INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ

DYNAMIKA

Kinematika rotačního pohyby včetně geometrie hmot

Ing. Mgr. Roman Sikora, Ph.D.

Ostrava 2013

ISBN 978-80-248-3039-1

Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1 KINEMATIKA ROTAČNÍHO POHYBY VČETNĚ GEOMETRIE HMOT

STRUČNÝ OBSAH PŘEDNÁŠKY:

Kinematika rotačního pohybu.

Dynamika rotačního pohybu včetně geometrie hmot.

Příklady k procvičení.

MOTIVACE:

Rotační pohyb vykonává mnoho těles i strojních součástí (ozubená kola, hřídele,..). Je-li například hřídel uložena "nakřivo" vznikají při rotaci různé přídavné síly a silové momenty, které mohou snižovat životnost zařízení. Porozumění dějům odehrávajících se při rotaci zvýší všeobecné znalosti konstruktéra.

CÍL:

Kinematika a dynamika rotačního pohybu.

Geometrie hmot.

1.1 KINEMATIKA ROTAČNÍHO POHYBU VČETNĚ GEOMETRIE HMOT

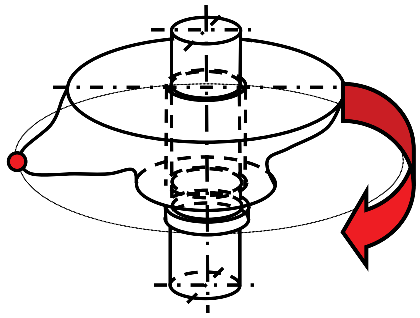
Definice: Jedna přímka tělesa zůstává trvale v klidu.

Tato přímka se nazývá osa rotace. Tento pohyb má jeden stupeň volnosti.

Audio 1.1 Kinematika rotačního pohybu.

Důsledky: Trajektorie všech bodů jsou kružnice. Každý rotační pohyb je rovinný, protože se těleso nemůže pohybovat v axiálním směru.

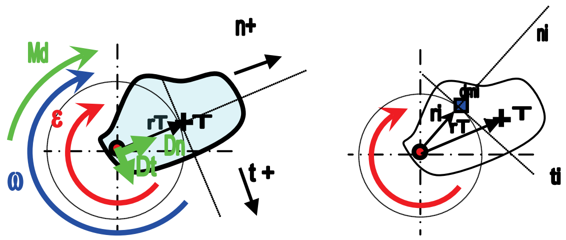
Úhlová dráha, úhlová rychlost a úhlové zrychlení jsou pro všechny body v daném okamžiku stejné. Jestliže se každý bod pohybuje po kružnici, pak je kinematika shodná s pohybem bodu po kružnici, kde poloměr R je dán nejmenší vzdáleností vyšetřovaného bodu od osy rotace.



1.1.1 Dynamika rotačního pohybu

(rovinný případ).

V první části pro zjednodušení předpokládejme, že veškerý materiál tělesa leží v jediné rovině a nezajímá nás tloušťka. Pro odvození použijeme D'Alambertův princip. Lze využít toho, že úhlová rychlost i úhlové zrychlení jsou pro všechny body tělesa stejné a znalosti polohy těžiště r_T.



$$r_T = \frac{\int_m dm_i \cdot r_i}{\int_m dm_i} = \frac{\int_m dm_i \cdot r_i}{m}$$

$$dDn = -dm_i \cdot a_n \qquad dDt = -dm_i \cdot a_t \qquad dMD = -dm_i \cdot a_t \cdot r_i$$

$$dDn = dm_i \cdot \omega^2 \cdot r_i \qquad dDt = -dm_i \cdot \varepsilon \cdot r_i \qquad dMD = -dm_i \cdot \varepsilon \cdot r_i \cdot r_i$$

$$Dn = \omega^2 \cdot \int_m r_i \cdot dm_i \qquad Dt = -\varepsilon \cdot \int_m r_i \cdot dm_i \qquad MD = -\varepsilon \cdot \int_m r^2{}_i \cdot dm_i \qquad J = \int_m r^2{}_i \cdot dm_i$$

$$Dn = \omega^2 \cdot r_T \cdot m \qquad Dt = -\varepsilon \cdot r_T \cdot m \qquad MD = -\varepsilon \cdot J$$

Nová veličina J (někdy se značí I) se nazývá o kvadratický osový moment setrvačnosti hmoty a udává jak je hmota rozložena vzhledem k ose rotace. Pro základní tělesa ji naleznete v tabulkách. Pokud ji budete chtít vypočítat k posunutým rovnoběžným osám pak lze použít Steinerovu větu.

$$J_x = J_T + m \cdot e^2$$
$$\sum Fn + Dn = 0$$
$$\sum Ft + Dt = 0$$
$$\sum M + MD = 0$$

Kde J_T je osový kvadratický moment setrvačnosti hmoty k ose procházející těžištěm a Jx je osový moment setrvačnosti k ose rovnoběžné s touto osou a e je vzdálenost os. Zavedeme-li setrvačné síly (Dn, Dt do osy rotace a setrvačný moment MD), pak platí rovnice pseudorovnováhy například ve směru normály tečny a momentová rovnice k jakémukoliv bodu. Moment setrvačnosti J je počítán moment k ose rotace. Při výpočtu je nutno dát pozor na znaménka.

Rovnice pseudorovnováhy jsou obdobou rovnic rovnováhy ve statice pro rovinné úlohy.

