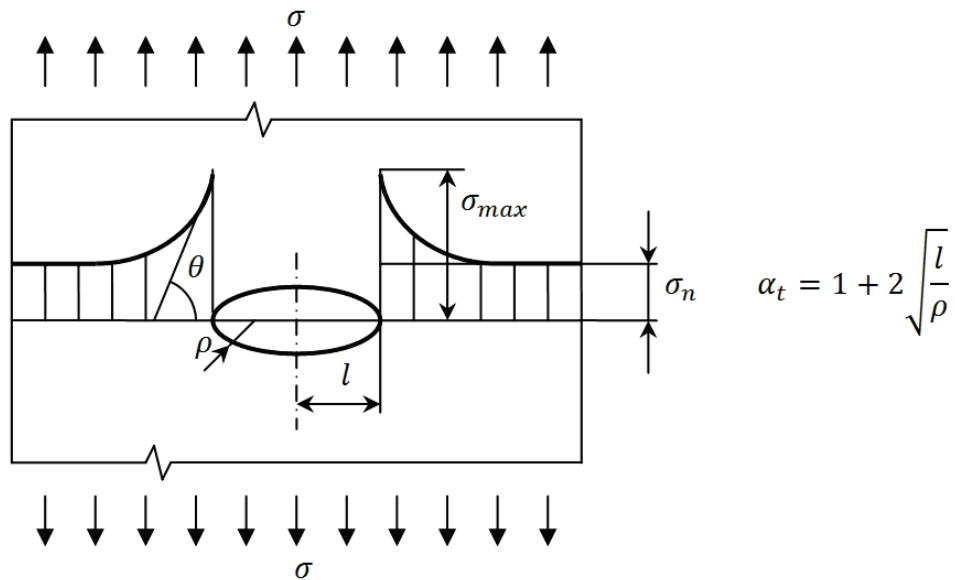
V případě oceli je Poissonovo číslo $\mu = 0.3$ a po dosazení do (1.11) je $\sigma_{red} = 0.89\sigma_{max}$.

Je tedy

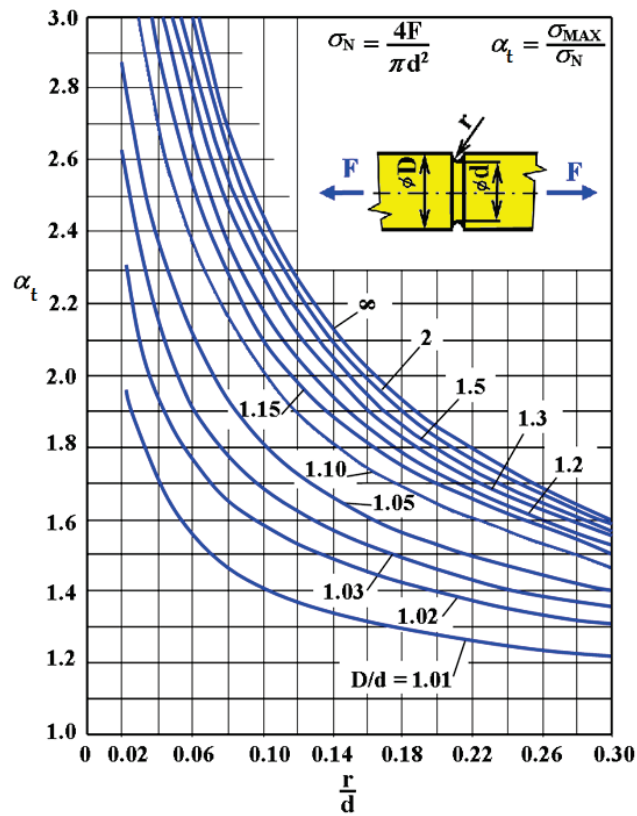
$$\alpha_{red} = 0.89\alpha_t. \quad (1.12)$$

Uvážením $\alpha_{red} = \alpha_t$ jsme na straně větší bezpečnosti.

