

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



FYZIKA I

Pohyb těles po podložce

Prof. RNDr. Vilém Mádr, CSc.
Prof. Ing. Libor Hlaváč, Ph.D.
Doc. Ing. Irena Hlaváčová, Ph.D.
Mgr. Art. Dagmar Mádrová

Ostrava 2013

© Prof. RNDr. Vilém Mádr, CSc., Prof. Ing. Libor Hlaváč, Ph.D., Doc. Ing. Irena Hlaváčová, Ph.D., Mgr. Art. Dagmar Mádrová

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3031-5



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	POHYB TĚLES PO PODLOŽCE.....	3
1.1	Definice.....	4
1.1.1	Posuvný pohyb (smykové tření) po vodorovné podložce	4
1.1.2	Posuvný pohyb (smykové tření) po nakloněné podložce.....	5
1.1.3	Valivý pohyb (Valivé tření) po vodorovné podložce.....	8
1.1.4	Valivý pohyb (Valivé tření) po nakloněné podložce	9
1.1.5	Valivý odpor.....	9



1 POHYB TĚLES PO PODLOŽCE



STRUČNÝ OBSAH PŘEDNÁŠKY:

Posuvný pohyb (smykové tření) po vodorovné podložce

Posuvný pohyb (smykové tření) po nakloněné podložce

Valivý pohyb (Valivé tření) po vodorovné podložce

Valivý pohyb (Valivé tření) po nakloněné podložce

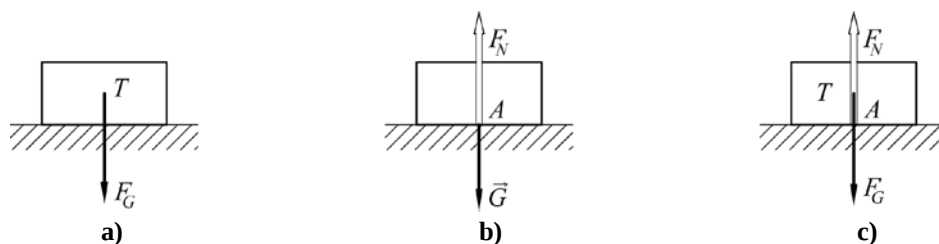
Valivý odpor



1.1 DEFINICE

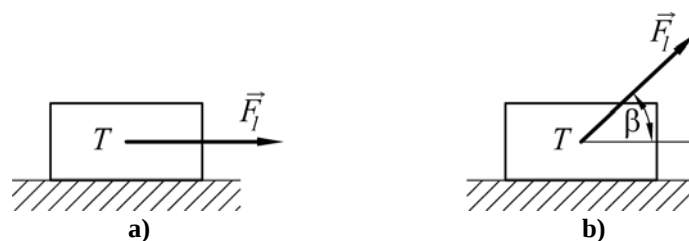
1.1.1 Posuvný pohyb (smykové tření) po vodorovné podložce

Na homogenní tuhé těleso tvaru kvádrů, které se nachází na vodorovné podložce, působí tíhová síla $\vec{F}_G$ svisle dolů s působištěm v těžišti T tělesa, $\vec{F}_G = m\vec{g}$, podle obr. 2.48a). Na těleso působí současně tlaková síla $\vec{F}_N$ podložky svisle vzhůru, která zabraňuje pádu tělesa. Je to reakce na tíhu tělesa $\vec{G}$. Působiště je v bodě A , tj. ve středu dotykové plochy tělesa s podložkou podle obr. 2.48b). Obě síly jsou v rovnováze a platí $\vec{F}_G = -\vec{F}_N$. Nepůsobí-li na těleso žádná jiná síla, je těleso v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu (obrázky 2.48c).



