evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ

DYNAMIKA

Pohyb bodu v rovině

Ing. Mgr. Roman Sikora, Ph.D.

Ostrava 2013

ISBN 978-80-248-3039-1

Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1 POHYB BODU V ROVINĚ

STRUČNÝ OBSAH PŘEDNÁŠKY:

Pohyb bodu v rovině.

Kartézské a polární souřadnice.

Šikmý vrh.

Pohyb bodu po kružnici.

Příklady k procvičení.

Pohyb bodu v prostoru.

Kartézské a válcové a sférické souřadnice.

Příklady k procvičení.

MOTIVACE:

K popisu pohybu například koule vyhozené koulařem nelze vystačit se vztahy pro pohyb po přímce. Je nutno umět jednoznačně pospat polohu bodu v každém okamžiku. V této části se dozvíte, jak lze přepočítat kinematické veličiny v jednotlivých souřadných systémech v rovině a v prostoru.

CÍL:

Pohyb bodu v rovině.

Šikmý vrh.

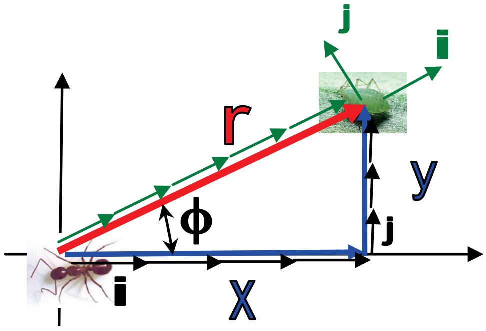
Pohyb bodu po kružnici.

Pohyb bodu v prostoru.

1.1 POHYB BODU V ROVINĚ (DVOUROZMĚRNÝ EUKLIDŮV PROSTOR E2)

Polohu bodu udává polohový vektor. Pro popis polohy bodu v rovině potřebujeme dvě nezávislé souřadnice. Nejčastěji používané systémy jsou kartézský, který tvoří dvě na sebe kolmé souřadnice nejčastěji značené x, y a polární, který udává úhel od nějaké přímky procházející počátkem souřadné soustavy a vzdálenost od tohoto počátku, nejčastěji se značí ρ a φ.

Audio 1.1 Pohyb bodu v rovině.



1.1.1 Demonstrace souřadných systémů

Mravenec se dostane ke mšici tak, že půjde 4 cm ve směru x a 3 cm ve směru y, což představuje kartézský souřadný systém, nebo půjde 5 cm ve směru, který svírá se směrem x úhel $36{,}87^{o}$ vynášený proti směru hodinových ručiček, což představuje polární souřadný systém. Výsledek je v obou případech takový, že se mravenec dostane ke mšici. Ovšem systémy spíše popisují polohu mšice než cestu mravence.

1.1.2 Poloha, rychlost a zrychlení v kartézských souřadnicích

Kartézský souřadný systém má tu výhodu, že jednotkové vektory ve složkách x, y, které se nejčastěji označují **i** a **j,** nemění ani svou velikost, jež je neustále rovna jedné, ale ani svůj směr a při derivacích se chovají jako konstanty. Dvě tečky nad písmeny znamenají druhou derivaci podle času. Pak lze rychlost a zrychlení vyjádřit následujícími rovnicemi.

Audio 1.2 Výhoda kartézských souřadnic.

$$\vec{r} = x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j}$$

$$\vec{v} = \dot{x}\cdot\vec{i} + \dot{y}\cdot\vec{j} = v_x\cdot\vec{i} + v_y\cdot\vec{j}$$

$$\vec{a} = \ddot{x}\cdot\vec{i} + \ddot{y}\cdot\vec{j} = \dot{v}_x\cdot\vec{i} + \dot{v}_y\cdot\vec{j} = a_x\cdot\vec{i} + a_y\cdot\vec{j}$$

Protože se jednotkové vektory nemění, často se mluví jen o velikostech složek polohy, rychlosti a zrychlení bodu (x, y, v_y, y_x, a_x, a_y).