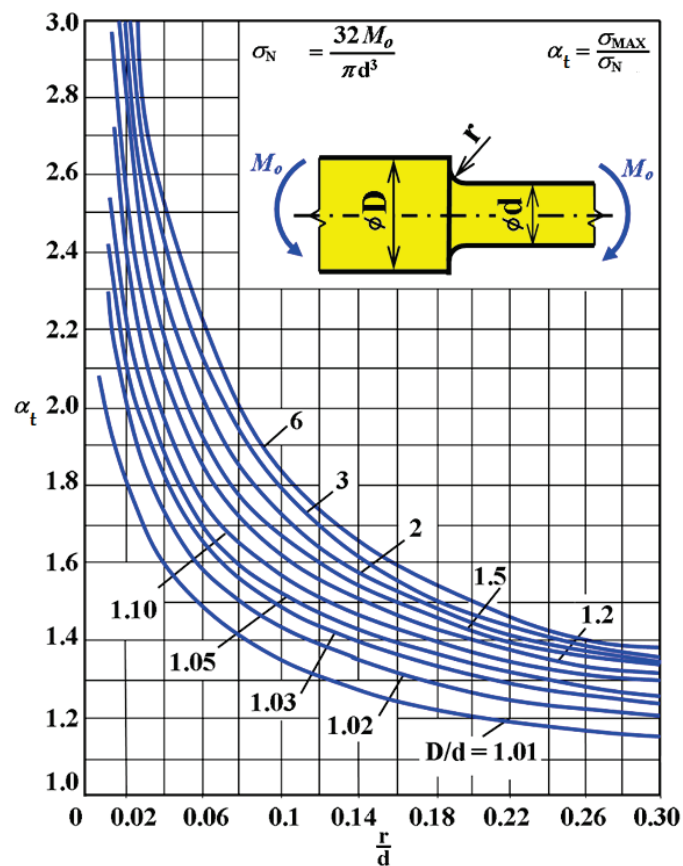




Obrázek 2



Obrázek 3

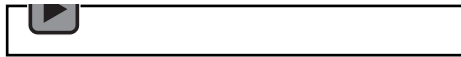


Obrázek 4

Účinek vrubu na napjatost odeznívá tím rychleji, čím je vrub ostřejší. Spád napětí je charakterizován gradientem napětí.



Audio 1.5 Účinek vrubu



Poměrný gradient napětí je definován následovně

$$\chi_{\sigma} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \left| \frac{d\sigma}{dx} \right|_{x=0} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \tan \theta \quad (1.13)$$

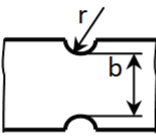
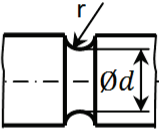
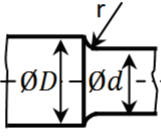
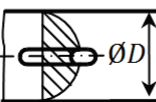
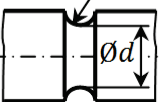
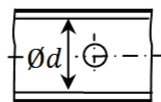
a bezrozměrný gradient napětí

$$C_{\sigma} = \chi_{\sigma} r \quad (1.14)$$

kde r je poloměr křivosti vrubu.

Bezrozměrné gradienty napětí lze obdobně jako součinitele koncentrace napětí určit pomocí matematické teorie pružnosti anebo metody konečných prvků.

Bezrozměrné gradienty napětí pro některé případy konstrukčních vrubů jsou uvedeny v obr.5.

Namáhání	Tvar vrubu	C_σ	Tvar vrubu	C_σ	Tvar vrubu	C_σ
Tah-tlak		2		2		2
Ohyb		$2 + 2 \frac{r}{b}$		$2 + 2 \frac{r}{b}$		$2 + 4 \frac{r}{D + d}$
Krut		$1 + 2 \frac{r}{b}$		$1 + 2 \frac{r}{b}$		3

