

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



MATEMATIKA III – V PŘÍKLADECH

Cvičení 5 – Číselné charakteristiky náhodné veličiny

Mgr. Petr Otipka

Ostrava 2013

© Mgr. Petr Otipka

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3034-6



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

5	ČÍSELNÉ CHARAKTERISTIKA NÁHODNÉ VELIČINY	3
5.1	Řešené úlohy	3
5.1.1	Úlohy k řešení	3
5.1.2	Výsledky úloh k řešení	4
5.1.3	Sada testovacích otázek.....	4
5.1.4	Správné odpovědi k testovacím otázkám	6



5 ČÍSELNÉ CHARAKTERISTIKA NÁHODNÉ VELIČINY

5.1 ŘEŠENÉ ÚLOHY

5.1.1 Úlohy k řešení

- 1.1. Náhodná veličina X je dána tabulkou rozdělení pravděpodobnosti:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,1	0,2	0,3	0,4

Určete střední hodnotu, rozptyl, koeficient asymetrie a špičatosti.

- 1.2. Pravděpodobnost zásahu cíle při každém ze čtyř výstřelů je 0,8. Necht' náhodná veličina X představuje počet zásahů cíle.

a) Určete rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny.

b) Vypočítejte její střední hodnotu, disperzi a směrodatnou odchylku.

- 1.3. Ve městě byl po dobu 60 dnů evidován počet dopravních nehod v průběhu každého dne a podle počtu nehod v jednom dni vytvořena následující tabulka:

počet nehod / den	0	1	2	3	4	5	6
počet dnů s uvedeným počtem nehod	4	28	10	7	6	4	1

Pro počet nehod v jednom dni jako náhodnou proměnnou sestrojte pravděpodobnostní funkci, vypočítejte střední hodnotu a disperzi.

- 1.4. Náhodná veličina X má hustotu pravděpodobnosti:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & \text{pro } x \in (1, \infty) \\ 0 & \text{pro } x \notin (1, \infty) \end{cases}$$

Určete $F(x)$, $E(x)$, $D(x)$, směrodatnou odchylku.

- 1.5. Určete střední hodnotu a rozptyl náhodné veličiny X , jejíž distribuční funkce má tvar:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 0 \\ \frac{x}{2\pi} & \text{pro } x \in \langle 0, 2\pi \rangle \\ 1 & \text{pro } x > 2\pi \end{cases}$$

- 1.6. Házíme dvěma hracími kostkami. Určete rozdělení pravděpodobnosti součtu hozených bodů a modus.

- 1.7. Náhodná veličina X má hustotu pravděpodobnosti:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{pro } x \in (0, 1) \\ 0 & \text{pro } x \notin (0, 1) \end{cases}.$$

- 1.8. Náhodná veličina X má distribuční funkci:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{pro } x \in \langle 2; 2,5 \rangle \\ 1 & \text{pro } x > 2,5 \end{cases}.$$

- 1.9. Funkce $f(x) = C(2x - x^2)$ má být hustotou rozložení pravděpodobnosti pro $x \in \langle 0, 2 \rangle$.

Určete

a) konstantu C ,

b) funkci rozložení $F(x)$,



- c) střední hodnotu příslušné náhodné veličiny,
 d) disperzi a směrodatnou odchylku,
 e) pravděpodobnost $P(X < 1)$.
- 1.10. Funkce $f(x) = Ax \sin x$ je funkcí hustoty rozložení pravděpodobnosti pro $x \in \langle 0, \pi \rangle$.
 Určete
 a) konstantu A
 b) funkci $F(x)$,
 c) střední hodnotu $E(X)$
 d) disperzi $D(X)$
- 1.11. Mějme náhodnou veličinu X , jejíž hustota rozložení je dána funkcí.

$$f(x) = A \cdot \cos kx, x \in \left\langle -\frac{\pi}{2k}, \frac{\pi}{2k} \right\rangle, k > 0$$

 Určete konstantu A , střední hodnotu a disperzi.
- 1.12. Funkce rozložení náhodné veličiny X má tvar

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < -1 \\ A + B \cdot \arcsin x & \text{pro } -1 \leq x < 1. \text{ Určete} \\ 1 & \text{pro } x \geq 1 \end{cases}$$

 a) konstanty A, B
 b) hustotu rozložení $f(x)$
 c) střední hodnotu $E(X)$
 d) disperzi $D(X)$