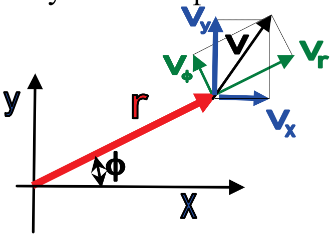
1.1.3 Rychlost a zrychlení v polárních souřadnicích

Pro určení velikostí složek rychlostí a zrychlení je možno použít transformační vztahy: x=r.cos(φ); y=r.sin(φ), které se pro odvození složek rychlostí v polárním systému derivují podle času. Pamatujte si, že s časem se mění jak vzdálenost r, tak i úhel φ.

$$v_x = \dot{x} = \dot{r}\cdot\cos(\phi) + r\cdot(-\sin(\phi)\cdot\dot{\phi})$$

$$v_y = \dot{y} = \dot{r} \cdot \sin(\phi) + r \cdot \cos(\phi) \cdot \dot{\phi}$$

Pokud chceme vypočíst složky rychlosti a zrychlení ve směrech r a φ pak je třeba si uvědomit, že složky rychlosti a zrychlení v_r, a_r mají směry r, a složky v_φ, a_φ jsou na něj kolmé. Odvození velikostí složek rychlostí v polárním systému lze provést na základě znalostí trigonometrie.



$$v_r = v_x \cdot \cos(\phi) + v_y \cdot \sin(\phi)$$

$$v_r = \left(\dot{r} \cdot \cos(\phi) + r \cdot (-\sin(\phi) \cdot \dot{\phi})\right) \cdot \cos(\phi) + \left(\dot{r} \cdot \sin(\phi) + r \cdot \cos(\phi) \cdot \dot{\phi}\right) \cdot \sin(\phi)$$

Využijeme-li toho, že $\sin(\varphi)^2 + \cos(\varphi)^2 = 1$ pak dostaneme:

$$v_r = \dot{r}$$

$$v_\phi = v_x \cdot \sin(\phi) - v_y \cdot \cos(\phi)$$

Podobně:

$$v_\phi = \left(\dot{r} \cdot \cos(\phi) + r \cdot (-\sin(\phi) \cdot \dot{\phi})\right) \cdot \sin(\phi) - \left(\dot{r} \cdot \sin(\phi) + r \cdot \cos(\phi) \cdot \dot{\phi}\right) \cdot \cos(\phi)$$

$$v_\phi = r \cdot \dot{\phi}$$

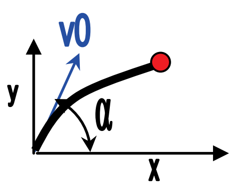
Podobné odvození lze provést pro zrychlení. Toto odvození není náročné na matematiku jen je trochu zdlouhavé.

$$a_r = \ddot{r} - r \cdot \dot{\phi}^2 \qquad a_\phi = r \cdot \ddot{\phi} + 2 \cdot \dot{r} \cdot \dot{\phi}$$

1.1.4 Zvláštní případy Pohybu bodu v rovině

Šikmý vrh

V případě úloh se šikmým vrhem, v tíhovém poli s konstantním tíhovým g zrychlením je obvykle vhodné použít kartézský souřadný systém, kde jedna souřadnice má směr g, a většinou opačnou orientaci, a druhá je na něj kolmá. Také bývá výhodné ztotožnit počátek souřadného systému s místem vrhu či výstřelu, pak mají počáteční dráhy x0 a y0 nulové hodnoty. Z předchozího lze snadno odvodit následující vztahy mezi polohou rychlostí a zrychlením.



$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

$$v_x = v0 \cdot \cos(\alpha)$$

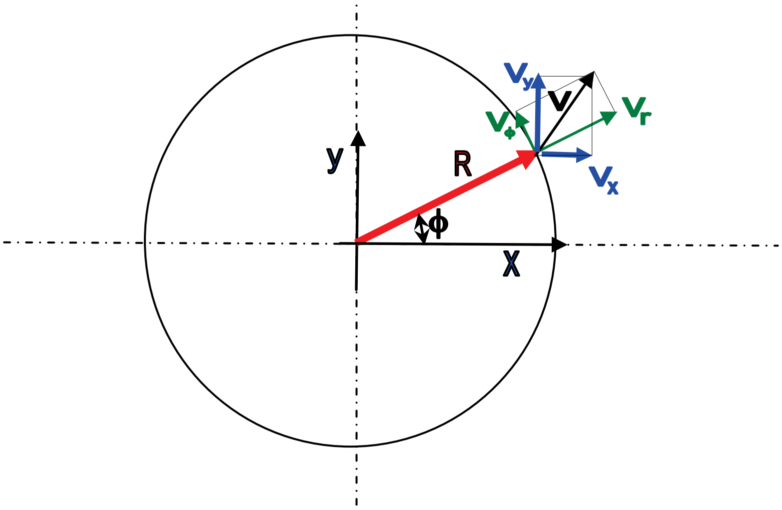
$$v_y = -g \cdot t + v0 \cdot \sin(\alpha)$$

$$x = v0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + (x0)$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v0 \cdot \sin(\alpha) + (y0)$$

1.1.5 Pohyb bodu po kružnici

Pohybuje-li se bod po kružnici se středem x0, y0 o poloměru R, pak existuje vztah mezi souřadnicemi a tento bod má jen jeden stupeň volnosti, to znamená, že změní-li se jedna souřadnice, pak už je druhá souřadnice dána.