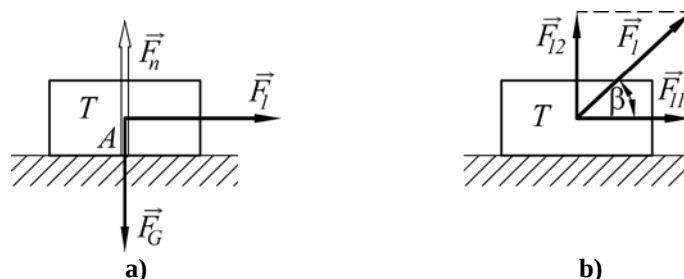
Obr. 2.48 Síly působící na tuhé těleso při posuvném pohybu na vodorovné rovině

Řešme pohyb tělesa (kvádrů) o hmotnosti m , které vlivem působící síly $\vec{F}_1$ koná posuvný pohyb na vodorovné podložce podle obr. 2.49a) a 2.49b). Třecí sílu mezi tělesem a podložkou neuvažujeme.



Obr. 2.49 Posuvný pohyb tuhého tělesa po vodorovné rovině za působení síly $\vec{F}_1$

Na těleso působí síly $\vec{F}_G$, $\vec{F}_N$ a $\vec{F}_1$ podle obr. 2.50a). Podle pohybového zákona uděluje síla $\vec{F}_1$ tělesu zrychlení $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}$ ve směru síly $\vec{F}_1$, síly $\vec{F}_G$ a $\vec{F}_N$ jsou v rovnováze a nemají na těleso ve vodorovném směru pohybový účinek.



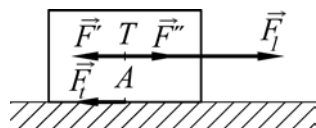
Obr. 2.50 Síly působící na tuhé těleso při posuvném pohybu po vodorovné rovině za působení síly

Podle obr. 2.50b) působí na těleso opět síly $\vec{F}_G$, $\vec{F}_N$ a $\vec{F}_1$. Sílu $\vec{F}_1$ lze rozložit na složku $\vec{F}_{11}$ ve směru vodorovném a na složku $\vec{F}_{12}$ ve směru svislém. Z nich se při pohybu tělesa na

vodorovné podložce uplatňuje jen složka $\vec{F}_{11}$ o velikosti $F_{11} = F_1 \cos \beta$ a ta uděluje tělesu zrychlení $a_{11} = \frac{F_1 \cos \beta}{m}$, pro které platí $a_{11} < a_1$.

V případě podle obr. 2.50a) působí těleso na podložku tlakovou silou o velikosti rovné tíze tělesa $G = mg$ a v případě podle obr. 2.50b) tlakovou silou o velikosti $F = mg - F_1 \sin \beta$, kde $F < G$.

Řešme případ, není-li třecí síla $\vec{F}_t$ mezi tělesem a podložkou zanedbatelná. Součinitel smykového tření je f .



Obr. 2.51 Třecí síla na vodorovnou podložku

Na těleso působí ještě třecí síla F_t podle obr. 2.51. Je to plošná brzdící síla, kterou působí podložka na podstavu kváдру při posuvném pohybu o velikosti

$$F_t = f F_N \quad (2.180)$$

Její působíště A je v geometrickém středu podstavy kváдру.

Ke zjištění pohybového účinku sil $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_t$ zvolme v těžišti dvě síly $\vec{F}'$ a $\vec{F}''$ o stejné velikosti a směru jako třecí síla $\vec{F}_t$ opačně orientované (obr. 2.51). Jejich pohybový účinek se ruší.

Síly $\vec{F}_1$ a $\vec{F}'$ se skládají a mohou nastat uvedené situace:

- a) $F_1 > F'$ a jejich výslednice uděluje tělesu zrychlení o velikosti $a = \frac{F_1 - F_t}{m}$.

Těleso koná rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb,

- b) $F_1 = F'$ a zrychlení pohybu je nulové.

Těleso je v klidu nebo koná rovnoměrný přímočarý pohyb (pokud mělo před působením síly F_1 nějakou rychlost).

