

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



FYZIKA I

Gravitační pole

Prof. RNDr. Vilém Mádr, CSc.
Prof. Ing. Libor Hlaváč, Ph.D.
Doc. Ing. Irena Hlaváčová, Ph.D.
Mgr. Art. Dagmar Mádrová

Ostrava 2013

© Prof. RNDr. Vilém Mádr, CSc., Prof. Ing. Libor Hlaváč, Ph.D., Doc. Ing. Irena Hlaváčová, Ph.D., Mgr. Art. Dagmar Mádrová

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3031-5



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	GRAVITAČNÍ POLE.....	3
1.1	Úvod	4
1.2	Definice.....	4
1.2.1	Newtonův gravitační zákon	4
1.2.2	Intenzita gravitačního pole	5
1.2.3	Potenciál gravitačního pole.....	5
1.2.4	Gravitační a tíhové pole Země.....	6
1.2.5	Keplerovy zákony	7
1.2.6	Kosmické rychlosti	8
2	PŘEDNÁŠKOVÝ TEXT SE VZTAHUJE K TĚMTO OTÁZKÁM	10



1 GRAVITAČNÍ POLE



STRUČNÝ OBSAH PŘEDNÁŠKY:

Fyzikální pole
Newtonův gravitační zákon
Intenzita gravitačního pole
Potenciál gravitačního pole
Gravitační a tíhové pole Země
Planetární pohyby



MOTIVACE:

Gravitační pole patří k fyzikálním polím, která jsou nositelem vzájemného silového působení mezi částicemi, tj. jader, atomů, molekul, makrofyzikálních a megafyzikálních objektů. Gravitační pole se uplatňuje ve všech činnostech člověka. Vzhledem k tomu, že existuje v okolí materiálních objektů, je nutné umět popsat fyzikální veličiny, které je charakterizují.



1.1 ÚVOD

Fyzikální pole je z hlediska makrofyziky druhem hmoty, který je hmotným nositelem vzájemného silového působení mezi částicemi, tj. jader, atomů, molekul, makrofyzikálních a megafyzikálních objektů.

Fyzikální objekty na sebe navzájem působí silami. Toto silové působení nebo-li interakce se neděje na dálku (aktio in distans) nekonečně rychle, ale prostřednictvím pole konečnou rychlostí.

Pole existující v okolí materiálních objektů, které jsou vzhledem ke vztažné soustavě v klidu, se nazývají statická. Pole materiálních objektů, které se vzhledem ke vztažné soustavě budou pohybovat, se nazývají dynamická. Čím je vzájemný pohyb pozorovací vztažné soustavy a materiálního objektu, jehož pole sledujeme jednodušší, tím je i pole jednodušší.

Základní jevy, které se uplatňují mezi materiálními objekty v makroskopických vzdálenostech, jsou gravitační a elektromagnetická interakce, v případě klidové soustavy jde o gravistatickou a elektrostatickou interakci.

Základní charakteristickou veličinou, která je mírou vlastností materiálních objektů z hlediska uvedených interakcí je hmotnost. Fyzikální pole jsou spjaté se třemi základními charakteristikami částic. S jejich hmotností (gravitační pole), elektrickým nábojem (elektrické pole) a magnetickým momentem (magnetické pole). Magnetické pole však vzniká i v okolí pohybujících se elektrických nábojů. Proto magnetické pole není úplně analogické gravitačnímu a elektrostatickému poli a zpracování magnetických jevů vyžaduje odlišný postup.

1.2 DEFINICE

1.2.1 Newtonův gravitační zákon

Gravitační síla je úměrná součinu hmotností M , m interagujících těles. Změnou vzdáleností středů r mezi koulemi a kuličkou se změní síla, např. při zvětšení vzdálenosti dvakrát, se síla zmenší na čtvrtinu původní hodnoty. Gravitační síla je nepřímo úměrná druhé mocnině jejich vzájemné vzdálenosti a je vyjádřena ve tvaru

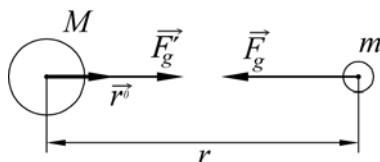
$$F_g = \kappa \frac{Mm}{r^2}, \quad (1.1)$$

kde $\kappa = (6,673 \pm 0,003) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ je gravitační konstanta.

Homogenní těleso tvaru koule má hmotnost 1 kg, působí-li na stejné těleso ve vzdálenosti 1 m gravitační silou $6,673 \cdot 10^{-11} \text{ N}$.