$$(x - x0)^2 + (y - y0)^2 = R^2$$

Zde se výhodně použijí polární souřadnice (R, ϕ). Střed kružnice lze posunout do počátku souřadného sytému x0=0 a y0=0. Transformační rovnice pak mají následující tvar **x=R.cos(ϕ) y=R.sin(ϕ).** Pro velikosti jednotlivých kinematických veličin při pohybu bodu po kružnici pak platí následující vztahy:

$$\dot{\phi} = \omega \qquad v_\phi = R \cdot \dot{\phi} = R \cdot \omega \qquad v_r = \ddot{R} = 0$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\omega} = \varepsilon \qquad a_r = \ddot{R} - R \cdot \dot{\phi}^2 = -R \cdot \omega^2 \qquad a_\phi = R\ddot{\phi} + 2 \cdot \dot{R} \cdot \dot{\phi} = R \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\omega \cdot d\omega}{d\phi}$$

Kde poloměr R má konstantní velikost.

Pro tyto veličiny používáme označení **ϕ** pro úhlovou dráhu, **ω** pro úhlovou rychlost (rad.s^{-1} nebo jen s^{-1}) a **ε** pro úhlové zrychlení (rad.s^{-2} nebo jen s^{-2}). Složky zrychlení $\mathbf{a_r}$ a $\mathbf{a_\phi}$ jsou totožné se složkami tečného a normálového zrychlení a_t a a_n.

Všimněte si, že vztahy mezi úhlovou dráhou ϕ, úhlovou rychlostí ω, úhlovým zrychlením ε a časem velmi podobné vztahům mezi obdobnými veličinami u přímky.

Pro výpočet velikostí veličin na obvodu lze požít vztahy:

s=R.ϕ Dráha na obvodu (úhel je v radiánech).

v=R.ω Obvodová rychlost.

a_t=R.ε Tečné zrychlení.

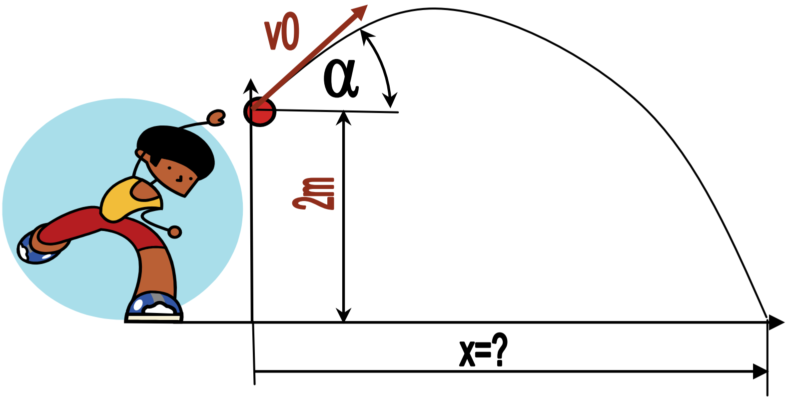
a_n= - R.ω^2 Normálové, které se také se označuje jako dostředivé, zde je směr od středu považován za kladný proto je před výrazem záporné znaménko.

1.2 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

1.2.1 Příklad 1

Určete maximální vzdálenost, do které doletí koule vržená koulařem ve výšce 2 m nad zemí, počáteční rychlost v0=14,4 m.s^{-1} a počátečním úhlu α=45^{o}. Pasivní odpory lze zanedbat.

- *Pro zájemce*:Určete úhel, při kterém koulař při dané počáteční rychlosti vrhu dohodí nejdále a vzdálenost do které koule dolétne.



Řešení:
Pro místo dopadu platí, že jeho y-ová souřadnice je y=-2 m, což lze vyjádřit rovnicí.

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v0 \cdot \sin(\alpha) + (y0)$$

$$-2m = -\frac{1}{2} \cdot 9{,}81 m \cdot s^{-2} \cdot t^2 + 14{,}4 m \cdot s^{-1} \cdot \sin(45^o)$$

Jedná se o kvadratickou rovnici kde neznámou je čas, po jeho výpočtu, pak stačí dosadit vypočtený čas do rovnice pro výpočet x-ové souřadnice. Čas t=2,257 s.

$$x = v0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + (x0)$$

$$x = 14{,}4 m \cdot s^{-1} \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

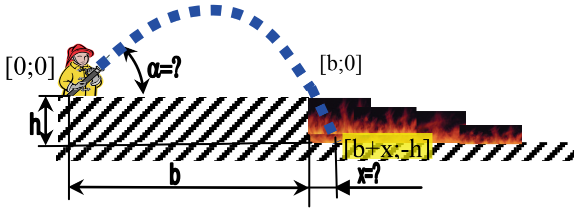
Určit úhel, pro který koulař dohodí do maximální vzdálenosti, lze dosazením za čas z první rovnice a položením první derivace podle úhlu nule, ale jednodušší cesta je v tomto případě použití numerického řešení.