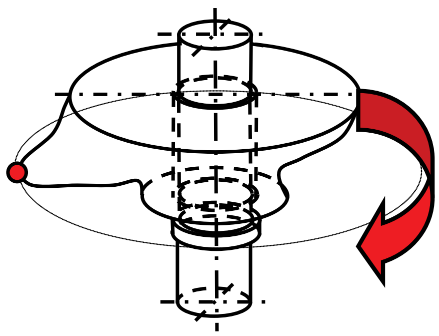
Kinetická energie rotačního pohybu:

$$dEk = \frac{1}{2} \cdot dm_i \cdot v_i^2 = \frac{1}{2} \cdot dm_i \cdot \omega^2 \cdot r_i^2$$
$$Ek = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \int_m dm_i \cdot r_i^2$$
$$Ek = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

1.1.1.1 Dynamika rotačního pohybu-prostorový případ

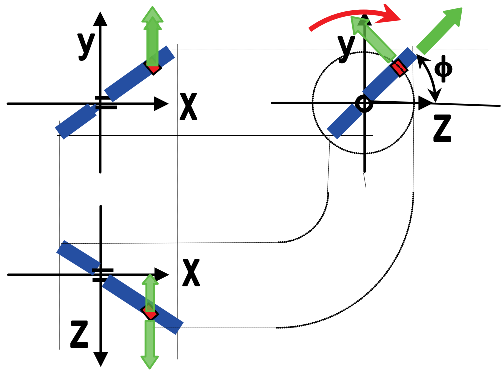
Určitě jste se setkali s tím, že kolo (auta, bicyklu,....) házelo. Příčinou jsou prostorové síly a momenty u rotačního pohybu. Rotační pohyb je sice rovinný pohyb, ale síly, které způsobuje, jsou obecně prostorové. Čili kromě předchozích rovnic přibudou ještě další tři rovnice (dvě momentové a silová ve směru osy rotace).

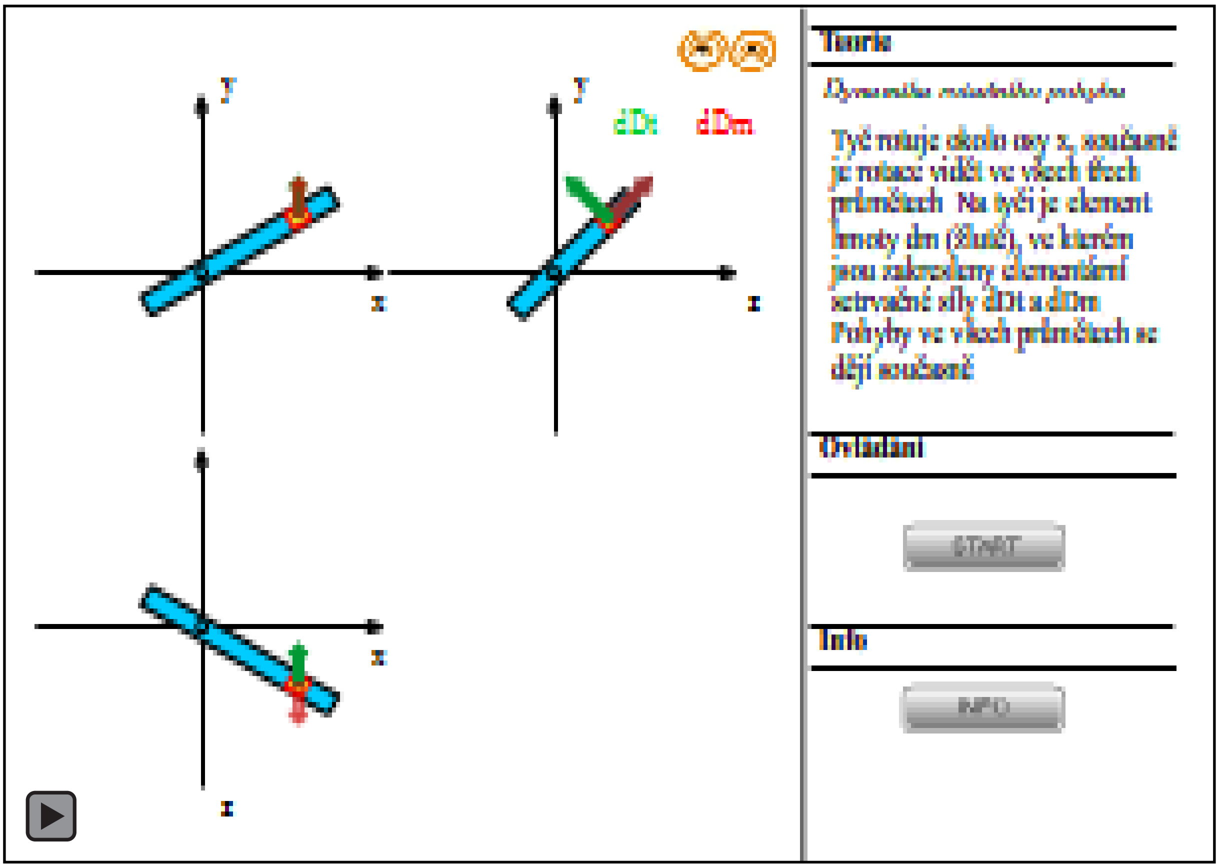
Rovnice odvodíme pomocí D'Alambertova principu na tyči, které rotuje okolo osy x, ale je k ose rotace postavena šikmo. Na obrázku je ve třech k sobě kolmých pohledech. Vybereme si element hmoty dm_i.



$$dDn = dm_i \cdot \omega^2 \cdot \sqrt{z^2 + y^2}$$
$$dDt = dm_i \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{z^2 + y^2}$$

Začneme setrvačnými silovými momenty k osám y a z (k ose rotace x je stejný jako v rovinném případě, kde rTx je vzdálenost těžiště od osy x). U dDt je znaménko zahrnuto otočením orientace v nákresu. Úhlová rychlost a zrychlení jsou pro celé těleso v jednom okamžiku konstanty a je možno je vytknout před integrály.





