evropský sociální fond v ČR

EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ

ÚNAVA MATERIÁLU

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

ISBN 978-80-248-3024-7

Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

11 VLIV VÍCEOSÉ NAPJATOSTÍ NA MEZ ÚNAVY HLADKÝCH TĚLES

OBSAH KAPITOLY:

Proporcionální a neproporcionální zatěžování.

Kriteria kritické roviny.

MOTIVACE:

V předcházejících kapitolách byla zkoumána únava materiálu při jednoosé napjatosti. Části strojů a konstrukcí jsou ale za provozu mnohdy namáhány víceosým napěťovým stavem. Posouzením vlivu víceosé napjatosti na mez únavy se zabývají kriteria uvedená v přednášce.

Na ukázkovém příkladu je prezentováno stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy při víceosé napjatosti podle jednotlivých kritérií.

Audio 11.1 Motivace

CÍL:

Vliv víceosé napjatosti na mez únavy hladkých těles. Přístupy kritické roviny.

11.1 PROPORCIONÁLNÍ A NEPROPORCIONÁLNÍ ZATĚŽOVÁNÍ

Napjatost v bodě tělesa je dána tenzorem napětí

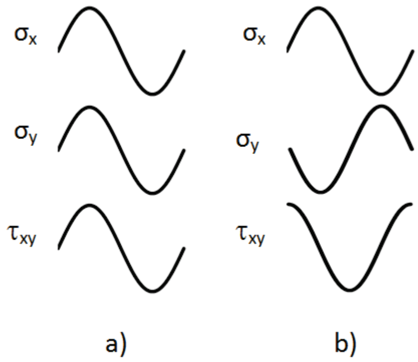
$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \qquad (11.1)$$

Pro smykové složky tenzoru napětí platí, že absolutní hodnoty sdružených napětí jsou stejné, tedy

$$|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|, |\tau_{xz}| = |\tau_{zx}|, \ |\tau_{yz}| = |\tau_{zy}|, \qquad (11.2)$$

takže napěťový stav je obecně definován šesti složkami napětí: σ_x,σ_y, σ_z,τ_{xy}, τ_{xz}, τ_{yz}.

Jednotlivé složky tenzoru napětí mohou působit ve fázi – jedná se o tzv. proporcionální zatěžování (obr. 1a) anebo mimo fázi – neproporcionální zatěžování (obr. 1b). Nepříznivější je případ soufázového napětí, neboť vede ke kratším životnostem.



Obrázek 1

V případě víceosé napjatosti je nutno stanovit ekvivalentní napětí σ_{ek}, zahrnující do výpočtu složky tenzoru napětí. Mez únavy σ_c v případě víceosé napjatosti pak může být definována jako limitní hodnota ekvivalentního napětí σ_{ek}, pod kterou nedochází k iniciaci únavových trhlin.

Audio 11.2 Složky tenzoru napětí

11.2 KRITERIUM KRITICKÉ ROVINY

Z makroskopického hlediska je únavový proces řízen jednak složkou normálového napětí a dále složkou smykového napětí.

Audio 11.3 Kritická rovina

Na porušení má vliv střední normálové napětí σ_m

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3} \qquad (11.3)$$

a smyková složka napět τ.

Maximální smykové napětí je možno určit pomocí Guestovy hypotézy

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}, \qquad (11.4)$$

přičemž platí podmínka

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3. \qquad (11.5)$$

Jiný možný způsob je určení smykového napětí τ_o na oktaedrické rovině

$$\tau_o = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}, \quad (11.6)$$

které je až na konstantu úměrné redukovanému napětí podle hypotézy HMH

$$\sigma_{HMH} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}. \quad (11.7)$$

Vlivem středního napětí σ_m a smykového napětí τ na únavovou životnost se zabývají následující kritéria:

1. Crosslandovo kriterium

K únavovému poškození dojde, jestliže v libovolném časovém okamžiku t platí

$$\sigma_{ek}(t) = \sigma_{aMHM}(t) + \alpha_C \sigma_{m,max} > \sigma_{cC} \quad (11.8)$$

kde

$\sigma_{m,max}$ je maximální střední napětí v průběhu zatěžovacího cyklu.