Odpověď: Za daných okolností koulař dohodí do vzdálenosti **x=22,98 m.** **Při optimálním úhlu **α_{opt}=42,52^{o}** by koulař dohodil do vzdálenosti **x_{opt}=23,06 m.**

Pozn. Světový rekord ve vrhu koulí drží ***Randy Barnes (USA) 23,12 m*** ze dne **20. 5. 1990 ve Westwoodu** (informace je z roku 2010)**.**

1.2.2 Příklad 2

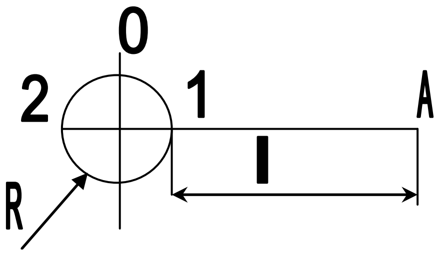
V jámě o hloubce **h=2 m** vznikl požár. Hasič se pro žár může přiblížit k okraji jámy na minimální vzdálenost **b=5 m**. Hasičskou hadicí proudí voda rychlostí **v0=8 m.s^{-1}**. Určete pod jakým úhlem ***α=?*** má hasič nastavit hadici, aby voda stříkala co nejblíže k okraji jámy a do jaké nejbližší vzdálenosti ***x=?*** od kraje jámy voda dopadne. (pasivní *odpory zanedbejte).*



Výsledky:
Hasič má nastavit hadici pod úhlem **α=65^o** a nejbližší vzdálenost do které voda dopadne je **x_{min}=0,804 m.**

1.2.3 Pohyb bodu po kružnici

1.2.3.1 Příklad 3



Po kruhové dráze o poloměru R=1m se pohybuje bod B rovnoměrně zrychleným pohybem po kružnici. Jeho počáteční poloha je v místě 0. Za čas T=0.4 s vyrazí bod A ze své počáteční polohy naznačené obrázkem konstantní rychlostí vA=1 m.s^{-1}. Oba body se setkají v místech 1 a 2. Místo 1 je od počáteční polohy bodu A vzdáleno o délku l=2 m. Určete normálovou a tečnou složku zrychlení bodu B v místech 1 a 2.

Výsledky:
Normálová složka zrychlení v místě jedna má velikost a_{1n}=5,29 m.s^{-2}.
Normálová složka zrychlení v místě dva má velikost a_{1n}=15,86 m.s^{-2}.
Tečné složky zrychlení jsou v místě jedna i dva stejné a mají velikost a_t=1,68 m.s^{-2}.

1.2.3.2 Příklad 4

Soustrojí je poháněno motorem s lineární charakteristikou (závislost hnacího momentu na otáčkách). Při jeho rozběhu pak úhlové zrychlení s narůstajícími otáčkami klesá. Tato závislost je charakterizována úhlovým zrychlením při nulových otáčkách ε0 a otáčkami ustáleného pohybu nu, při nichž je úhlové zrychlení nulové (nakreslete si graf). Počáteční podmínky jsou nulové. (*některé části mají jen numerické řešení*).

Určete:

1) Časový průběh úhlové rychlosti a úhlu natočení.
2) Čas za jaký rotor vykoná 1. otáčku a jeho rychlost (úhlovou) na konci 1. otáčky.
3) Čas kdy uhlová rychlost dosáhne 95% ustálené a počet otočení do této doby.

4) Určete celkové zrychlení bodu na obvodu v tomto okamžiku, je-li poloměr rotoru R=20 mm.

počáteční zrychlení ε0=5.1 rad.s^{-2}, ustálené otáčky nu =2350 ot/min

Výsledky:
Časový průběh úhlu natočení a úhlové rychlosti:

$$\phi(t)=\frac{\varepsilon 0}{k^2}\left(e^{t\cdot k}-t\cdot k-1\right)$$
$$\omega(t)=\frac{\varepsilon 0}{k}\left(e^{t\cdot k}-1\right)$$
$$\omega u=2\cdot\pi\cdot nu$$
$$k=\frac{-\varepsilon 0}{\omega u}$$

Čas za jaký vykoná rotor první otáčku (lze řešit jen numericky) T1=1,578 s.

Čas kdy úhlová rychlost dosáhne 95% ustálené rychlosti T_{95}=144,55 s.