K ose z

$$dMDz = dDn \cdot \sin(\varphi) \cdot x + dDt \cdot \cos(\varphi) \cdot x$$

$$\sin(\varphi) = \frac{y}{\sqrt{z^2 + y^2}}$$

$$\cos(\varphi) = \frac{z}{\sqrt{z^2 + y^2}}$$

Dosadíme-li za goniometrické funkce a elementy sil dostaneme setrvačný moment k ose z

$$dMDz = dm_i \cdot \omega^2 \cdot \sqrt{z^2+y^2} \cdot \frac{y}{\sqrt{z^2+y^2}} \cdot x + dm_i \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{z^2+y^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{z^2+y^2}} \cdot x$$

$$dMDz = dm_i \cdot \omega^2 \cdot y \cdot x + dm_i \cdot \varepsilon \cdot z \cdot x$$

$$MDz = \omega^2 \cdot \int y \cdot x \cdot dm_i + \cdot\varepsilon \cdot \int z \cdot x \cdot dm_i$$

Zavedeme-li substituce, kde Dxy označuje deviační moment setrvačnosti hmoty k ose z. (Podobně Dxz a Dyz)

$$Dxy = Dyx = \int x \cdot y \cdot dm_i$$

$$Dxz = Dzx = \int x \cdot z \cdot dm_i$$

pak setrvačný moment k ose z má velikost:

$$MDz = \omega^2 \cdot Dxy + \cdot\varepsilon \cdot Dxz$$

Podobně k ose y

$$dMDy = -dDn \cdot \cos(\varphi) \cdot x + dDt \cdot \sin(\varphi) \cdot x$$

$$dMDy = -\omega^2 \cdot dm \cdot z \cdot x + \varepsilon \cdot dm \cdot y \cdot x$$

$$MDy = -\omega^2 \cdot \int dm \cdot z \cdot x + \varepsilon \cdot \int dm \cdot y \cdot x$$

$$MDy = -\omega^2 \cdot Dxz + \varepsilon \cdot Dxy$$

1.1.1.2 Setrvačné síly ve směrech os

Ve směru osy x nepůsobí žádná setrvačná síla. Dále může pro síly použít buď tečný a normálový směr a výsledky jsou stejné jako u rovinného případu nebo určíme složky ve směrech os y a z.

$$dDz = Dn_i \cdot \cos(\varphi) - Dt_i \cdot \sin(\varphi)$$

$$\cos(\varphi) = \frac{z}{\sqrt{z^2+y^2}}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{y}{\sqrt{z^2+y^2}}$$

$$dDn = dm_i \cdot \omega^2 \cdot \sqrt{z^2+y^2}$$

$$dDt = dm_i \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{z^2+y^2}$$

$$dDz = dm_i \cdot \omega^2 \cdot \sqrt{z_i^2 + y_i^2} \cdot \cos(\varphi) - dm_i \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{z_i^2 + y_i^2} \cdot \sin(\varphi)$$

$$dDz = dm_i \cdot \omega^2 \cdot z_i - dm_i \cdot \varepsilon \cdot y_i$$

Po integraci a použití znalosti o těžišti.

$$Dz = m \cdot \omega^2 \cdot z_T - dm \cdot \varepsilon \cdot y_T$$

Podobně pro osu y lze odvodit:

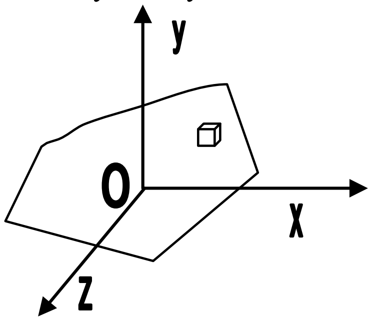
$$dDy = dm_i \cdot \omega^2 \cdot \sqrt{z_i^2 + y_i^2} \cdot \sin(\varphi) + dm_i \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{z_i^2 + y_i^2} \cdot \cos(\varphi)$$

$$Dy = m \cdot \omega^2 \cdot y_T + m \cdot \varepsilon \cdot z$$

Geometrie hmot

U rotačního pohybu jsme se setkali s momenty setrvačnosti hmoty, které souvisí s rozmístěním hmoty vůči souřadnicovým osám. Pro výpočet těchto veličin u tuhých těles je výhodné zavést tyto veličiny tak, aby nesouvisely s osou rotace, ale přímo s tělesem. Z nich pak lze transformací vypočíst jejich hodnoty k libovolně natočeným a posunutým osám, aniž by bylo nutno je počítat pokaždé znova. Pro obvyklá tělesa je pak možno hodnoty momentů setrvačností najít v tabulkách či vypočíst pomocí programů.