Obrázek 5

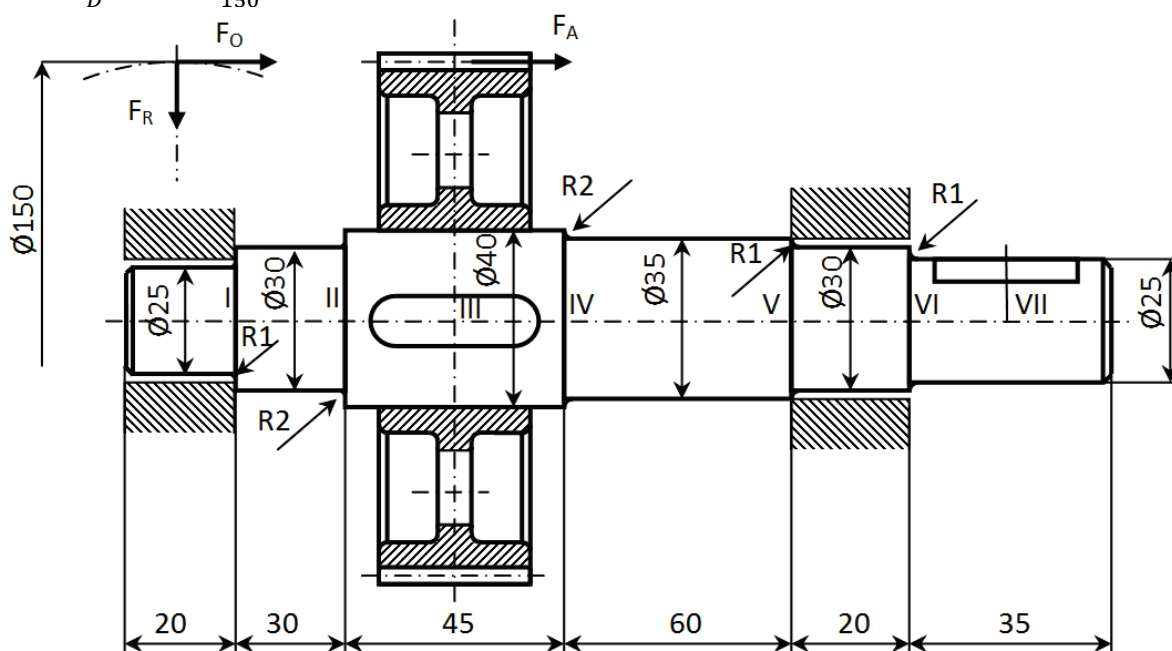
K zapamatování:

- Iniciátory lomů těles: konstrukční vruby, strukturní vruby, přítomnost vlastních napětí I.druhu, degradace mechanických vlastností materiálů s časem.
- Vrub – zvýšení napětí, změna napjatosti.
- Zvýšení napětí v kořeni vrubu závislé na součiniteli koncentrace napětí α_t .
- Spád napětí charakterizován gradientem napětí.

1.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY**Příklad 1**

Určete největší napětí v hřídeli, znázorněném na obr.1, jestliže je dáno $M_k = 120 \text{ Nm}$,

$$F_o = \frac{2 M_k}{D} = \frac{2 \times 120 \times 10^3}{150} = 1600 \text{ N}, F_R = 580 \text{ N}, F_A = 600 \text{ N}.$$