Velikost celkového zrychlení bodu na obvodu a_{celk}=1093 m.s^{-2};

tečná složka a_t=0,0051 m.s^{-2} normálová složka a_n=1093 m.s^{-2}.

U jiných příkladů je třeba vyjádřit souřadnice v jednom ze souřadnicových systémů a pak derivovat podle času.

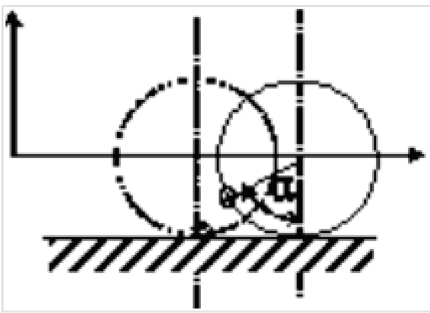
1.2.3.3 Příklad 5

Ve vzorku pneumatiky automobilu se zachytil kamínek. Automobil jede konstantní rychlostí v = 36 km·h^{-1}. Pneumatika se po silnici odvaluje (nedochází k proklouzávání); poloměr pneumatiky je R = 25 cm.

Popište polohu kamínku v závislosti na čase (počáteční polohu volte v místě styku kamínku s vozovkou). Určete také průběh velikostí rychlosti a zrychlení. Průběhy zakreslete do grafu.

Určete maximální rychlost a zrychlení a polohu kamínku při nich.

Řešení: Střed si označíme S, polohu kamínku A



Poloha:

xA=xS-R.sin(α)
yA=-R.cos(α)

Použijeme-li vztahy:

$$v=R.\omega$$
$$\alpha=\omega.t$$

(t je čas a ω označíme jako úhlovou rychlost)

(platí pouze pro konstantní rychlost automobilu!!!)

pak:

$$xA=v.t-R.\sin(\omega.t)$$
$$yA=-R.\cos(\omega.t)$$

Rychlosti

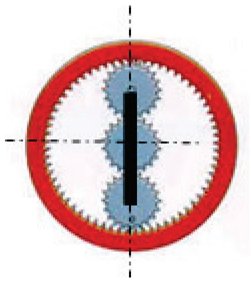
$$vAx=v-R.\omega.\cos(\omega.t)$$
$$vAy=R.\omega.\sin(\omega.t)$$
$$vcelk(t)=v\cdot\sqrt{2-2\cdot\cos(\omega\cdot t)}$$
$$|v_{max}|=2.v=20\ m.s^{-1}$$

Zrychlení

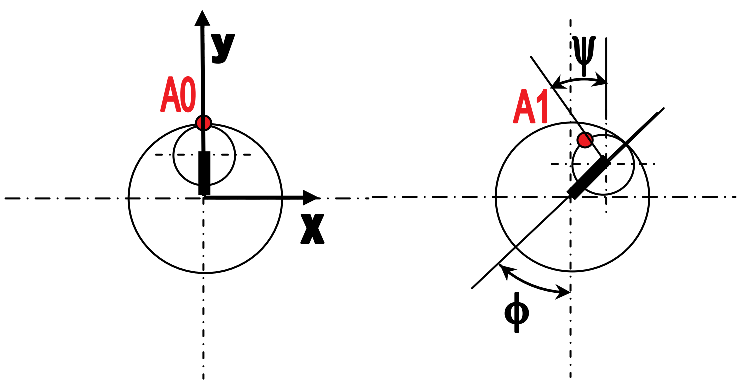
$$aAx=R.\omega^2.\sin(\omega.t)$$
$$aAy=R.\omega^2.\cos(\omega.t)$$
$$|a_{max}|=acelk(t)=R.\omega^2=400\ m.s^{-2}$$

Grafy jsou grafickým zobrazením příslušných rovnic, nejsou zde uvedeny.