5.1.2 Výsledky úloh k řešení

- 1.1. 2; 1; -0,6; -0,8
- 1.2. a) $\binom{4}{x} \cdot 0,8^x \cdot 0,2^{4-x}$
 b) 3,2; 0,64; 0,8
- 1.3. $E(x) = 1,983; D(x) = 2,116$
- 1.4. $E(x) = 1,5; D(x) = 0,75$
- 1.5. $E(x) = \pi, D(x) = \frac{\pi^2}{3}$
- 1.6. $Mo(x) = 7$
- 1.7. $x_{0,25} = 0,5$

$$x_{0,25} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x_{0,75} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
- 1.8. $x_{0,1} = 2,05; x_{0,2} = 2,1; x_{0,3} = 2,15$
- 1.9. $C = 3/4, F(x) = 3/4 (x^2 - x^3/3), E(X) = 1, D(X) = 1/5, \sigma = \sqrt{1/5} = 0,4472, p = 1/2$
- 1.10. $A = 1/\pi, F(x) = 1/\pi(\sin(x) - x \cos(x)), E(X) = \pi - 4/\pi, D(X) = 2 - 16/\pi^2$
- 1.11. $A = k/2, E(X) = 0, D(X) = (\pi - 8) / 4k^2 \approx 0,4672 / k^2$
- 1.12. $A = 1/2, B = 1/\pi, f(x) = 1/\pi\sqrt{1 - x^2}, E(X) = 0, D(X) = 1/2$

5.1.3 Sada testovacích otázek

T5.1. Medián



- a) dělí plochu pod křivkou hustoty pravděpodobnosti na dvě stejné části.
b) je hodnota, v níž nabývá frekvenční funkce maxima.
- T5.2. Jsou dány hodnoty diskrétní náhodné veličiny:
8, 10, 34, 34, 34, 36, 36, 40, 41, 42.
Čemu je roven modus?
- T5.3. Jsou dány hodnoty diskrétní náhodné veličiny:
8, 10, 34, 34, 34, 36, 36, 40, 41, 42.
Střední hodnota, medián a modus jsou seřazeny podle velikosti od nejmenší do největší. Vyberte, kdy jsou seřazeny správně.
a) střední hodnota, medián, modus
b) modus, medián, střední hodnota
c) střední hodnota, modus, medián
- T5.4. Jsou dány hodnoty diskrétní náhodné veličiny:
8, 10, 34, 34, 34, 36, 36, 40, 41, 42.
Koeficient asymetrie je v tomto případě
a) menší než nula
b) roven nule
c) větší než nula
- T5.5. V tabulce jsou dány hodnoty dvou náhodných veličin X a Y .
- | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x_i | 0 | 100 | 200 | 300 | 400 |
| y_i | 198 | 199 | 200 | 201 | 202 |
- Porovnejte směrodatné odchylky s_x, s_y náhodných veličin X a Y .
a) $s_x > s_y$
b) $s_x = s_y$
c) $s_x < s_y$
- T5.6. Náhodná veličina X je určena distribuční funkcí:
- $$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{pro } x \in \langle 2; 2,5 \rangle \\ 1 & \text{pro } x > 2,5 \end{cases}$$
- Čemu je roven medián?
- a) 2
b) 2,1
c) 2,2
d) 2,25
- T5.7. Mezi charakteristiky polohy nepatří
a) střední hodnota.
b) rozptyl.
c) medián.
- T5.8. Číselná charakteristika směrodatná odchylka
a) charakterizuje rozptýlenost hodnot náhodné veličiny kolem její střední hodnoty.
b) vyjadřuje, zda je rozložení náhodné veličiny symetrické.
- T5.9. Modus
a) dělí plochu pod křivkou hustoty pravděpodobnosti na dvě stejné části.
b) je hodnota, v níž nabývá frekvenční funkce maxima.
- T5.10. Jsou dány hodnoty diskrétní náhodné veličiny:
8, 10, 34, 34, 34, 36, 36, 40, 41, 42.
Čemu je roven medián?
- T5.11. Jsou dány hodnoty diskrétní náhodné veličiny:



8, 10, 34, 34, 34, 36, 36, 40, 41, 42.

Hodnotu 8 zaměníme za hodnotu 10. Které ze tří sledovaných charakteristik, střední hodnota, modus a medián, se změní?

- a) Pouze střední hodnota.
- b) Pouze střední hodnota a modus.
- c) Střední hodnota, modus a medián.

T5.12. Jsou dány hodnoty diskrétní náhodné veličiny:

8, 10, 34, 34, 34, 36, 36, 40, 41, 42.

Hodnotu 8 zaměníme za hodnotu 40. Které ze tří sledovaných charakteristik, střední hodnota, modus a medián, se změní?

- a) Pouze střední hodnota.
- b) Pouze střední hodnota a modus.
- c) Pouze střední hodnota a medián.

T5.13. V tabulce jsou dány hodnoty dvou náhodných veličin X a Y .

x_i	0	100	200	300	400
y_i	198	199	200	201	202

Porovnejte rozptyly D_x , D_y náhodných veličin X a Y .

- a) $D_x > D_y$
- b) $D_x = D_y$
- c) $D_x < D_y$

T5.14. Mezi momentové charakteristiky náhodné veličiny nepatří

- a) střední hodnota.
- b) rozptyl.
- c) medián

5.1.4 Správné odpovědi k testovacím otázkám

- T5.1. a)
- T5.2. 34
- T5.3. c)
- T5.4. a)
- T5.5. a)
- T5.6. d)
- T5.7. b)
- T5.8. a)
- T5.9. b)
- T5.10. 35
- T5.11. a)
- T5.12. c)
- T5.13. a)
- T5.14. c)