Uvažujme kartézský souřadnicový systém *(O, x, y, z)* – spojený s tělesem. Pro jednoduchost z totožníme bod O s těžištěm tělesa. Kvadratické osové momenty setrvačnosti k osám souřadnicového systému jsou definovány vztahy:



$$Jx = \int_m rT_x^{\,2} \cdot dm = \int_m \left(y^2 + z^2\right) \cdot dm$$

$$Jy = \int_m rT_y^{\,2} \cdot dm = \int_m \left(x^2 + z^2\right) \cdot dm$$

$$Jz = \int_m rT_z^{\,2} \cdot dm = \int_m \left(x^2 + y^2\right) \cdot dm$$

Deviační momenty setrvačnosti jsou definovány

$$Dxy = Dyx = \int_m x \cdot y \cdot dm$$

$$Dxz = Dzy = \int_m x \cdot z \cdot dm$$

$$Dyz = Dzy = \int_m y \cdot z \cdot dm$$

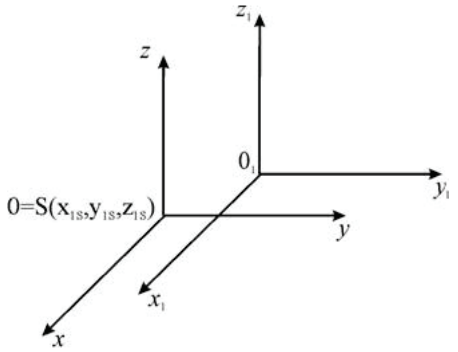
Často se všechny momenty vyjadřují maticí setrvačnosti **I**

$$I = \begin{bmatrix} Jx & -Dxy & -Dxz \\ -Dxy & Jy & -Dyz \\ -Dxz & -Dyz & Jz \end{bmatrix}$$

1.1.2 Transformační vztahy

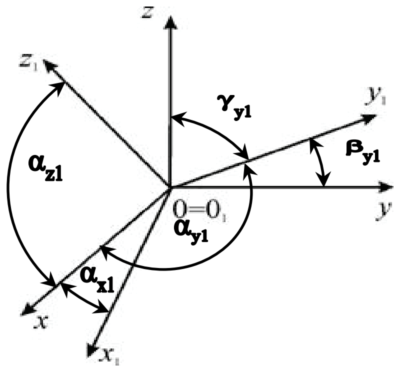
K posunutým osám:

Známe-li matici setrvačnosti I k osám x, y, z procházejícím těžištěm O (osové momenty jsou minimální), pak lze pro momenty setrvačnosti k posunutým osám x1, y1; z1 odvodit Steinerovu větu v prostoru. Počátek O má v souřadném systému x1;y1; z1 souřadnice x_{1S}; y_{1S}; z_{1S}.



$$I_1 = I_o + m \cdot \begin{bmatrix} {y_{1S}}^2 + {z_{1S}}^2 & -x_{1S} \cdot y_{1S} & -x_{1S} \cdot z_{1S} \\ -x_{1S} \cdot y_{1S} & {x_{1S}}^2 + {z_{1S}}^2 & -y_{1S} \cdot z_{1S} \\ -x_{1S} \cdot z_{1S} & -y_{1S} \cdot z_{1S} & {x_{1S}}^2 + {y_{1S}}^2 \end{bmatrix}$$

Pro momenty setrvačnosti **k pootočeným osám,** lze odvodit vztah:



$$I_1 = T^T \cdot I \cdot T$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_{x1}) & \cos(\alpha_{y1}) & \cos(\alpha_{z1}) \\ \cos(\beta_{x1}) & \cos(\beta_{y1}) & \cos(\beta_{z1}) \\ \cos(\gamma_{x1}) & \cos(\gamma_{y1}) & \cos(\gamma_{y1}) \end{bmatrix}$$

V transformační matici jsou α_{x1}; α_{y1}; α_{z1} označeny úhly, které svírají jednotlivé nové osy x1; y1; z1 s původní osou x, podobně β_{x1}; β_{y1}; β_{z1} s osou y a γ_{x1}; γ_{y1}; γ_{z1} s osou z. T^T znamená transponovanou matici T.

Například pro natočenou osu x1 lze z předchozí rovnice:

$$I_{x1} = I_x \cos^2(\alpha_{x1}) + I_y \cos^2(\beta_{x1}) + I_z \cos^2(\gamma_{x1}) - 2D_{xy}\cos(\alpha_{x1})\cos(\alpha_{y1}) - 2D_{xz}\cos(\alpha_{x1})\cos(\alpha_{z1}) - 2D_{yz}\cos(\alpha_{y1})\cos(\alpha_{z1})$$

Pravděpodobně Vám předcházející vztah připomíná Mohrovy kružnice známé z pružnosti. Matematicky se jedná opravdu o stejné rovnice a je možno také využít tenzorový počet.

To znamená, jsou-li známy tyto momenty k nějakému souřadnému sytému spojenému s tělesem, pak je možno využít předcházejících rovnic k určení momentů k libovolnému jinému kartézskému souřadnému systému.

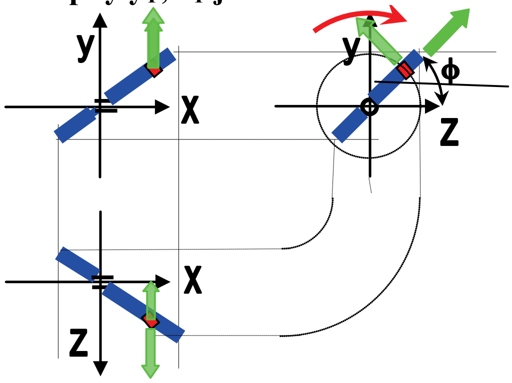
U tělesa lze souřadný systém vždy natočit tak, aby deviační momenty setrvačnosti byly nulové. Těmto osám se říká hlavní osy setrvačnosti. Je-li počátek souřadného systému totožný s těžištěm, (správněji středem hmotnosti) říká se těmto osám hlavní centrální osy setrvačnosti. Obecně určení těchto os vede na řešení kubické rovnice, ale často lze využít různých symetrií (koule, krychle,...) či je lze najít v tabulkách.