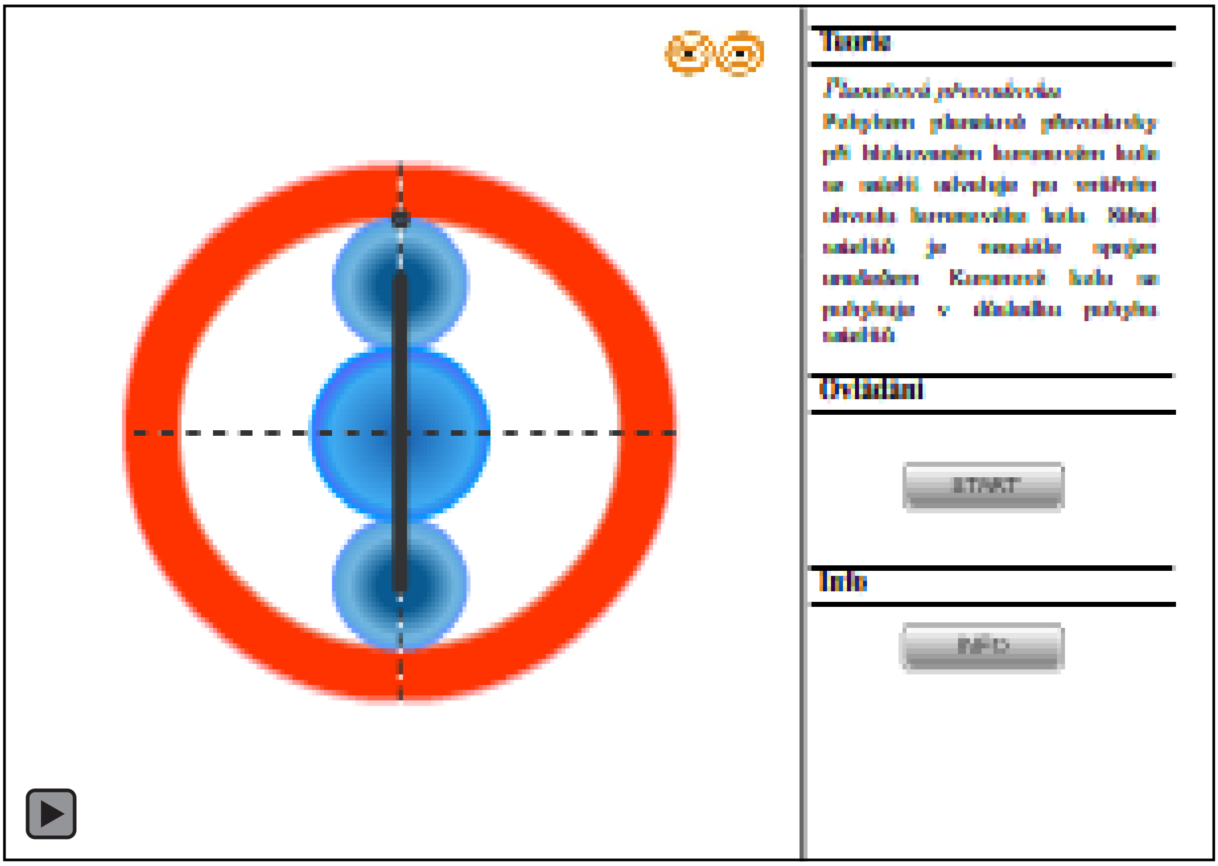
1.2.3.4 Příklad 6



U planetové převodovky má satelit **z2=33** zubů a blokované korunové kolo **z1=100** zubů. Jedná se o nekorigovaná čelní ozubená kola s modulem **md=2 mm**. Unašeč (černá tyč) se pohybuje konstantními otáčkami **n=100 ot.min^{-1}**. Určete rychlost a zrychlení bodu A, na roztečné kružnici, v okamžiku kdy unašeč svírá s původním svislým směrem úhel **ϕ=45°** **(**pravý obrázek**).** Bod A je bod na satelitním kole a na počátku byl v nejvyšším místě (viz levý obrázek).



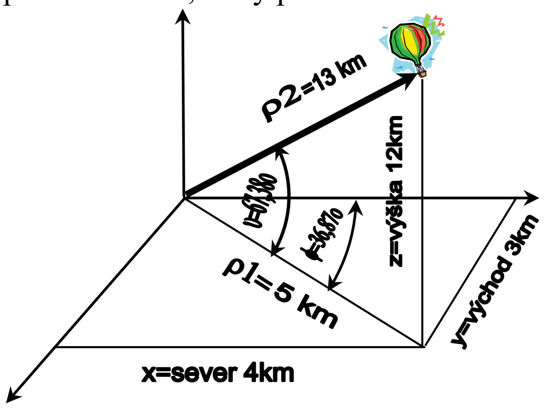
Pozn. Z celé teorie ozubených kol zde pro řešení potřebujete vědět pouze to, že průměr roztečné kružnice se vypočte jako počet zubů vynásobený modulem.



Výsledek: Bod A má v zadané poloze rychlost, kterou lze určit pomocí složek ve směrech x a y **vAx=1,026 m.s^{-1} ;vAy=-2,395 m.s^{-1} (vAx** znamená rychlost bodu A ve směru osy x atd.**)** a zrychlení, které má složky **aAx=19,44 m.s^{-2}** a **aAy= -9,68 m.s^{-2}**.

1.3 POHYB BODU V PROSTORU

Pro popis toho, kde se bod nachází, se používá polohový vektor.
Jak byste popsali někomu polohu balónu, který právě vidíte?