- c) $F_1 < F'$ Těleso je v klidu, smykové tření f je nahrazeno klidovým třením nebo je

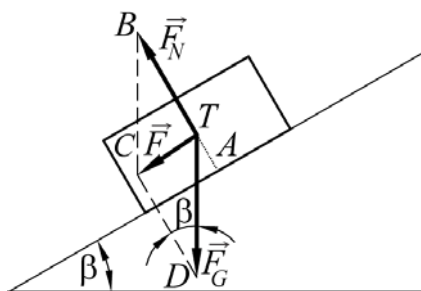
rovnoměrně brzděno s konstantním zpomalením velikosti $a = \frac{F_t - F_1}{m}$.

1.1.2 Posuvný pohyb (smykové tření) po nakloněné podložce

Homogenní tuhé těleso o hmotnosti m tvaru kváдру je na nakloněné rovině s úhlem sklonu β . Na těleso působí v těžišti T tíhová síla $\vec{F}_G$ a v bodě A tlaková síla $\vec{F}_N$ podložky. Účinek



síly $\vec{F}_N$ se nezmění, posuneme-li její působiště po vektorové přímce z bodu A do bodu T (obr. 2.52). Jaký pohyb těleso koná? Uvedeme charakteristické veličiny pohybu.



Obr. 2.52 Síly působící na tuhé těleso při pohybu po nakloněné rovině

Podle obr. 2.52 je výslednice sil $F = F_G \sin \beta = mg \sin \beta$.

Těleso pak koná přímočarý rovnoměrně zrychlený pohyb po nakloněné rovině dolů se zrychlením

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

$$a = g \sin \beta$$

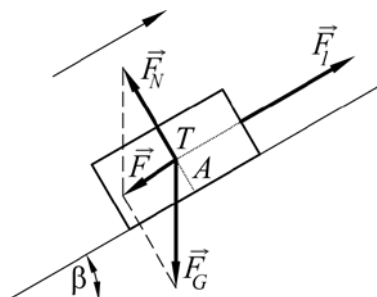
Řešme pohyb tělesa (kvádru) o hmotnosti m , které vlivem působící síly $\vec{F}_1$ koná posuvný pohyb na nakloněné rovině podle obr. 2.53. Tření neuvažujeme.

Pohyb závisí pouze na velikosti a směru výslednice sil $\vec{F}$ a $\vec{F}_1$.

Pro $F_1 > F$ koná těleso rovnoměrně zrychlený pohyb po nakloněné rovině vzhůru se zrychlením

$$a = \frac{F_1 - F}{m}$$

Pro $F_1 = F$ je těleso v rovnovážné poloze v klidu, zrychlení je nulové.



Obr. 2.53 Pohyb tuhého tělesa po nakloněné rovině za působení síly $\vec{F}_1$

Pro $F_1 < F$ koná těleso rovnoměrně zrychlený pohyb po nakloněné rovině dolů se zrychlením o velikosti

$$a = \frac{F - F_1}{m}$$

Řešme případ, kdy působí podle obr. 2.54 na těleso napjaté vlákno silou $\vec{F}_1$. Součinitel smykového tření mezi podstavou kvádru a nakloněnou rovinou je f . Kladka se nepohybuje, lano po ní volně klouže bez tření.

Na těleso o hmotnosti m působí výslednice sil $\vec{F}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}$ a na těleso o hmotnosti m_1 výslednice $\vec{F}'_2 = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_G$. Tělesa o hmotnostech m a m_1 konají rovnoměrně zrychlené pohyby se stejně velkým zrychlením a . Pohybové rovnice jsou

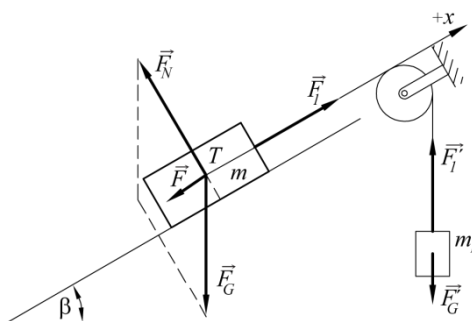
$$m a = F_1 - m g \sin \beta, \quad m_1 a = -F_1 + m_1 g$$