Audio 1.2

Pro tělesa složená z částí, jejichž momenty setrvačnosti k jednotlivým osám známe je výsledný moment setrvačnosti dán jejich součtem k těmto osám. Například pro moment k ose x Jx platí:

$$Jx = \sum_{i=1}^{N} Jx_i$$

Shrnutí setrvačných účinků rotačního pohybu (těleso se otáčí okolo osy x kladné ε je úhlové zrychlení je ve směru šipky y_T; z_T jsou vzdálenosti těžiště od osy rotace; m).



$$Dx = 0$$
$$Dy = m \cdot \omega^2 \cdot y_T + m \cdot \varepsilon \cdot z_T$$
$$Dz = m \cdot \omega^2 \cdot z_T - dm \cdot \varepsilon \cdot y_T$$
$$MDx = -\varepsilon \cdot Jx$$
$$MDy = -\omega^2 \cdot Dxz + \varepsilon \cdot Dxy$$
$$MDz = \omega^2 \cdot Dxy + \cdot \varepsilon \cdot Dxz$$

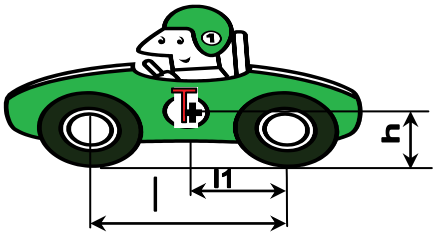
Po přidání těchto setrvačných účinků k tělesu musí platit rovnice pseudorovnováhy:

$$\sum Fx = 0 \qquad \sum Mx + MDx = 0$$
$$\sum Fy + Dy = 0 \qquad \sum My + MDy = 0$$
$$\sum Fz + Dz = 0 \qquad \sum Mz + MDz = 0$$

1.2 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

1.2.1 Příklad 1

Osobní vozidlo o hmotnosti **mA=800 kg** jede rychlostí **v0=60 km.h^{-1}**. V daném místě začne brzdit a jeho rychlost začne s konstantním zpožděním v čase lineárně klesat, přičemž vozidlo má zastavit na dráze **L=48 m**. Z důvodu poruchy hlavních brzd však brzdí pouze ruční brzdou na zadních kolech.



Určete velikost potřebného zpoždění, aby zastavilo na dané dráze.

Určete, zda nedojde k prokluzu zadních kol, je- li koeficient tření mezi koly a vozovkou **fo=0,65**.

Dojde-li k prokluzu, určete velikost dosaženého zpomalení a výslednou brzdnou dráhu je- li koeficient tření při proklouznutí **f=0,55**.

Určete též velikost potřebného brzdícího momentu na nápravě zadních kol Md, je-li jejich průměr **d=320 mm**.

V řešení výslovně uveďte, zda dojde k prokluzu.

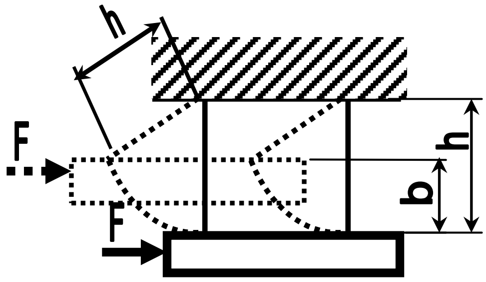
Rozvor náprav je **l=3,4 m**, těžiště vozidla se nachází ve vzdálenosti **l1=2 m** před zadní nápravou, ve výšce **h=1 m** nad úrovní vozovky.

Výsledky:(potřebné zrychlení (ap=2,894 m.s^{-2}; dojde k prokluzu je tedy nutno počítat dále s f a nikoliv f_0; maximálně dosažitelné zrychlení je a_{mozne}=1,912 m.s^{-2}; minimální dráha, na které je možno zastavit je s=72,65 m; je-li po 48 m překážka, narazí do ní auto po intenzivním brzdění rychlostí vn=34,95 km/h;

Velikost brzdícího momentu na zadní nápravě (obě kola dohromady) je M=244,7 N.m.

1.2.2 Příklad 2

Při dobývání hradu se používalo beranidlo, což byla kláda zavěšená pomocí lan ke konstrukci. Kláda se nejprve zvedla a pak byla roztlačována proti dveřím. Určete, kolik bylo zapotřebí vojáků, aby byla kláda o hmotnosti **m=100 kg** roztlačena na rychlost **v=10 m s^{-1}** ve své nejnižší poloze (pasivní odpory zanedbejte). Kláda se pohybuje jednak díky své tíze a také díky roztlačování vojáky. Původní poloha je dána tečkovanou čarou a rozměry (**h=1.6 m a b=0,9 m**). Délka lana h se nemění. Jeden voják vyvine sílu **F=300 N** ve vodorovném směru. Síla F je součtem sil všech vojáků. Předpokládejte, že se ve vodorovném směru jedná o konstantní sílu. Určete také síly v lanech.



Výsledky 10 vojáků, síla v lanech v dolní poloze S_lana=3615 N).