Přepíšme vztah (1.1) do vektorového tvaru. Gravitační síla je přitažlivá a působí ve směru spojnice středů obou koulí (obr. 1.3).





Obr. 1.3 Orientace sil při gravitační interakci

Označíme-li $\vec{r}^0$ jednotkový vektor jdoucí ze středu homogenní koule (resp. hmotného bodu) o hmotnosti M ke středu homogenní koule (resp. hmotného bodu) o hmotnosti m , bude koule o hmotnosti M působit na kouli o hmotnosti m ve vakuu silou.

$$\vec{F}_g = -\kappa \frac{Mm}{r^2} \vec{r}^0 \quad (1.2)$$

Podle principu akce a reakce bude těleso o hmotnosti m působit na těleso s hmotností M silou $\vec{F}_g' = \vec{F}_g$. Vztah (1.2) je vyjádřením Newtonova gravitačního zákona, který byl odvozen z Keplerových zákonů pro planety Sluneční soustavy.

1.2.2 Intenzita gravitačního pole

K porovnání působení pole v různých místech se zavádí pojem intenzity pole. Je vhodné považovat za pokusný objekt částici, aby pole samotného pokusného objektu příliš nerušilo sledované pole.

Intenzita pole, které zprostředkovává jistou interakci, se definuje jako podíl síly, působící v poli na pokusnou částici a skalární veličiny, která uvedenou částici charakterizuje z hlediska příslušné interakce (hmotnosti).

Intenzita pole je vektorová veličina, jejíž směr a orientace je dána vektorem příslušné síly.

Označíme-li hmotnost částice m , je intenzita gravistatického pole definována vztahem

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}_g}{m} \quad (1.3)$$

1.2.3 Potenciál gravitačního pole

Potenciál pole je definován jako podíl potenciální energie materiálního objektu v poli (gravistatickém) a veličiny, která charakterizuje tento objekt z hlediska příslušného pole (hmotnosti).

Pro potenciál gravistatického pole χ se v bodě určeném polohovým vektorem $\vec{r}$ dostane

$$\chi = \frac{W_p}{m} \quad (1.7)$$

Potenciál v libovolném místě gravistatického pole je určen gravistatickou potenciální energií materiálního objektu v tomto místě, vztahující se na jednotku jeho hmotnosti.

1.2.4 Gravitační a tíhové pole Země

Zemi považujeme za homogenní kouli o hmotnosti $M_Z = 5,976 \cdot 10^{24}$ kg a poloměru $R_Z = 6\,378$ km. Podle vztahu (1.5) je intenzita gravitačního pole Země na povrchu Země

$$K = \kappa \frac{M_Z}{R_Z^2}$$

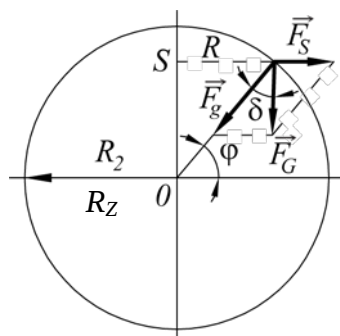
a ve výšce h nad povrchem Země

$$K_h = \kappa \frac{M_Z}{(R_Z + h)^2} \quad (1.12)$$

Pro potenciály pak platí

$$\chi = -\kappa \frac{M_Z}{R_Z}, \quad \chi_h = -\kappa \frac{M_Z}{R_Z + h} \quad (1.13)$$

Země obíhá kolem Slunce a otáčí se kolem vlastní osy. S ohledem na rotaci Země je soustava souřadnic spojená s jejím povrchem neinerciální vztažnou soustavou viz kap. 2.2.2., která se otáčí stálou úhlovou rychlostí ω .



Obr. 1.9 K pohybu Země

Na částici o hmotnosti m vzhledem k neinerciální vztažné soustavě otáčející se Země působí setrvačná síla $\vec{F}_s$ (obr. 1.9), jejíž velikost je, viz (2.63) a (2.36)

$$F_s = m\omega^2 R = m\omega^2 R_Z \cos \varphi,$$

kde φ je zeměpisná šířka. Kromě toho působí na částici gravitační síla Země $\vec{F}_g$ směřující do středu Země.