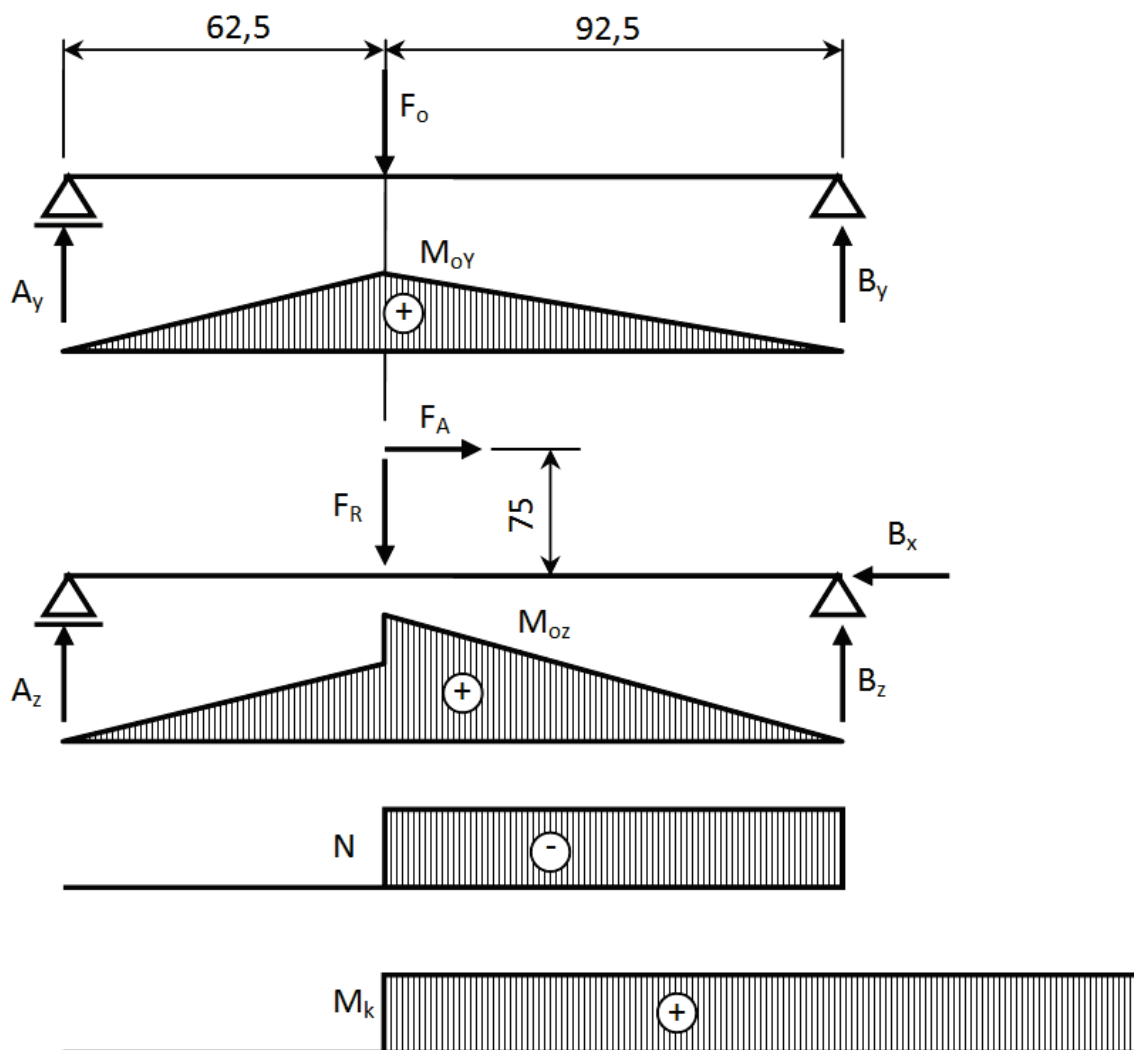


Obrázek 5

Řešení:

Výpočtové schéma a znázornění vnitřních statických účinků je uvedeno na obr.2.





Obrázek 6

1. Výpočet reakcí v uložení
Z podmínek rovnováhy obdržíme

$$A_Y = \frac{F_o \times 92,5}{(62,5 + 92,5)} = \frac{1600 \times 92,5}{155} = 954,84 \text{ N}$$

$$B_Y = \frac{F_o \times 62,5}{(62,5 + 92,5)} = \frac{1600 \times 62,5}{155} = 645,16 \text{ N},$$

$$A_Z = \frac{F_R \times 92,5 - (F_A \times 150/2)}{(62,5 + 92,5)} = \frac{580 \times 92,5 - (600 \times 75)}{155} = 55,8 \text{ N},$$

$$B_Z = \frac{F_R \times 62,5 + (F_A \times 150/2)}{(62,5 + 92,5)} = \frac{580 \times 62,5 + (600 \times 75)}{155} = 524,2 \text{ N},$$

$$B_X = F_A = 600 \text{ N},$$

$$A = \sqrt{A_Y^2 + A_Z^2} = \sqrt{954,84^2 + 55,8^2} = 956,43 \text{ N},$$

$$B = \sqrt{B_Y^2 + B_Z^2} = \sqrt{645,16^2 + 524,2^2} = 831,27 \text{ N}.$$

2. Stanovení redukovaných napětí v jednotlivých místech

- a) Místo I – namáhání ohybem

$$M_{OI} = A \times 10 = 9564,3 \text{ Nmm}$$



$$\sigma_{oI} = \frac{M_{oI}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 9564.3}{\pi \times 25^3} = 6.2 \text{ MPa}$$