1.2.3 Příklad 3

Vypočtěte hmotový moment J setrvačnosti hřídele k ose otáčení, jestliže je jeho pohybová energie Wk=690 J a jeho otáčky jsou n= 410 min^{-1}

Výsledek J=0,749 kg.m^2**.**

1.2.4 Příklad 4

Na hřídeli o tenkém průměru je upevněn ocelový kotouč o průměru D=2680 mm, šířky b=86 mm. jeho otáčky jsou n=218 min^{-1} jak velký brzdící moment Mb musí působit na kotouč, aby se zastavil po čtyřech otáčkách.

Výsledek Mb=-35220 N.m.

1.2.5 Příklad 5

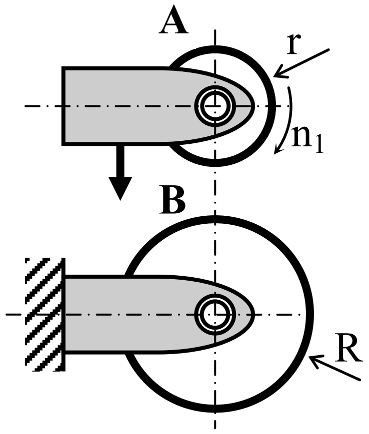
Kotouč, jehož osa rotační symetrie má svislý směr má hmotnost m=218 kg a průměr D=1,7 m. Jeho otáčky jsou n0=1850 min^{-1}, **Jakých otáček** n dosáhne kotouč, jestliže na něj začne působit stálý moment M=850 N.m po dobu t=14 s?

Momentem působíme:

a) Ve směru otáčení **(Výsledek n1=3293.ot.min^{-1})**
b) Proti směru otáčení **(Výsledek n2=407,0.ot.min^{-1}).**

1.2.6 Příklad 6

Disk o hmotnosti mB a poloměru rB je volně (bez pasivních odporů) uložen v kloubu B a je v klidu. Disk A o hmotnosti mA a poloměru rA je rovněž volně uložen v posuvném kloubu A nad diskem B. Disk A je roztočen na počáteční úhlovou rychlost ωA0 a po té položen na disk B (je k němu přitlačován pouze vlastní tíhou). Rotace disku A je třením mezi disky brzděna, zatímco disk B je urychlován. Koeficient tření mezi disky je f. **Určete** úhlové zpoždění **εA** disku A a úhlové zrychlení **εB** disku B. **Určete**, za jaký čas t dojde k vyrovnání obvodových rychlostí obou disků a jakou úhlovou rychlostí ωAk resp. ωBk se v tom okamžiku budou oba disky otáčet. Moment setrvačnosti disku je J=1/2.(m.r^2).

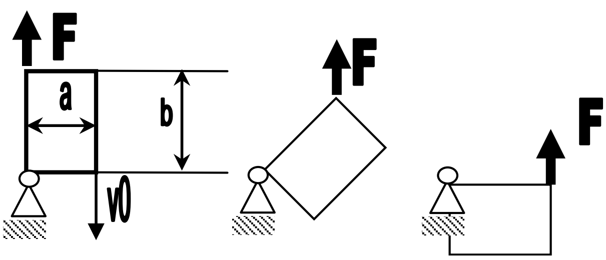


mA=2,6 kg
rA=7,5 cm
mB=4,5 kg
ωA0=92 s^{-1}
f=0,05
rB=9 cm
ωB0=0 s^{-1}

Výsledky:
εA=13,08s^{-2}
εB=6,296s^{-2}
t=4,459 s
ωAk=33,69s^{-1}
ωBk=28,08s
v_obvodová=2,527 m.s^{-1}

1.2.7 Příklad 7

Homogenní těleso tvaru kvádru o hmotnosti m a rozměrech a; b (třetí rozměr nás nezajímá) je kloubově uloženo. Jeho delší strana má na počátku svislou polohu, pravý dolní roh se pohybuje počáteční rychlostí v0. Na levý horní roh působí svisle konstantní síla F, **určete** její velikost potřebnou k tomu, aby se těleso zastavilo po pootočení o 90 stupňů (obrázek).



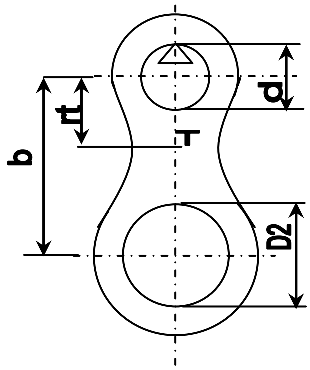
a=110 mm
b=190 mm
m=3.9 kg
v0=1,8 m.s^{-1}

Nápověda: Moment setrvačnosti kvádru k těžišti je 1/12.m.(a^2+b^2).

Výsledek F=74,34 N.

1.2.8 Příklad 8

Ojnice klikového mechanismu má hmotnost m, funkční délka ojnice je b (vzdálenost středů ložiskových těles A a B viz obrázek). Těžiště ojnice T leží na její podélné ose ve vzdálenosti rt od středu A. Moment setrvačnosti ojnice bude zjištěn experimentálně z doby kyvu. Ojnice byla zavěšena v bodě Z na obvodu horního ložiskového tělesa s průměrem d. Byla změřena doba kyvu (perioda) T (při kývání s velmi malým úhlem výkyvu).