Výslednicí obou sil

$$\vec{F}_G = \vec{F}_s + \vec{F}_g \quad (1.14)$$

je tíhová síla $\vec{F}_G$. Směr tíhové síly $\vec{F}_G$ na určitém místě povrchu Země se nazývá svislý směr. Tíhová síla $\vec{F}_G$ uděluje volné částici o hmotnosti m tíhové zrychlení

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_G}{m} \quad (1.15)$$



Odchylka směru tíhové síly $\vec{F}_G$ od směru gravitační síly Země $\vec{F}_g$ na daném povrchu Země určuje velmi malý úhel δ . Rozdíl velikostí sil $\vec{F}_g$ a $\vec{F}_G$ působících na částici o hmotnosti m na určitém místě povrchu Země je nulový na pólech Země a dosahuje maximální hodnoty na rovníku (asi 0,3 % velikosti příslušné gravitační síly $\vec{F}_g$).

Měřením bylo zjištěno, že všechna tělesa, bez ohledu na jejich hmotnost, padají volně na určitém místě povrchu Země se stejným tíhovým zrychlením g podle vztahu $F_G = mg$, kde F_G je velikost tíhové síly působící na částici na určitém místě povrchu Země. Tato síla je úměrná hmotnosti tělesa. Velikost tíhového zrychlení se mění od nejmenší hodnoty na rovníku asi $9,78 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ k největší hodnotě na pólu Země asi $9,83 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Mezinárodní dohodou je stanoveno normální tíhové zrychlení $9,806 65 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ (přesně).

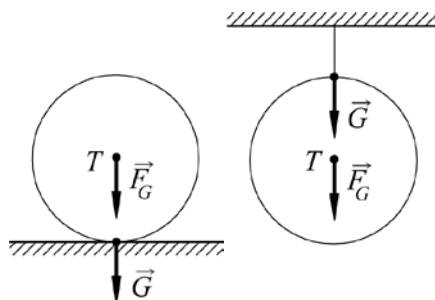
Vektorem tíhového zrychlení $\vec{g}$ lze popsat vektorové pole na povrchu Země a v blízkosti povrchu Země. Uvedené pole, jehož intenzitou je vektor $\vec{g}$ se nazývá tíhové pole.

Kromě pojmu tíhová síla používáme pojem tíha tělesa $\vec{G}$. Je to síla, mající svůj původ v tíhovém poli Země a projevuje se např. jako tlaková síla, kterou působí těleso na nehybnou vodorovnou podložku nebo jako tahová síla, kterou působí těleso na nehybný svislý závěs. Působíště tíhové síly leží v těžišti tělesa T . Působíště tíhy klademe do stykové plochy tělesa s podložkou nebo pevného bodu závěsu.

Na daném místě povrchu Země má tíha tělesa v klidu stejnou velikost i směr jako tíhová síla:

$$F_G = G, \quad \vec{F}_G \parallel \vec{G}$$

Tíhová síla F_G a tíha G tělesa jsou znázorněny na obr. 1.10.



Obr. 1.10 Tíhová síla F_G a tíha G tělesa

1.2.5 Keplerovy zákony

V kapitole 1 jsme poznali gravitační pole. Každý pohyb vznikající účinkem gravitační síly nazýváme planetárním. Patří zde pohyby planet kolem Slunce, ale i pohyb Měsíce kolem Země a umělých družic kolem Země.

Pohyby planet kolem Slunce byly poprvé popsány J. Keplerem ve formě tří zákonů:

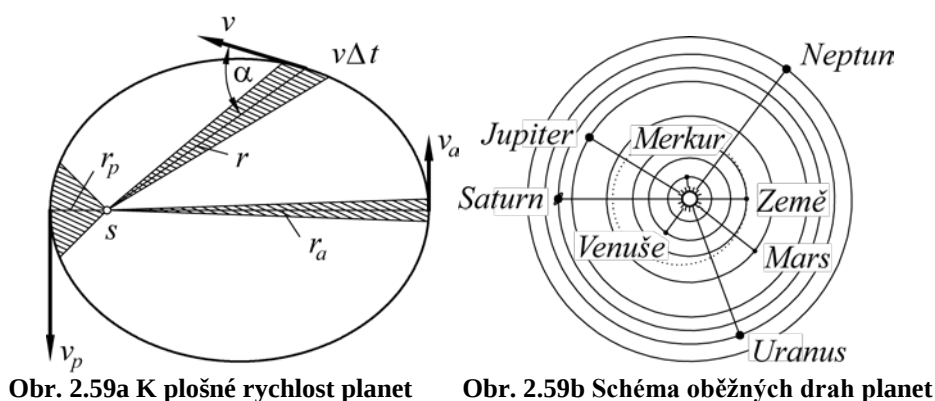
1. Planety se pohybují kolem Slunce po eliptických trajektoriích o malé výstřednosti, v jejichž společném ohnisku je Slunce.



