

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



MATEMATIKA III – V PŘÍKLADECH

Cvičení 9 – Statistický soubor se dvěma argumenty

Mgr. Petr Otipka

Ostrava 2013

© Mgr. Petr Otipka

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3034-6



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

9	STATISTICKÝ SOUBOR SE DVĚMA ARGUMENTY	3
9.1	Řešené úlohy	3
9.1.1	Úlohy k řešení	3
9.1.2	Výsledky úloh k řešení	4
9.1.3	Sada testovacích otázek.....	4
9.1.4	Správné odpovědi k testovacím otázkám	7



9 STATISTICKÝ SOUBOR SE DVĚMA ARGUMENTY

9.1 ŘEŠENÉ ÚLOHY

9.1.1 Úlohy k řešení

- 1.1. U studentů 1.ročníku byly zaznamenány výsledky zkoušek z matematiky, fyziky a programování. Jsou uvedeny ve formě trojic číslic, z nichž první je známka z matematiky, druhá z fyziky a třetí z programování:

111	111	112	112	113	122	122	121	122	123
124	122	121	131	132	143	212	212	212	213
212	212	221	224	223	222	222	222	223	222
231	233	232	232	231	231	232	233	234	232
231	233	232	234	233	233	233	233	232	232
241	242	314	312	311	313	313	313	313	322
321	324	323	322	323	323	323	323	324	323
323	333	332	332	334	333	333	333	332	334
334	332	332	333	332	331	332	333	333	333
331	332	334	333	333	333	333	333	332	333
334	333	333	333	332	333	334	333	343	343
342	343	344	343	343	343	424	434	443	432
431	432	433	442	443	443	443	443	443	442
444	444	444	444	444					

- a) Vytvořte statistický soubor s dvěma argumenty, z nichž X bude znamenat výsledek zkoušky z matematiky a Y výsledek zkoušky z fyziky a určete jeho charakteristiky.
b) Vytvořte statistický soubor s dvěma argumenty, z nichž X bude znamenat výsledek zkoušky z matematiky a Y výsledek zkoušky z programování a určete jeho charakteristiky.
- 1.2. U 130 zákrsků bylo zjištěno stáří stromu v letech (argument X) a sklizeň v jistém roce v kg (argument Y). Podle údajů v tabulce určete charakteristiky tohoto souboru.

$X \backslash Y$	4	5	6	7	8	9	10	11
3	6	0	0	0	0	0	0	0
4	0	5	10	2	0	0	0	0
5	0	0	0	2	8	3	0	0
6	0	0	0	0	0	12	10	0
7	0	0	0	0	0	8	15	4
8	0	0	0	0	4	16	8	0
9	0	3	12	2	0	0	0	0

- 1.3. Určete číselné charakteristiky:

obsah uhlíku v uhlí	90,5	89,0	88,6	91,3	90,0	87,5	86,8	86,0	84,6	84,6	88,8	87,0	86,7	83,9	87,6	84,7
součinitel melitelnosti	1,201	1,032	1,032	1,037	0,663	0,537	0,512	0,451	0,360	0,340	0,840	0,603	0,410	0,439	0,375	0,426

- 1.4. Měříme procentuální obsah křemíku v surovém železe (proměnná y) při rozličných teplotách ve stupních Celsia (proměnná x). Vypočítejte koeficient korelace.

x	1300	1320	1340	1360	1380	1400	1420	1440	1460	1480	1500
y	0,3	0,29	0,35	0,28	0,38	0,42	0,47	0,51	0,62	0,68	0,7

- 1.5. Při výrobě plynového oleje se pozorovala závislost mezi bodem tuhnutí Y ($^{\circ}\text{C}$) a bodem zákalu X ($^{\circ}\text{C}$). Změřily se tyto hodnoty:

x	2,4	1,6	2,0	2,0	3,0	2,8	2,1
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



y	-5,6	-4,4	-4,0	-5,8	-6,2	-4,0	-5,7
---	------	------	------	------	------	------	------

Zjistěte koeficient korelace

9.1.2 Výsledky úloh k řešení

- 1.1. a) $\bar{x} = 2,64$; $\bar{y} = 2,69$; $s_x^2 = 0,75$; $s_y^2 = 0,822$; $k_{xy} = 0,354$; $r_{xy} = 0,451$
b) $\bar{x} = 2,637$; $\bar{y} = 2,607$; $s_x^2 = 0,75$; $s_y^2 = 0,787$; $k_{xy} = 0,295$; $r_{xy} = 0,384$;
- 1.2. $\bar{x} = 6,53$; $\bar{y} = 8,15$; $s_x^2 = 3,1$; $s_y^2 = 3,59$; $k_{xy} = 1,11$; $r_{xy} = 0,34$
- 1.3. $x \dots$ obsah uhlíku v uhlí, $y \dots$ součinitel melitelnosti.
 $\bar{x} = 87,355$; $\bar{y} = 0,641$; $s_x^2 = 4,818$; $s_y^2 = 0,079$; $k_{xy} = 0,510$; $r_{xy} = 0,828$
- 1.4. 0,956
- 1.5. -0,276

9.1.3 Sada testovacích otázek

- T9.1. Rozptýlenost veličin statistického souboru se dvěma argumenty X , Y ve všech jejich vzájemných kombinacích vystihuje
- a) variance veličiny X .
 - b) kovariance.
 - c) centrální moment (2+0)-tého stupně.