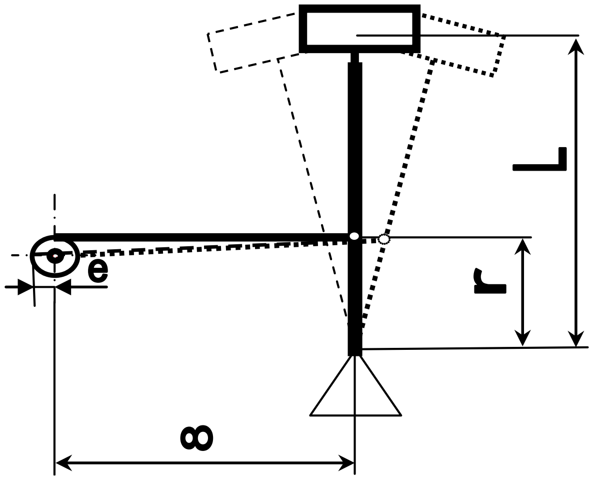
Určete moment setrvačnosti ojnice Iz k závěsnému bodu Z, dále moment setrvačnosti k těžišti It a moment setrvačnost IB ke středu dolního ložiskového tělesa B.

mO=65 kg
b=320 mm
rT=190 mm
d=85 mm
T=1,2 s

Výsledky I_Z=5,406 kg.m^2; I_T=1,892 kg.m^2 I_B=2,991 kg.m^2.

1.2.9 Příklad 9

Vahadlo je tvořeno homogenní tyčí délky L o hmotnosti mT a břemenem o hmotnosti mB, jehož hmota je koncentrována v malém objemu na konci tyče. Vahadlo koná kývavý pohyb okolo svislé střední polohy (v rozsahu velmi malého úhlu na obě strany). Pohyb je vyvolán rotací excentru o excentricitě e a na vahadlo se přenáší vzpěrou. Vzdálenost připojení vzpěry od osy rotace je r. Délka vzpěry je mnohokrát větší, než excentricita excentru (tzn., že vzpěru lze s velmi malou chybou považovat za neustále vodorovnou). Hmotnost vzpěry je zanedbatelná. Excentr rotuje konstantními otáčkami ne.



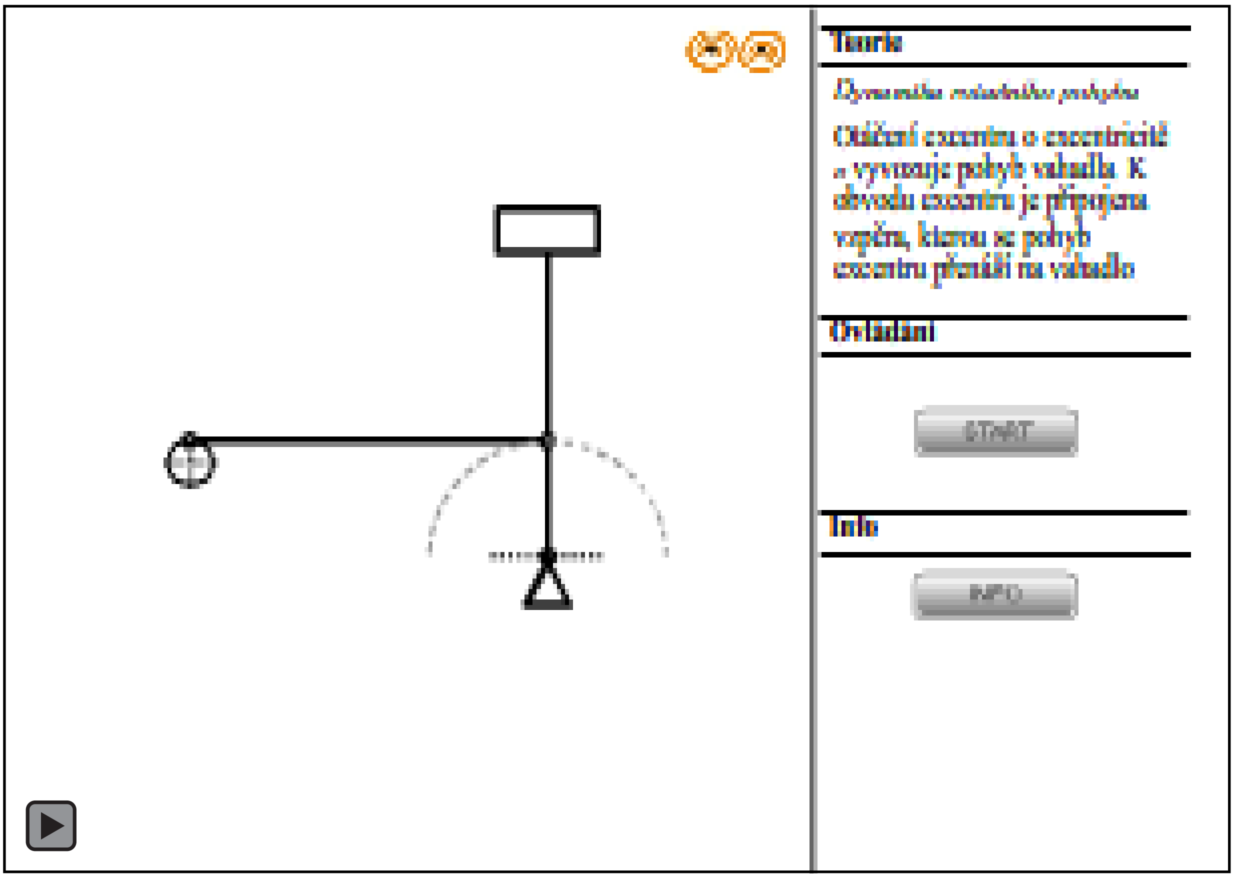
Určete: Silové poměry dané setrvačnými účinky v závislosti na úhlu natočení excentru ϕ. Určete závislost osové síly osové síly ve vzpěře S na úhlu natočení excentru a její maximální hodnotu Smax. Vodorovnou a svislou složku Rx a Ry složku reakce v kloubu uložení vahadla vůči rámu, jakož i výslednou reakci R. Určete hnací moment excentru MH a jeho maximální hodnotu MHmax.