2. Plochy opsané průvodičem (spojnice středů planety a Slunce, obr. 2.59a) ve stejných dobách jsou stejně velké. Matematicky $\frac{dS}{dt} = w = konst.$, což vyjadřuje, že plošná rychlost planety je stálá.
3. Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet se rovná poměru třetích mocnin hlavních poloos jejich trajektorií, matematicky

$$\boxed{\frac{T^2}{a^3} = konst.} \quad \text{nebo} \quad \boxed{\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}} \quad (2.187)$$

Schéma oběžných drah planet je na obr. 2.59b.



Obdobné zákony pak platí i pro pohyb umělých družic. Trajektoriemi planetárních pohybů jsou obecně kuželosečky (kružnice, elipsa, parabola nebo hyperbola).

1.2.6 Kosmické rychlosti

- První kosmická rychlost

Určíme první kosmickou rychlost v_1 tělesa o hmotnosti m . První kosmická (kruhová) rychlost je rychlost, kterou musí mít těleso, aby mohlo obíhat kolem Země rovnoměrně po kruhové trajektorii.

Těleso obíhá rovnoměrně po kruhové trajektorii ve výšce h nad povrchem Země.

Poloměr trajektorie je $r = R_z + h$, kde R_z je poloměr Země. Odstředivá síla $\frac{m v_1^2}{r}$ potřebná k udržení rovnoměrného kruhového pohybu musí kompenzovat gravitační sílu, tedy

$$\boxed{\frac{m v_1^2}{r} = \kappa \frac{M_z m}{r^2}} \quad (2.188)$$

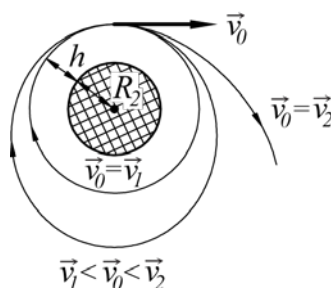
Pak dostaneme

$$v_1 = \sqrt{\kappa \frac{M_z}{R_z + h}} \quad (2.189)$$

První kosmická rychlost nezávisí na hmotnosti obíhajícího tělesa. Pro $h = 0$ m je $v_1 = 7,9 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Je-li tělesu v dané výšce h nad povrchem Země udělena počáteční rychlost v_0 o málo větší než je v_1 , pohybuje se po eliptické trajektorii, v jejímž jednom ohnisku leží střed Země.

- Druhá kosmická rychlost

Určíme druhou kosmickou rychlost v_2 tělesa o hmotnosti m . Druhá kosmická rychlost je velikost minimální rychlosti, kterou musíme udělit tělesu ve výšce h nad povrchem Země, aby se vzdálilo do nekonečné vzdálenosti od povrchu Země, tj. do vzdálenosti, ve které je jeho kinetická energie $W_{k\infty}$ a gravitační potenciální energie $W_{p\infty}$ nulová (rychlost úniková nebo parabolická) – viz obr. 2.60.



Obr. 2.60 Ke druhé kosmické rychlosti

Použijeme zákona zachování mechanické energie. Budou-li $W_{k\infty}$ i $W_{p\infty}$ nulové, pak

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \kappa M m \frac{1}{R_z + h} = 0 \quad (2.190)$$

a odtud

$$v_2 = \sqrt{2 \kappa M_z \frac{1}{R_z + h}} \quad (2.191)$$

Pro $h \doteq 0$ je $v_2 = v_1 \sqrt{2} = 11,2 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

Druhá kosmická rychlost nezávisí na hmotnosti tělesa.

- Třetí kosmická rychlost

Je nutná k tomu, aby se těleso vzdálilo z gravitačního pole Slunce, $v_2 = 16,6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Čtvrtá kosmická rychlost k tomu, aby se vzdálilo z Galaxie.



2 PŘEDNÁŠKOVÝ TEXT SE VZTAHUJE K TĚMTO OTÁZKÁM

- Hmotnost a gravistatická interakce
- Silový účinek gravitačního pole ve formě Newtonova gravitačního zákona
- Pojem intenzity pole, nutný k porovnání působení pole v různých místech
- Pojem potenciální pole, jako veličina nezávisící na vlastnostech materiálního objektu v poli
- Charakteristika gravitačního a tíhového pole Země
- Pohyby planet kolem Slunce, které jsou popsány Keplerovými zákony
- Vyjádření první, druhé a třetí kosmické rychlosti