- T9.2. Matici ve tvaru $\begin{vmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{vmatrix}$, kde r je koeficient korelace, nazýváme

- a) korelační matice.
- b) kovarianční matice.
- c) jednotková vektorová matice.

- T9.3. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán plošnou četnostní tabulkou

$X \backslash Y$	0	20
0	2	1
20	3	2
40	0	2

Jaký je rozsah tohoto souboru?

- a) 10
- b) 40
- c) 80

- T9.4. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán plošnou četnostní tabulkou

$X \backslash Y$	0	20
0	2	1
20	3	2
40	0	2

Čemu je rovna střední hodnota veličiny X ?

- a) 10
- b) 14
- c) 18

- T9.5. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán plošnou četnostní tabulkou

$X \backslash Y$	0	20
0	2	1



20	3	2
40	0	2

Čemu je rovna střední hodnota veličiny Y ?

- a) 10
- b) 14
- c) 18

T9.6. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán plošnou četnostní tabulkou

$X \backslash Y$	0	20
0	2	1
20	3	2
40	0	2

Čemu je roven rozptyl veličiny Y ?

- a) 10
- b) 40
- c) 100

T9.7. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán plošnou četnostní tabulkou

$X \backslash Y$	0	20
0	2	1
20	3	2
40	0	2

Jak by se tento soubor zadal lineární tabulkou?

a)

x	0	0	60	40	0	80
y	0	20	0	40	0	40

b)

x	0	0	0	20	20	20	20	20	40	40
y	0	0	20	0	0	0	20	20	20	20

c)

x	0	0	0	60	60	60	40	40	80	80
y	0	0	20	0	0	0	40	40	40	40

T9.8. Smíšený centrální moment druhého stupně $n_{1,1}$ statistického souboru se dvěma argumenty vystihuje

- a) rozptýlenost obou veličin ve všech jejich vzájemných kombinacích.
- b) střední hodnotu veličiny X .
- c) varianci veličiny X .

T9.9. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	0	2	4	6

Čemu je roven rozptyl proměnné X ?

- a) 2
- b) 4
- c) 6

T9.10. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	0	2	4	6

Kovarianci můžeme vyjádřit například vztahem $\text{cov } xy = \frac{1}{N} \sum_i \sum_j f_{ij} x_i y_j - \bar{x} \cdot \bar{y}$. Jaké hodnotě

je tedy kovariance rovna pro zadaný soubor?



- a) 2
b) 4
c) 6

T9.11. Počet výskytů konkrétní dvojice (x_i, y_j) , která je realizací náhodných veličin X a Y , se nazývá

- a) absolutní četnost této dvojice.
b) relativní četnost této dvojice.
c) kumulativní četnost této dvojice.

T9.12. Vyberte správnou možnost. Koeficient korelace je charakteristika statistického souboru se dvěma argumenty,

- a) která je nepřímo úměrná kovarianci.
b) jejíž hodnota je vždy menší než hodnota kovariance daného statistického souboru se dvěma argumenty.
c) jejíž hodnota je vždy větší než hodnota kovariance daného statistického souboru se dvěma argumenty.
d) která je přímo úměrná kovarianci.

T9.13. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	2	2	4	4

Jak by se dal tento statistický soubor vyjádřit plošnou tabulkou?

a)

$X \backslash Y$	2	4
2	4	4
6	0	3

b)

$X \backslash Y$	2	4
2	2	4
6	0	3

c)

$X \backslash Y$	2	4
2	2	1
6	0	1

T9.14. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	2	2	4	4

Jaký je rozsah tohoto statistického souboru?

- a) 12
b) 24
c) 4

T9.15. Podíl $\frac{f_{i,j}}{N}$, kde $f_{i,j}$ je absolutní četnost dvojice (x_i, y_j) a N je rozsah statistického

souboru se dvěma argumenty, se nazývá

- a) relativní kumulativní četnost této dvojice.
b) relativní četnost této dvojice.
c) kumulativní četnost této dvojice.

T9.16. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	2	2	4	4

Čemu je rovna střední hodnota argumentu X ?



- a) 3
- b) Přibližně 3,33.
- c) 4

T9.17. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	2	2	4	4

Která možnost platí?

- a) $s_x > s_y$
- b) $s_x < s_y$
- c) $s_x = s_y$

T9.18. Matici ve tvaru $\begin{vmatrix} \text{cov } xy & r \\ r & \text{cov } xy \end{vmatrix}$, kde r je koeficient korelace,

- a) nazýváme korelační matice.
- b) nazýváme kovarianční matice.
- c) nazýváme jednotková vektorová matice.
- d) ve statistice nijak nenazýváme.

T9.19. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	2	2	4	4

Která možnost platí?

- a) $\text{cov } xy < r$
- b) $\text{cov } xy = r$
- c) $\text{cov } xy > r$

T9.20. Statistický soubor se dvěma argumenty je zadán lineární tabulkou

x	2	2	6	2
y	2	2	4	4

Čemu je rovna střední hodnota argumentu Y ?

- a) 3
- b) Přibližně 3,33.
- c) 4

9.1.4 Správné odpovědi k testovacím otázkám

- T9.1. b)
- T9.2. a)
- T9.3. a)
- T9.4. c)
- T9.5. a)
- T9.6. c)
- T9.7. b)
- T9.8. a)
- T9.9. b)
- T9.10. b)
- T9.11. a)
- T9.12. d)
- T9.13. c)
- T9.14. c)
- T9.15. b)
- T9.16. a)
- T9.17. a)



T9.18. *d)*

T9.19. *c)*

T9.20. *a)*