hmotnost kladiva **mB=5,8 kg;**

hmotnost tyče **mT=1,5 kg**;

konstantní otáčky excentru **ne=1200 min^{-1}**

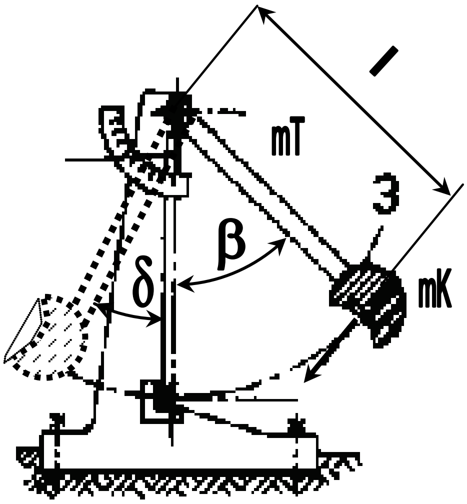
L=690 mm
e=8 mm
r=170 mm



Některé výsledky:
Vzdálenost těžiště od osy rotace **rt=619,1 mm;**
Moment setrvačnosti k ose rotace **J=2,999 kg.m**^{2};
Maximální úhel vahadla **ψmax=2,696**^{o};
Maximální úhlová rychlost vahadla **ωvmax=5,914.s**$^{-1}$
Maximální úhlové zrychlení vahadla **εvmax=743,1.s**$^{-2}$**;**
Maximální síla ve vzpěře **Smax=1311 N,**
Maximální hnací moment excentru **Mhmax=52,45 N.m.**

1.2.10 Příklad 10

Při určování vrubové houževnatosti se používá **Charpyho kladivo**. Charpyho kladivo se skládá z Tyče délky **l=1 m** o hmotnosti **mT=4 kg** a vlastního kladiva o hmotnosti **mK=10 kg**. V nejnižší poloze je přerážena destička. Na počátku pohybu je kladivo v klidu a je v poloze dané úlem **β=60°**. Po přeražení destičky vystoupí kladivo tak, že jeho poloha bude dána úhlem **δ=20°**. (nezanedbejte rotaci tyče).



l=1 m
mT=4 kg
mK=10 kg
β=60°
δ=20°

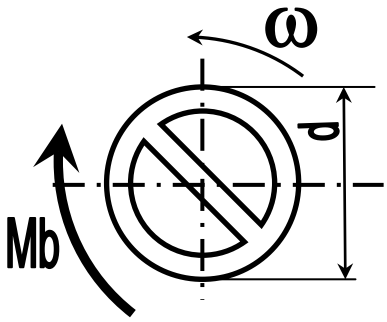
Určete:

1) Vzdálenost společného těžiště tyče a kladiva od osy rotace. **(Výsledek rt=0,8571 m).**
2) Jakou rychlost mělo kladivo před přeražením vzorku. (**Výsledek v1=3,222 m.s^{-1}**).
3) Jaká práce byla spotřebována na přeražení vzorku. **(Výsledek W=51,74 J).**
4) Jakou rychlost mělo kladivo těsně po přeražení vzorku. (**Výsledek v2=1,119 m.s^{-1}**)

Nápověda: Moment setrvačnosti kladiva včetně tyče k ose rotace je $J={}^{1}/_{3}.mT.l^{2}+mK.l^{2}$ (uvažujte rotační pohyb kladiva).

1.2.11 říklad 11

Otočné dveře u vstupu do budovy se otáčejí konstantní úhlovou rychlostí tak, že vykonají jednu celou otáčku za čas **T=25 s**. Průměr dveří je **d=4 m**. Dveře mají moment setrvačnosti **J=500 kg.m²**. V případě že do dveří někdo vejde později, spustí brzdu, která má zastavit dveře tak, aby se bod na obvodu posunul maximálně o délku **l=10 cm.** Určete jakým konstantním brzdným momentem **Mb=?** musí být dveře brzděny.



T=25 s,
d=4 m,
J=500 kg.m²
l=10 cm
Mb=?

Výsledek Mb= -315, N.m

Rady: Pokoušejte se příklady řešit různými způsoby a porovnejte obtížnosti.

2 POUŽITÁ LITERATURA

[1] JULIŠ, K.,BREPTA, R.: Mechanika II. díl - Dynamika; Technický průvodce, SNTL Praha, 1987.

[2] Brát V., Rosenberg J., Jáč V.: Kinematika SNTL Praha 1987.

[3] Brousil, J., Slavík, J., Zeman, V.: Dynamika, Praha, SNTL, 1989.

[4] PODEŠVA, J.: Dynamika v příkladech. Ediční středisko VŠB-TU Ostrava, 2005, s. 65. ISBN 80-7078-678-7.

[5] Feynman R. P., Leighton R. B., Sands M.: Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady – 1.díl. Fragment, Havlíčkův Brod 2000.

[6] Halliday D., Resnick R., Walker J.: Fyzika část 1 – Mechanika. Vysoké učení technické v Brně- Nakladatelství VUTIUM a PROMETHEUS Praha, 2000.

Internet

Studijní materiály:
http://www.337.vsb.cz/studijni-materialy-109.html.