Odtud

$$a = \frac{m_1 - m \sin \beta}{m_1 + m} g \quad (2.181)$$

Působí-li navíc třecí síla $\vec{F}_t$, uvažujme podle obr. 2.54 místo síly $\vec{F}_t$ sílu $\vec{F}'$, která má stejný směr a velikost jako síla $\vec{F}_t$, ale její působiště je v bodě T. Platí:

$$F' = f m g \cos \beta$$



Obr. 2.54 Třecí síla na nakloněné rovině

Z pohybových rovnic

$$\begin{aligned} m a &= F_1 - m g \sin \beta - f m g \cos \beta \\ m_1 a &= -F_1 + m_1 g \end{aligned} \quad (2.182)$$

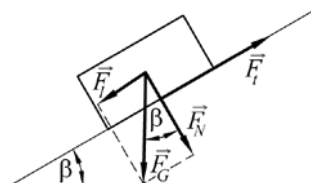
obdržíme

$$a = \frac{m_1 - m (\sin \beta + f \cos \beta)}{m_1 + m} g \quad (2.183)$$

což je zrychlení při pohybu tělesa vzhůru po nakloněné rovině.

V případě pohybu směřujícího dolů po nakloněné rovině je nutné v pohybové rovnici (2.182) sílu $F = m g \cos \beta$ přičíst a ve vztahu (2.183) bude v závorce znaménko mínus.

Určeme součinitel smykového tření f z pohybu tělesa na nakloněné rovině podle obr. 2.55, platí-li $\vec{F}_t = f \vec{F}_N$.



Obr. 2.55 K určení součinitele smykového tření f

Pro $F_1 \leq F_t$ se těleso nepohybuje, pro $F_1 > F_t$ se uvede do rovnoměrně zrychleného pohybu.

Pro určitý sklon nakloněné roviny budou síly $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_t$ v rovnováze a tedy

$$F_G \sin \beta = f F_G \cos \beta$$

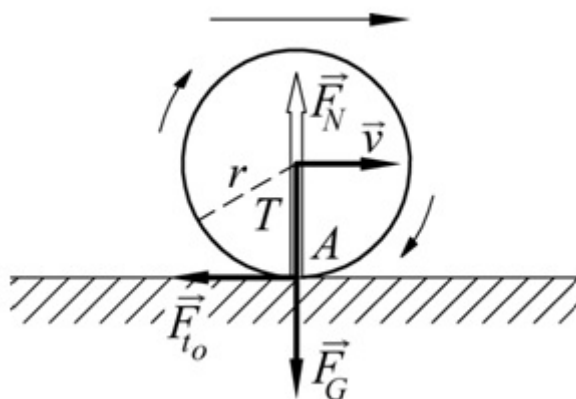
a odtud

$$f = \tan \beta$$

(2.184)

1.1.3 Valivý pohyb (Valivé tření) po vodorovné podložce

Tuhé rotační těleso o hmotnosti m koná valivý pohyb na vodorovné rovině na obr. 2.56. Na těleso působí tíhová síla $\vec{F}_G$ a tlaková síla $\vec{F}_N$, které jsou v rovnováze. Vedle toho působí na těleso klidová třecí síla $\vec{F}_{t_0}$ o velikosti