Součinitel koncentrace napětí určíme např. z obr.4, kap.1 anebo z literatury [5]

$$\alpha_{oI} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{25}; \frac{30}{25}\right) = 2.1.$$

Redukované napětí je rovno

$$\sigma_{redI} = \alpha_{oI} \sigma_{oI} = 2.1 \times 6.2 = 13.1 \text{ MPa}.$$

b) Místo II – namáhání ohybem

$$M_{oII} = A \times 40 = 956.43 \times 40 = 38257.2 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{oII} = \frac{M_{oII}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 38257.2}{\pi \times 30^3} = 14.4 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{oII} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{30}; \frac{40}{30}\right) = 1.85$$

$$\sigma_{redII} = \alpha_{oII} \sigma_{oII} = 1.85 \times 14.4 = 26.6 \text{ MPa}.$$

c) Místo III – namáhání ohybem a krutem a tlakem

$$M_{oIII} = B \times 92.5 = 831.27 \times 92.5 = 76892.5 \text{ Nmm}.$$

$$W_{oIII} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \times 40^3}{32} - \frac{12 \times 4.9 \times (40 - 4.9)^2}{2 \times 40} = 5374.5 \text{ mm}^3$$

při výpočtu průřezového modulu je uvažována drážka pro pero.

$$\sigma_{oIII} = \frac{M_{oIII}}{W_{oIII}} = \frac{76892.5}{5374.5} = 14.3 \text{ MPa}.$$

Součinitel koncentrace napětí (drážka pro pero)

$$\alpha_{oIII} = 1.7.$$

$$\sigma_{NIII} = -\frac{F_A}{\frac{\pi d^2}{4} - bt} = -\frac{600}{\frac{\pi \times 40^2}{4} - 12 \times 4.9} = -0.5 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{NIII} = 1.7$$

Maximální normálové napětí

$$\sigma_{III} = -\alpha_{oIII} \sigma_{oIII} + \alpha_{NIII} \sigma_{NIII} = -1.7 \times 14.3 - 1.7 \times 0.5 = -25.16 \text{ MPa}.$$

Smykové napětí

$$W_{kIII} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \times 40^3}{16} - \frac{12 \times 4.9 \times (40 - 4.9)^2}{2 \times 40} = 11654.5 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{kIII} = \frac{M_k}{W_{kIII}} = \frac{120 \times 10^3}{11654.5} = 10.3 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kIII} = 1.7$$

$$\tau_{III} = \tau_{kIII} \alpha_{kIII} = 1.7 \times 10.3 = 29.8 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redIII} = \sqrt{\sigma_{III}^2 + 3\tau_{III}^2} = \sqrt{25.16^2 + 3 \times 29.8^2} = 57.4 \text{ MPa}.$$

d) Místo IV – namáhání ohybem a krutem a tlakem

$$M_{oIV} = B \times 70 = 831.27 \times 70 = 58189 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{oIV} = \frac{M_{oIV}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 58189}{\pi \times 35^3} = 13.8 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{oIV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{35}; \frac{40}{35}\right) = 1.9$$

$$\sigma_{NIV} = -\frac{F_A}{\frac{\pi d^2}{4}} = -\frac{600}{\frac{\pi \times 35^2}{4}} = -0.63 \text{ MPa}$$



$$\alpha_{NIV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{35}; \frac{40}{35}\right) = 1.9$$

Maximální normálové napětí

$$\sigma_{IV} = -\alpha_{OIV}\sigma_{OIV} + \alpha_{NIV}\sigma_{NIV} = -1.9 \times 13.8 - 1.9 \times 0.63 = -27.4 \text{ MPa}$$

