

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



FYZIKA I

Složené pohyby (vrh šikmý)

Prof. RNDr. Vilém Mádr, CSc.
Prof. Ing. Libor Hlaváč, Ph.D.
Doc. Ing. Irena Hlaváčová, Ph.D.
Mgr. Art. Dagmar Mádrová

Ostrava 2013

© Prof. RNDr. Vilém Mádr, CSc., Prof. Ing. Libor Hlaváč, Ph.D., Doc. Ing. Irena Hlaváčová, Ph.D., Mgr. Art. Dagmar Mádrová

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3031-5



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	SLOŽENÉ POHYBY (VRH ŠIKMÝ).....	3
1.1	Definice.....	4
1.1.1	Vrh šikmý vzhůru jako pohyb složený	4
1.1.2	Řešení rovnice křivky z hlediska kinematiky.....	4
1.1.3	Řešení rovnice vrhu šikmého z hlediska dynamiky.....	4
1.1.4	Výška výstupu a délka šikmého vrhu	5
1.1.5	Vodorovný a svislý vrh, volný pád.....	6
2	PŘEDNÁŠKOVÝ TEXT SE VZTAHUJE K TĚMTO OTÁZKÁM	7



1 SLOŽENÉ POHYBY (VRH ŠIKMÝ)



STRUČNÝ OBSAH PŘEDNÁŠKY:

Vrh šikmý vzhůru jako pohyb složený
Rovnice vrhu šikmého vzhůru a její řešení
Výška výstupu a délka šikmého vrhu
Vodorovný a svislý vrh, volný pád



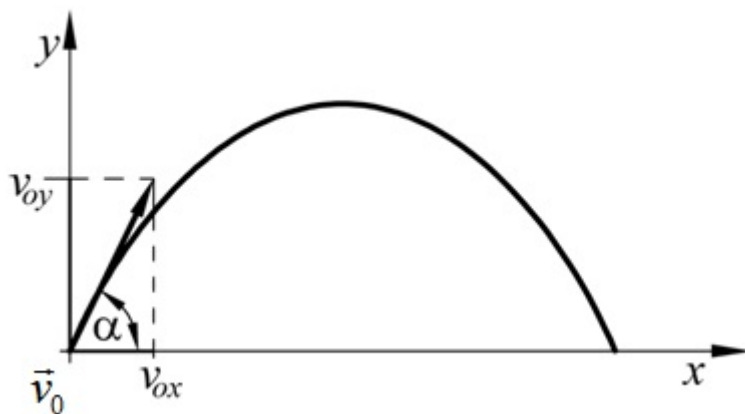
MOTIVACE:

Popis kinematiky složených pohybů vychází z popisu všech základních veličin, které popisují postupný a rotační pohyb. Nejjednodušším složeným pohybem je šikmý vrh vzhůru. Konají ho všechna tělesa, vržená jistou rychlostí pod určitým úhlem, např. vrh oštěpem, vrh koulí, Výkop fotbalového míče, výstřel z děla, aj.

1.1 DEFINICE

1.1.1 Vrh šikmý vzhůru jako pohyb složený

Ze kterých pohybů je složen vrh šikmý vzhůru? Tento pohyb je zadán počáteční podmínkou, že těleso je vrženo rychlostí $\vec{v}_0$ pod úhlem α vzhledem k vodorovnému zemskému povrchu. Odpor prostředí při pohybu zanedbáme. Podle obr. 2.18 jsou velikosti složek počáteční rychlosti



Obr. 2.18 Vrh šikmý vzhůru jako pohyb složený

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

Ve směru osy x jde o pohyb rovnoměrný přímočarý

$$x = (v_0 \cos \alpha) t \quad (2.51)$$

Ve směru osy y jde o pohyb složený z pohybu rovnoměrného přímočarého vzhůru a volného pádu

$$y = (v_0 \sin \alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2.52)$$

1.1.2 Řešení rovnice křivky z hlediska kinematiky

Ze vztahu (2.51) plyne

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

a dosazením do vztahu (2.52) obdržíme rovnici paraboly:

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \quad (2.53)$$

což je křivka, po které se pohybuje částice vržená pod úhlem α .

1.1.3 Řešení rovnice vrhu šikmého z hlediska dynamiky

Řešení



$$\begin{array}{llll}
 a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0, & v_x = v_x(0), & \frac{dx}{dt} = v_x(0), & x = v_x(0)t + x_0 \\
 a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g, & v_y = v_y(0) - gt, & \frac{dy}{dt} = v_y(0) - gt, & y = -\frac{g}{2}t^2 + v_y(0)t + y_0 \\
 a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0, & v_z = 0, & \frac{dz}{dt} = 0, & z = z_0
 \end{array}$$

Vrháme-li těleso z počátku soustavy souřadnic, tj. $x_0 = y_0 = z_0 = 0$, pak

$$x = v_0 t \cos \alpha \quad (2.75)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2.76)$$

$$z = 0$$

Vyjádříme-li t z rovnice (2.75) a dosazením do rovnice (2.76) dostaneme

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \quad (2.77)$$

$$y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \quad (2.78)$$

kde rovnice (2.78) je obecnou rovnicí paraboly ($y = Ax - Bx^2$).

1.1.4 Výška výstupu a délka šikmého vrhu

Výška výstupu:

$$v_y = 0, \quad v_y = v_0 \sin \alpha - gt = 0$$

$$t_A = \frac{v_0}{g} \sin \alpha$$

$$y_A = h = \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \alpha - \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$$

a pro $\alpha = \pi/2$ je

$$h = \frac{v_0^2}{2g} \quad (2.79)$$



Délka vrhu:

$$y_B = 0, \quad t_B = 2t_A$$

$$x_B = d = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$$

a pro $\alpha = \pi/4$ je

$$\boxed{d = \frac{v_0^2}{g}} \quad (2.80)$$

1.1.5 Vodorovný a svislý vrh, volný pád

Zvláštní případy:

Vodorovný vrh: $\alpha = 0,$ $v_x = v_0,$ $x = v_0 t$

$$v_y = -gt, \quad y = -\frac{gt^2}{2} \quad (2.81)$$

Svislý vrh: $\alpha = \pi/2$ $v_x = 0,$ $x = 0$

(vzhůru) $v_y = v_0 - gt,$ $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ (2.82)

$\alpha = -\pi/2$ $v_x = 0,$ $x = 0$

(dolů) $v_y = -v_0 - gt,$ $y = -v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

Volný pád: $a_y = -g,$ $v_y = -gt,$ $y = -\frac{1}{2}gt^2$ (2.83)

Ze vztahu (2.80) vyplývá, že pro $\alpha = 45^\circ$ je délka vrhu největší. Pro úhly α a $(90^\circ - \alpha)$ platí $\sin 2\alpha = \sin 2(90^\circ - \alpha)$. To znamená, že částice vržena stejnou rychlostí pod dvěma navzájem doplňkovými úhly dopadne na totéž místo.

Částice ve skutečnosti neopisuje parabolu, nýbrž křivku, kterou nazýváme balistickou křivkou. Při řešení pohybové rovnice jsme neuvažovali odpor prostředí.



2 PŘEDNÁŠKOVÝ TEXT SE VZTAHUJE K TĚMTO OTÁZKÁM

- Vrh šikmý vzhůru jako pohyb složený
- Využití pohybu rovnoměrně přímočarého vzhůru a volného pádu
- Určení křivky vrhu
- Výška výstupu při vrhu šikmém
- Určení délky šikmého vrhu
- Zvláštní případy vrhů
- Balistická křivka