Máte několik možností, můžete říct například:

a) Půjdete čtyři kilometry na sever pak tři kilometry na východ a pak je balón dvanáct kilometrů nad Vámi. Tomuto popisu se říká kartézský souřadný systém **(x, y, z).**

b) Půjdete pět kilometrů s azimutem 53,13° (doplněk 36,87°) a pak je balón dvanáct kilometrů nad Vámi. Tomuto popisu se říká válcový souřadný systém **(ρ1, ϕ, z)**. *Azimut je orientovaný úhel, který svírá určitý směr, například pochodová osa se směrem severním. Úhel je orientovaný, zaleží tedy na směru měření úhlu, měří se po směru pohybu hodinových ručiček, tj. od severu k východu. Z definice vyplývá, že sever má azimut 0°, východ 90°, jih 180° a západ 270°.*

c) Balón je od Vás vzdálený 13 km jeho azimut je 53,13° a jeho výškový úhel je 67,38°. Tomuto popisu se říká kulový nebo sférický souřadný systém (**ρ2, ϕ, υ).**

Ať už polohu balónu popíšete jakkoliv, vždy v prostoru budete potřebovat tři nezávislé souřadnice. Jestliže budeme uvažovat polohu balónu, jako funkci času můžeme psát, že každá z těchto souřadnic je funkcí času.

pravoúhlý (kartézský):
x=x(t)
y=y(t)
z=z(t)

válcový (cylindrický):
ρ1=ρ1(t)
φ=φ(t)
z=z(t)

kulový (sférický):
ρ2=ρ2(t)
φ=φ(t)
υ=υ(t)

Přirozený souřadný systém popisuje pohyb ve směrech okamžité tečny normály a binormály. Chceme-li přepočítat polohu z jednoho souřadného systému do druhého, je nutno použít goniometrické vztahy, které vycházejí z pravoúhlých trojúhelníků. Podívejte se při tom na obrázek balónu a následující vztahy jsou pak zřejmé.

Válcový na kartézský:
x=ρ1.cos(φ)
y=ρ1.sin(φ)
z=z

Kulový na kartézský:
x=ρ2.cos(υ).cos(φ)
y=ρ2.cos(υ).sin(φ)
z=ρ2.sin(υ)

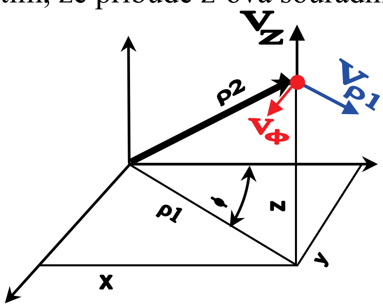
Poloha, rychlost a zrychlení v kartézském souřadném systému (**i, j, k** jsou jednotkové vektory ve směru souřadnicových os x, y a z).

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

$$\vec{v} = \dot{x} \cdot \vec{i} + \dot{y} \cdot \vec{j} + \dot{z} \cdot \vec{k} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k}$$

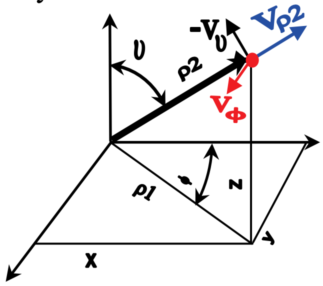
$$\vec{a} = \ddot{x} \cdot \vec{i} + \ddot{y} \cdot \vec{j} + \ddot{z} \cdot \vec{k} = \dot{v}_x \cdot \vec{i} + \dot{v}_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$$

Velikosti složek rychlosti a zrychlení ve válcovém (cylindrickém) souřadném systému se liší od polárního systému pouze tím, že přibude z-ová souřadnice.



$$v_r = \dot{\rho}_1 \qquad a_r = \ddot{r} - r \cdot \dot{\phi}^2$$
$$v_\phi = \rho_1 \cdot \dot{\phi} \qquad a_\phi = r \cdot \ddot{\phi} + 2 \cdot \dot{r} \cdot \dot{\phi}$$
$$v_z = \dot{z} \qquad a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}$$

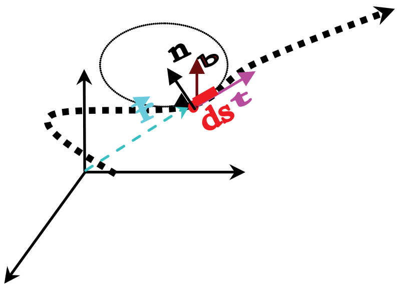
Odvození velikosti složek rychlosti a zrychlení v kulovém (sférickém) souřadném systému je trochu obtížnější, ale opět se jedná jen o znalosti počítání s goniometrickými funkcemi v pravoúhlých trojúhelnících doplněných znalostmi o derivacích. Zde je uveden výsledek.