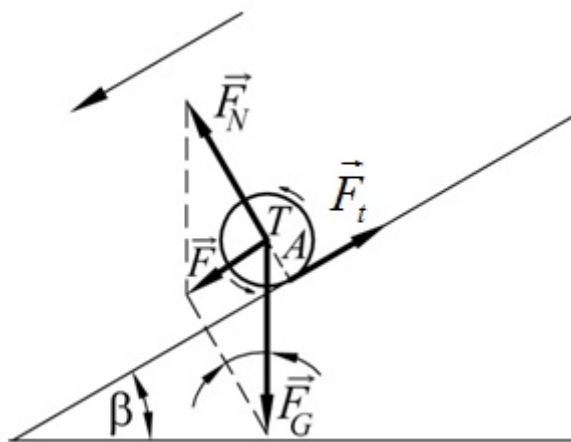
Obr. 2.56 Síly působící na tuhé rotační těleso při valivém pohybu po vodorovné rovině

$$F_{t_0} = f_0 F_N$$

kde f_0 je součinitel klidového tření, závislý na povrchových vlastnostech tělesa a podložky. Bod A je v každém okamžiku v klidu. Podložka ani těleso se nedeformují.

1.1.4 Valivý pohyb (Valivé tření) po nakloněné podložce

Tuhé rotační těleso koná valivý pohyb na nakloněné rovině, jestliže koná vzhledem k inerciální vztažné soustavě otáčivý pohyb kolem rotační osy a současně posuvný pohyb na nakloněné rovině ve směru její spádové přímky.



Obr. 2.57 Valivý pohyb tuhého rotačního tělesa po nakloněné rovině

Na těleso podle obr. 2.57 působí tíhová síla $\vec{F}_G$ o velikosti $F_G = mg$ a tlaková síla $\vec{F}_N$ nakloněné roviny o velikosti $F_N = m g \cos \beta$.

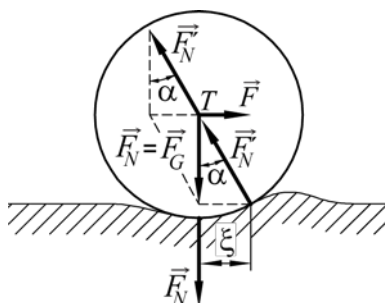
Výslednice obou sil $\vec{F}$ má velikost $F = m g \sin \beta$.

Na těleso dále působí třecí síla $\vec{F}_t$ s působištěm v bodě A.

Podmínka valivého pohybu je $0 \leq F_t \leq f_0 m g \cos \beta$, kde f_0 je součinitel klidového tření závisící na vlastnosti povrchů tělesa a nakloněné roviny. Těžiště T koná zrychlený pohyb se zrychlením $\vec{a}$ a těleso jako celek koná otáčivý pohyb s úhlovým zrychlením $\vec{\varepsilon}$.

1.1.5 Valivý odpor

Na dokonale tuhé podložce by se dokonale tuhé těleso valilo bez tření. Ve skutečnosti se ale podložka vždy částečně deformuje, takže reakce podložky $\vec{F}'_N$ je vlivem dopružování proti přímce procházející těžištěm posunuta o určitou vzdálenost ξ dopředu (obr. 2.58).



Obr. 2.58 K valivému odporu

Proto je na udržení pohybu potřebná síla $\vec{F}$, která vyrovnává společný účinek síly $\vec{F}_N$ (tlakové síly na podložku) a síly $\vec{F}'_N$

$$\vec{F} = -(\vec{F}_N + \vec{F}'_N)$$

Poněvadž ξ je malé, platí pro velikost potřebné síly $\vec{F}$ a těleso o poloměru r

$$F = F_N \operatorname{tg} \alpha \doteq F_N \sin \alpha = F_N \frac{\xi}{r}$$

Tečná složka reakce podložky $\vec{F}'_N$ se nazývá valivý odpor a platí

$$\vec{F}_v = -\vec{F}$$

a pro velikost

$$F_v = \frac{\xi}{r} F_N \quad (2.186)$$

Velikost valivého odporu závisí na velikosti tlakové síly F_N na podložku, na poloměru r valícího se tělesa a na vzdálenosti ξ působíště reakce podložky od svislé přímky procházející středem tělesa. Vzdálenost ξ se nazývá rameno valivého odporu.

Jednotka ramene valivého odporu $[\xi] = \text{m}$.