V případě proporcionálního zatěžování, kdy složky napětí jsou ve fázi je možno Crosslandovo kriterium psát ve tvaru

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2} + \alpha_C \sigma_{m,max} > \sigma_{cC} \quad (11.9)$$

Veličiny α_c a σ_{cC} se určí z únavových zkoušek pro jednoosou napjatost pro dva různé součinitele nesymetrie cyklu.

V případě symetrického střídavého cyklu (R=-1) je

$$\sigma_{1a} = \sigma_c;\ \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.10)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_c;\ \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0. \quad (11.11)$$

a po dosazení

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2\sigma_c^2} + \alpha_C \frac{\sigma_c}{3} = \sigma_c + \alpha_C \frac{\sigma_c}{3} = \sigma_{cC} \quad (11.12)$$

V případě míjivého cyklu (R=0) je

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_{hc}}{2};\ \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.13)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_{hc};\ \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0. \quad (11.14)$$

a po dosazení

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2\left(\frac{\sigma_{hc}}{2}\right)^2} + \alpha_C \frac{\sigma_{hc}}{3} = \frac{\sigma_{hc}}{2} + \alpha_C \frac{\sigma_{hc}}{3} = \sigma_{cC} \quad (11.15)$$

Srovnáním (11.12) a (11.15) obdržíme

$$\alpha_C = \frac{3\left(\sigma_c - \frac{\sigma_{hc}}{2}\right)}{\sigma_{hc} - \sigma_c} \quad (11.16)$$

a

$$\sigma_{cC} = \sigma_c + \alpha_C \frac{\sigma_c}{3} \quad (11.17)$$

2. Dang Vanovo kriterium

K únavovému poškození dojde, jestliže v libovolném časovém okamžiku t platí

$$\sigma_{ek}(t) = \tau_a(t) + \alpha_{DV} \sigma_{m,max} > \sigma_{cDV} \quad (11.18)$$

V případě proporcionálního zatěžování, kdy složky napětí jsou ve fázi je možno Dang Vanovo kriterium psát ve tvaru

$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_{1a} - \sigma_{3a}}{2} + \alpha_{DV} \sigma_{m,max} > \sigma_{cDV} \quad (11.19)$$

V případě symetrického střídavého cyklu (R=-1) je

$$\sigma_{1a} = \sigma_c;\ \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.20)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_c;\ \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0 \quad (11.21)$$

a po dosazení

$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_c}{2} + \alpha_{DV} \frac{\sigma_c}{3}. \quad (11.22)$$

V případě míjivého cyklu (R=0) je

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_{hc}}{2};\ \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.23)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_{hc};\ \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0. \quad (11.24)$$

a po dosazení

$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_{hc}}{4} + \alpha_{DV}\frac{\sigma_{hc}}{3} = \sigma_{cDV} \qquad (11.25)$$

Srovnáním (11.22) a (11.25) obdržíme

$$\alpha_{DV} = \frac{3\left(\frac{\sigma_c}{2} - \frac{\sigma_{hc}}{4}\right)}{\sigma_{hc} - \sigma_c} \qquad (11.26)$$

a

$$\sigma_{cDV} = \frac{\sigma_c}{2} + \alpha_{DV}\frac{\sigma_c}{3} \qquad (11.27)$$

3. Sinesovo kriterium

Toto kriterium vychází z předpokladu, že o únavovém poškození rozhoduje amplituda oktaedrického smykového napětí τ_{oa} a střední normálové napětí σ_m.

V případě proporcionálního zatěžování, Sinesovo kriterium psát ve tvaru

$$\sigma_{ekS} = \tau_{oa} + \alpha_S(3\sigma_m) > \sigma_{cS} \qquad (11.28)$$

kde

$$\tau_{oa} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2} \qquad (11.29)$$

a

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m}) \qquad (11.30)$$

V případě symetrického střídavého cyklu (R=-1) je

$$\sigma_{1a} = \sigma_c;\ \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \qquad (11.31)$$

$$\sigma_{1m} = \sigma_{2m} = \sigma_{3m} = 0. \qquad (11.32)$$

a po dosazení

$$\sigma_{cS} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_c \qquad (11.33)$$