$$v_{\rho 2} = \dot{\rho}_2$$
$$v_\phi = \rho_2 \cdot \dot{\phi} \cdot \sin(\upsilon)$$
$$v_\upsilon = \rho_2 \cdot \dot{\upsilon}$$
$$a_{\rho 2} = \ddot{\rho}_2 - r \cdot \dot{\phi}^2 \cdot \sin^2(\upsilon) - r \cdot \dot{\upsilon}^2$$
$$a_\upsilon = 2 \cdot \dot{\rho}_2 \cdot \dot{\upsilon} + \rho_2 \cdot \ddot{\upsilon} - \rho_2 \cdot \sin(\upsilon) \cdot \cos(\upsilon) \cdot \dot{\phi}^2$$
$$a_\phi = 2 \cdot \dot{\rho}_2 \cdot \sin(\upsilon) \cdot \dot{\phi} + 2 \cdot \rho_2 \cdot \cos(\upsilon) \cdot \dot{\upsilon} \cdot \dot{\phi} + \rho_2 \cdot \sin(\upsilon) \cdot \ddot{\phi}$$

Přirozený souřadný systém

Pohyb je také možno popsat v přirozeném souřadném systému. Tento systém tvoří t tečna normála n a binormála b také se mu říká průvodní trojhran křivky. Můžeme určit velikosti složek rychlosti a zrychlení ve směrech t, n a b. Kladný přírůstek dráhy ve směru tečny označíme ds. poloměr oskulační kružnice označíme ρ. Oskulační kružnice je taková kružnice, která má v bodě *A* s jeho trajektorií společnou tečnu *t,* stejný poloměr křivosti ρ, společnou hlavní normálu n a lze jí v malém okolí bodu danou trajektorii nahradit. Pak platí následující vztahy:



$$v_t = \dot{s}$$
$$v_n = 0$$
$$v_b = 0$$
$$a_t = \ddot{s} = \dot{v}$$
$$a_n = \frac{\dot{s}^2}{\rho} = \frac{v^2}{\rho}$$
$$a_b = 0$$

Často se pak mluví o tečném a_t a normálovém zrychlení a_n.
O tom, který ze systémů je vhodné použít při řešení problémů, rozhoduje charakter problému zkušenost a odhad. Použití vhodného typu souřadnic často problém výrazně zjednoduší.

1.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

1.4.1 Příklad 1

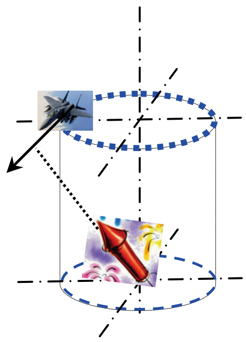
Pohyb bodu po šroubovici je popsán rovnicemi:

$$x = R \cdot \sin(t)$$
$$y = R \cdot \sin(t)$$
$$z = A \cdot t$$

R= 50 cm; t je čas, A=2m.s^{-1}

Určete obecně rychlost a zrychlení bodu v čase t a hodnoty pro čas t=2 s.

1.4.2 Příklad 2 (obtížné)



Letadlo neustále krouží po kružnici o poloměru R ve výšce H konstantní rychlostí, jejíž velikost je vl. Letadlo se snaží sestřelit raketa letící rychlostí o konstantní velikosti vR. Raketa startuje ze středu průmětu kružnice na povrch země. Raketa míří neustále před letadlo tak, že kdyby letadlo i raketa pokračovaly v každém okamžiku přímočaře, raketa by proletěla přesně v polovině dráhy, kterou by za zbývající dobu urazilo letadlo. Určete, polohu rakety v čase a čas, za jaký se raketa dostane k letadlu.

vl=700 m.s^{-1}

R=50 km

H=10 km

vR=2000 m.s^{-1}

2 POUŽITÁ LITERATURA

[1] JULIŠ, K.,BREPTA, R.: Mechanika II. díl - Dynamika; Technický průvodce, SNTL Praha, 1987.
[2] Brát V., Rosenberg J., Jáč V.: Kinematika SNTL Praha 1987.
[3] Brousil, J., Slavík, J., Zeman, V.: Dynamika, Praha, SNTL, 1989.
[4] PODEŠVA, J.: Dynamika v příkladech. Ediční středisko VŠB-TU Ostrava, 2005, s. 65. ISBN 80-7078-678-7.
[5] Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M.: Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady – 1.díl. Fragment, Havlíčkův Brod 2000.
[6] Halliday D., Resnick R., Walker J.: Fyzika část 1 – Mechanika. Vysoké učení technické v Brně- Nakladatelství VUTIUM a PROMETHEUS Praha, 2000.

Internet

Studijní materiály:
http://www.337.vsb.cz/studijni-materialy-109.html.