Smykové napětí

$$\tau_{kIV} = \frac{M_k}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 120 \times 10^3}{\pi \times 35^3} = 14.3 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kIV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{35}; \frac{40}{35}\right) = 1.45$$

$$\tau_{IV} = \tau_{kIV}\alpha_{kIV} = 14.3 \times 1.45 = 20.8 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redIV} = \sqrt{\sigma_{IV}^2 + 3\tau_{IV}^2} = \sqrt{27.4^2 + 3 \times 20.8^2} = 45.3 \text{ MPa}$$

e) Místo V - namáhání ohybem a krutem

$$M_{OV} = B \times 10 = 8312.7 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{OV} = \frac{M_{OV}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 8312.7}{\pi \times 30^3} = 3.14 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{OV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{30}; \frac{35}{30}\right) = 2.35$$

$$\sigma_{NV} = -\frac{F_A}{\frac{\pi d^2}{4}} = -\frac{600}{\frac{\pi \times 30^2}{4}} = -0.85 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{NV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{30}; \frac{35}{30}\right) = 2.3$$

Maximální normálové napětí

$$\sigma_V = -\alpha_{OV}\sigma_{OV} + \alpha_{NV}\sigma_{NV} = -2.35 \times 3.14 - 2.3 \times 0.85 = -9.4 \text{ MPa}$$

Smykové napětí

$$\tau_{kV} = \frac{M_k}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 120 \times 10^3}{\pi \times 30^3} = 22.6 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{30}; \frac{35}{30}\right) = 1.5$$

$$\tau_V = \tau_{kV}\alpha_{kV} = 22.6 \times 1.5 = 33.9 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redV} = \sqrt{\sigma_V^2 + 3\tau_V^2} = \sqrt{9.4^2 + 3 \times 33.9^2} = 59.5 \text{ MPa}$$

f) Místo VI – namáhání krutem

$$\tau_{kVI} = \frac{M_k}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 120 \times 10^3}{\pi \times 25^3} = 39.1 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kVI} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{25}; \frac{30}{25}\right) = 1.68$$

$$\tau_{VI} = \tau_{kVI}\alpha_{kVI} = 39.1 \times 1.68 = 65.7 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redVI} = \sqrt{3}\tau_{VI} = \sqrt{3} \times 65.7 = 113.8 \text{ MPa}$$

g) Místo VII – namáhání krutem

$$W_{kVII} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \times 25^3}{16} - \frac{8 \times 4.1 \times (25 - 4.1)^2}{2 \times 25} = 2780 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{kVII} = \frac{M_k}{W_{kVII}} = \frac{120 \times 10^3}{2780} = 43.2 \text{ MPa}$$



$$\alpha_{kVII} = 1.5$$

$$\tau_{VII} = \tau_{kVII} \alpha_{kVII} = 43.2 \times 1.5 = 64.8 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

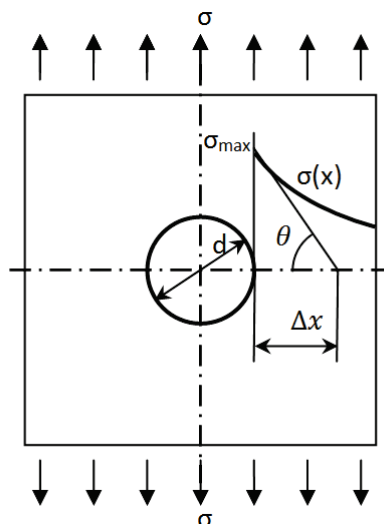
$$\sigma_{redVII} = \sqrt{3} \tau_{VII} = \sqrt{3} \times 64.8 = 112.2 \text{ MPa}.$$

Největší redukované napětí je v místě VI

$$\sigma_{redVI} = 113.8 \text{ MPa}.$$

Příklad 2

Určete délku subtangenty Δx průběhu napětí od povrchu kruhového otvoru, situovaného v tenké kruhové desce, namáhané tahovým napětím σ (obr.3).



Obrázek 7

Zadané hodnoty: $\sigma = 50 \text{ MPa}$; $d = 20 \text{ mm}$.

Řešení:

Poměrný gradient napětí je definován následovně

$$\chi_{\sigma} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \left| \frac{d\sigma}{dx} \right|_{x=0} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \tan \theta = \frac{1}{\Delta x}$$

a bezrozměrný gradient napětí

$$C_{\sigma} = \chi_{\sigma} r.$$

V případě desky s otvorem je bezrozměrný gradient napětí

$$C_{\sigma} = \frac{7}{3}$$

a

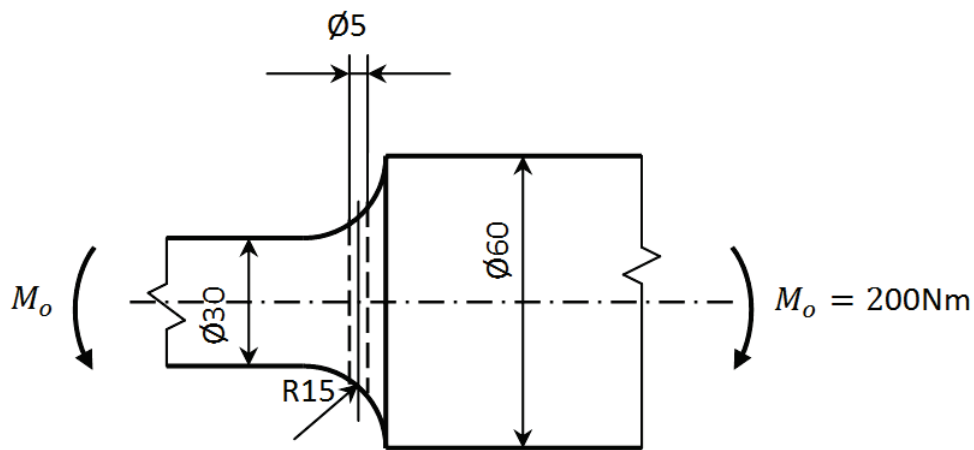
$$\Delta x = \frac{1}{\chi_{\sigma}} = \frac{r}{C_{\sigma}} = \frac{d}{2C_{\sigma}} = \frac{20}{2 \times \frac{7}{3}} = 4.285 \text{ mm}.$$

1.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Osazený hřídel (obr.4) je namáhán ohybovým momentem. Určete součinitel koncentrace napětí, jestliže v místě přechodu je vyvrtán otvor. Dále určete maximální napětí.



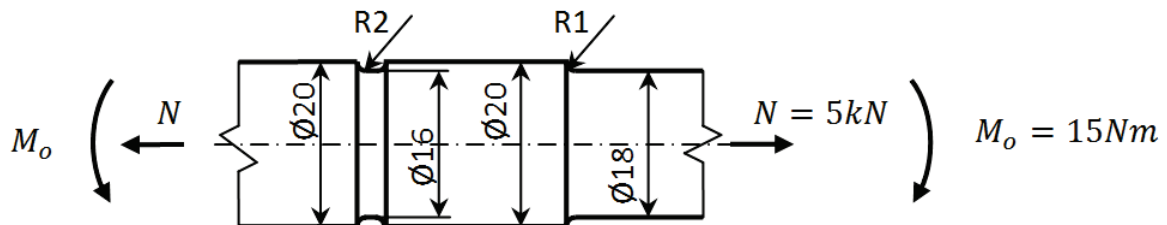


Obrázek 8

Výsledek : $\alpha_t \cong 2.5$; $\sigma_{max} \cong 28 \text{ MPa}$.

Příklad 2

Hřídel je namáhán osovou silou a ohybovým momentem (obr.5). Určete maximální napětí v hřídeli.



Obrázek 9

Výsledek: $\sigma_{max} \cong 120 \text{ MPa}$.

1.5 LITERATURA

- [1] Kučera,J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava,2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Kučera,J. *Stručný úvod do mechaniky lomu. II.část. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava,1994. 297s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling,N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall,2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Kuba,F. *Pružnost a pevnost (základní část)*. VŠB-TU Ostrava,1976. 385s. Skriptum.
- [5] Hoschl,C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha, 1971. 376s.