V případě míjivého cyklu (R=0) je

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_{hc}}{2};\ \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \qquad (11.34)$$

$$\sigma_{1m} = \frac{\sigma_{hc}}{2};\ \sigma_{2m} = \sigma_{3m} = 0. \qquad (11.35)$$

a po dosazení

$$\frac{\sqrt{2}}{6}\sigma_{hc} + \alpha_S\frac{\sigma_{hc}}{2} = \sigma_{cS} \qquad (11.36)$$

Po dosazení za σ_{cS} z rovnice (11.33) obdržíme

$$\alpha_S = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_c - \frac{\sqrt{2}}{6}\sigma_{hc}\right)\frac{2}{\sigma_{hc}} \qquad (11.37)$$

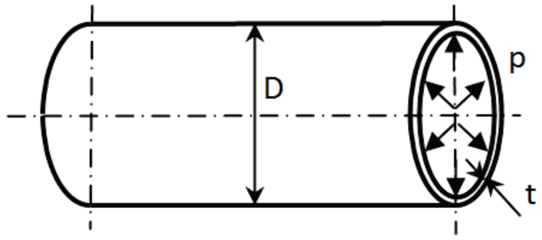
K zapamatování:

- Proporcionální zatěžování – složky tenzoru napětí jsou ve fázi.
- Neproporcionální zatěžování – složky tenzoru napětí jsou mimo fázi.
- V případě víceosé napjatosti má na únavové poškození vliv složka normálového napětí a dále složka smykového napětí.

11.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Tlaková nádoba (obr.1) o průměru $D = 1m$ a tloušťce $t = 10mm$ je namáhána cyklickým tlakem. Stanovte bezpečnost vůči mezi únavy podle Crosslandova kriteria, Dang Vanova kriteria a Sinesova kriteria, jestliže je dáno:



Obrázek 1

Průměr: $D = 1m$
Tloušťka stěny nádoby: $t = 12mm$
Tlakové zatížení: $p_{max} = 3MPa$, $p_{min} = 0.8MPa$
Mez únavy v symetrickém střídavém cyklu: $\sigma_c = 140MPa$
Mez únavy v míjivém cyklu: $\sigma_{hc} = 260MPa$.

Řešení:

Předpokládáme, že tloušťka stěny nádoby je vzhledem k průměru malá a napětí v nádobě určíme podle teorie tenkostěnných nádob.
Podle Laplaceovy teorie jsou hlavní napětí

$$\sigma_1 = \sigma_m = \frac{pD}{2t};\ \sigma_2 = \sigma_t = \frac{pD}{4t} = \frac{\sigma_1}{2};\ \sigma_3 = 0$$

a amplitudy napětí

$$\sigma_{1a} = \frac{p_a D}{2t};\ \sigma_{2a} = \frac{p_a D}{4t};\ \sigma_{3a} = 0$$

kde

$$p_a = \frac{p_{max} - p_{min}}{2}$$

a) Výpočet bezpečnosti podle Croslandova kriteria

Podle (11.9 – kapitola 11) je

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2} + \alpha_C \sigma_{m,max}$$

kde

$$\sigma_{m,max} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_1}{2}\right) = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{p_{max} D}{4t}$$

Po dosazení obdržíme

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\sigma_{1a}^2\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1\right)} + \alpha_C \sigma_{m,max} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{(p_{max} - p_{min})}{4}\frac{D}{t} + \alpha_C \frac{p_{max} D}{4t}$$

Dosazením zadaných hodnot obdržíme

$$\alpha_C = \frac{3\left(\sigma_c - \frac{\sigma_{hc}}{2}\right)}{\sigma_{hc} - \sigma_c} = \frac{3 \times \left(140 - \frac{260}{2}\right)}{260 - 140} = 0.25$$

a

$$\sigma_{ekC} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{(p_{max} - p_{min})}{4}\frac{D}{t} + \alpha_C \frac{p_{max} D}{4t} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{(3 - 0.8) \times 1000}{4 \times 12} + 0.25 \times \frac{3 \times 1000}{4 \times 12}$$
$$= 55.315\ [MPa]$$

Mez únavy je podle (11.17)

$$\sigma_{cC} = \sigma_c + \alpha_C \frac{\sigma_c}{3} = 140 + 0.25 \times \frac{140}{3} = 151.7[MPa]$$

Součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy

$$k_C = \frac{\sigma_{cC}}{\sigma_{ekC}} = \frac{151.7}{55.315} = 2.74 \qquad \text{(a)}$$

b) Výpočet bezpečnosti podle Dang Vanova kriteria

Podle (11.19) je

$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_{1a} - \sigma_{3a}}{2} + \alpha_{DV}\sigma_{m,max}$$

kde

$$\sigma_{m,max} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_1}{2}\right) = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{p_{max}D}{4t}$$

a

$$\frac{\sigma_{1a}}{2} = \frac{p_a D}{4t} = \frac{(p_{max} - p_{min})D}{8t}.$$

Po dosazení obdržíme

$$\sigma_{ekDV} = \frac{(p_{max} - p_{min})D}{8t} + \alpha_{DV}\frac{p_{max}D}{4t}$$

Dosazením zadaných hodnot obdržíme

$$\alpha_{DV} == \frac{3\left(\frac{\sigma_c}{2} - \frac{\sigma_{hc}}{4}\right)}{\sigma_{hc} - \sigma_c} = \frac{3 \times \left(\frac{140}{2} - \frac{260}{4}\right)}{260 - 140} = 0.125$$

a

$$\sigma_{ekDV} = \frac{(p_{max} - p_{min})D}{8t} + \alpha_{DV}\frac{p_{max}D}{4t} =$$
$$= \frac{(3 - 0.8) \times 1000}{8 \times 12} + 0.125 \times \frac{3 \times 1000}{4 \times 12} = 30.37\ [MPa]$$

Mez únavy je podle (11.22)

$$\sigma_{cDV} = \frac{\sigma_c}{2} + \alpha_{DV}\frac{\sigma_C}{3} = \frac{140}{2} + 0.125 \times \frac{140}{3} = 75.83[MPa]$$

Součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy

$$k_{DV} = \frac{\sigma_{cDV}}{\sigma_{ekDV}} = \frac{75.83}{30.37} = 2.5 \qquad \text{(b)}$$

c) Výpočet podle Sinesova kriteria

Podle (11.28) je

$$\sigma_{ekS} = \tau_{oa} + \alpha_S(3\sigma_m)$$

kde

$$\tau_{oa} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}\sigma_{1a} = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{(p_{max} - p_{min})D}{12t}$$

a

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m}) = \frac{1}{3}\left(\sigma_{1m} + \frac{\sigma_{1m}}{2}\right) = \frac{\sigma_{1m}}{2} = \frac{(p_{max} + p_{min})D}{8t}$$

Dosazením zadaných hodnot obdržíme

$$\alpha_S = \left[\frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_c - \frac{\sqrt{2}}{6}\sigma_{hc}\right]\frac{2}{\sigma_{hc}} = \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \times 140 - \frac{\sqrt{2}}{6} \times 260\right] \times \frac{2}{260} = 0.0363$$

$$\sigma_{ekS} = \tau_{oa} + \alpha_S(3\sigma_m) = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{(p_{max} - p_{min})D}{12t} + 3\alpha_S\frac{(p_{max} + p_{min})D}{8t}$$

$$= \sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{(3 - 0.8) \times 1000}{12 \times 12} + 3 \times 0.0363 \times \frac{(3 + 0.8) \times 1000}{8 \times 12} = 23[MPa]$$

Mez únavy je podle (11.33)

$$\sigma_{cS} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_c = \frac{\sqrt{2}}{3} \times 140 = 66[MPa]$$

Součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy

$$k_S = \frac{\sigma_{cS}}{\sigma_{ekS}} = \frac{66}{23} = 2.87 \qquad \text{(c)}$$

Ze vztahů (a-c) je patrno, že výpočet součinitelů bezpečnosti vůči mezi únavy podle jednotlivých kritérií se liší nepatrně.

11.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Stanovte bezpečnost vůči mezi únavy z předešlého příkladu, jestliže $p_{min} = 0$.
Výsledek: $k_c = 2.17, k_{DV} = 1.95,\ k_s = 2.28$.

11.5 LITERATURA

[1] Kučera,J. *Úvod do mechaniky lomu.Únava materiálu* . VŠB-TU Ostrava,1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
[2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. Failure Fracture Fatigue. An Introduction. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
[3] Hoschl,C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
[4] Dowling,N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall,2007. ISBN 0-13-186312-6.
[5] Vlk,M., Florian,Z. *Mezní stavy a spolehlivost.* Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf