

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ZÁKLADY AUTOMATICKÉHO ŘÍZENÍ

3. týden

doc. Ing. Renata WAGNEROVÁ, Ph.D.

Ostrava 2013

© doc. Ing. Renata WAGNEROVÁ, Ph.D.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3054-4



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	ANALYTICKÁ IDENTIFIKACE	3
1.1	Úvod	4
1.2	Mechanické systémy	4
1.3	Řešené příklady	4
1.3.1	Příklad 3.1: Přímocharý zrychlený pohyb	4
1.3.2	Příklad 3.2: Kyvadlo	5
1.3.3	Příklad 3.3: Pohyb vázaného bodu - pohyb po nakloněné rovině.....	7
1.3.4	Příklad 3.4: Pohyb tělesa v pružném prostředí	8
1.3.5	Příklad 3.5: Pohyb dvojice vázaných těles	9
1.4	Hydromechanické systémy	11
1.5	Řešené příklady	11
1.5.1	Příklad 3.6: Nádrž s volným odtokem kapaliny	11
1.5.2	Příklad 3.7: Nádrž s odčerpávání kapaliny.....	12
1.6	Elektrické obvody	12
1.6.1	Základní prvky	13
1.6.2	Základní zapojení.....	13
1.6.3	Dělič napětí.....	14
1.6.4	Můstkové zapojení.....	14
1.7	Řešené příklady	15
1.7.1	Příklad 3.8: Výpočet děliče napětí, určení obrazového přenosu	15
1.7.2	Příklad 3.9: Výpočet děliče napětí, určení obrazového přenosu	16
1.7.3	Příklad 3.10: Určete přenos můstkového zapojení.....	16
1.7.4	Příklad 3.11: Určete přenos můstkového zapojení.....	18
2	POUŽITÁ LITERATURA	19



1 ANALYTICKÁ IDENTIFIKACE



OBSAH KAPITOLY:

Analytická identifikace

Mechanické systémy

Hydromechanické systémy

Elektrické obvody



MOTIVACE:

Analytická identifikace umožňuje získání matematického popisu vlastností dynamických systémů na základě znalosti matematicko-fyzikálních zákonů. Nutná znalost je ovšem znalost struktury systémů, jeho prvků a vazeb. Takto získán matematický popis je nejpřesnější, ale tento postup vyžaduje hluboké znalosti fyzikálních jevů.



CÍL:

Budete umět definovat matematický popis pro tři základní typy systémů a to mechanické, hydromechanické a vybrané elektrické obvody.



1.1 ÚVOD

Při analytické identifikaci převádíme reálnou soustavu na soustavu rovnic, které se dají pomocí lehkých matematických výpočtu převést na tvar, který lze dále převést pomocí Laplaceovy transformace na obrazový přenos.

Ukážeme a popíšeme si jednotlivé systémy, pomocí kterých se dají v běžné praxi počítat pohyby těles, staticky a hydrostatický tlak. Nahlédneme i do elektrických obvodů.

Jako první si uvedeme mechanické systémy.

1.2 MECHANICKÉ SYSTÉMY

Důležitým předpokladem pro počítání mechanických systému je znalost tří Newtonových zákonů, jsou to:

1. (Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrně přímočarém pohybu, pokud není nuceno vnějšími silami tento stav změnit.)
2. Zákon síly (Velikost zrychlení hmotného bodu je přímo úměrná velikosti výslednice sil působících na hmotný bod, a nepřímo úměrná hmotnosti hmotného bodu, $a = \frac{F}{m}$.)
3. Zákon akce a reakce (Dvě tělesa na sebe navzájem působí stejně velkými silami opačného směru. Tyto síly vznikají a zanikají současně.)

Konečný výsledek určíme sestrojením pohybových rovnic.

1.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Řešené příklady do teorie o analytické identifikaci jsou čerpány ze skript [Farana 1996]. Veškeré obrázky byly vytvořeny podle vzoru z výše zmiňovaných skript.

1.3.1 Příklad 3.1: Přímočarý zrychlený pohyb

Základní veličiny pro tenhle výpočet jsou: dráha [m], čas [s] a rychlost [m s^{-1}]. Jejich vzájemný vztah určíme následujícím postupem. Vezměme krátký časový úsek Δt [s].

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (1)$$

Obdobně budeme předpokládat, že pokud bude v tomto krátkém časovém úseku na těleso působit konstantní zrychlení a dojde ke zvýšení **rychlosti** o Δv , tedy platí:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta^2 s}{\Delta t^2}. \quad (2)$$

Jestliže budeme v rovnici (2) zmenšovat časový úsek Δ , tedy provedeme limitní přechod $\Delta \rightarrow d$, obdržíme diferenciální rovnici pro určení dráhy, kterou těleso urazí při působení zrychlení a :

$$a(t) = \frac{d^2 s(t)}{dt^2}. \quad (3)$$

Diferenciální rovnici (3) můžeme řešit velmi jednoduše, např. postupnou integrací, takže získáme následující vztah pro určení dráhy s v čase t . Přitom předpokládáme, že čas se začíná počítat od okamžiku počátku pohybu



$$s(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau + s_0, \quad (4a)$$

resp.

$$s(t) = \int_0^t \left(\int_0^t a(\sigma) d\sigma + v_0 \right) d\tau + s_0, \quad (14b)$$

kde je

t - čas,

$s(t)$ - dráha, kterou těleso urazilo od počátku pohybu do okamžiku t ,

s_0 - počáteční dráha tělesa, nejčastěji bude $s_0 = 0$,

$v(t)$ - rychlost tělesa v čase t ,

v_0 - počáteční rychlost tělesa, nejčastěji bude $v_0 = 0$,

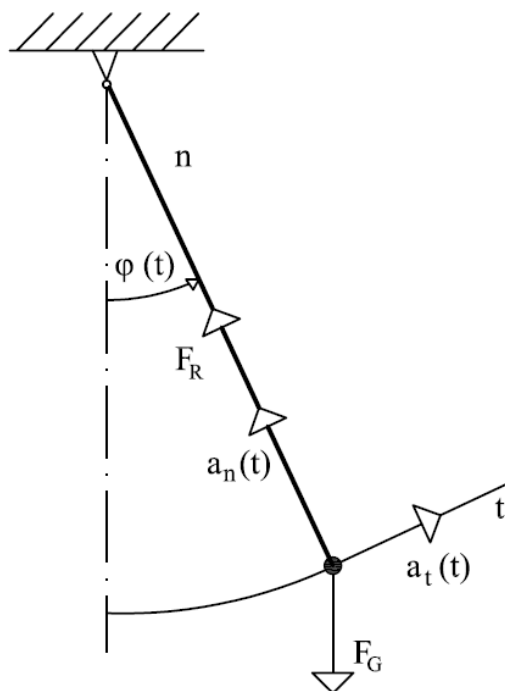
$a(t)$ - zrychlení tělesa v čase t .

Rovnice (4) jsou matematickým modelem přímočarého pohybu. Přitom jak rychlost, tak zrychlení se mohou v průběhu pohybu měnit - mohou být funkcí času. což bude komplikovat jeho řešení. Řešením některé z rovnic (4) pro konkrétní hodnoty získáme průběh dráhy tělesa v závislosti na čase. Můžeme tak učinit analyticky. Pro složitější vztahy je vhodné zvolit numerické řešení (přibližné).

1.3.2 Příklad 3.2: Kyvadlo

Budeme sledovat pohyb hmotného bodu o hmotnosti m [kg], který se pohybuje po svisle kružnici realizované otočně uloženou tyčí neproměnné délky l [m] a zanedbatelné hmotnosti za působení tíhové síly F_G [N]. Tento děj se nazývá matematické kyvadlo (obr. 3.1). Sestavíme pohybovou rovnici a rozepíšeme ji do os vhodného souřadnicového systému.





Obr. 3.1 Působení sil na koncový bod matematického kyvadla

Po zavedení reakčního účinku tyče F_R [N] bude její pohybová rovnice:

$$ma = F_R + F_G. \quad (5)$$

Protože známe předem směr tečny a normály, použijeme rozpis do směrů t (tečna) a n (normála):

$$ma_n(t) = F_R - mg \cos \varphi(t), \quad (6a)$$

$$ma_t(t) = -mg \sin \varphi(t), \quad (16b)$$

jinak také

$$m\varphi'(t) = S - mg \cos \varphi(t), \quad (7a)$$

$$m\varphi''(t) = -mg \sin \varphi(t). \quad (17b)$$

Z vlastní pohybové rovnice si vyjádříme úhlové zrychlení:

$$\varepsilon(t) = \varphi''(t) = -\frac{g}{l} \sin \varphi(t), \quad (8)$$

kde

l - je délka tyče kyvadla,

$\varphi(t)$ - úhlová dráha [rad],

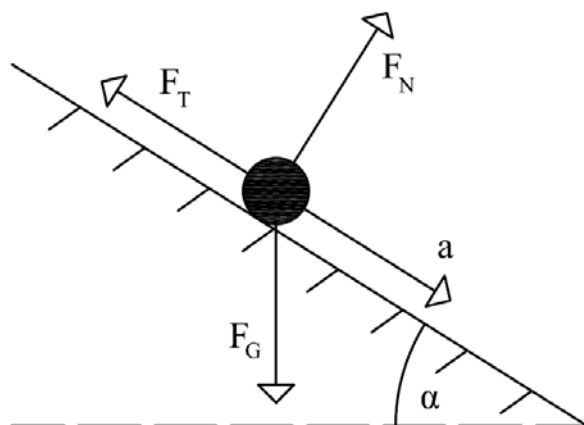
g - gravitační zrychlení [m s^{-2}].

Rovnice (18) je zároveň matematickým modelem kyvadla, z něhož můžeme vytvoříme blokové schéma pro simulační program.



1.3.3 Příklad 3.3: Pohyb vázaného bodu - pohyb po nakloněné rovině

Pohyb po nakloněné rovině je přímočarý zrychlený pohyb, při kterém těleso o hmotnosti $m[\text{kg}]$ položené na nakloněnou rovinu se pohybuje směrem dolů s rovnoměrným zrychlením, které způsobí zemská gravitace (obr. 3.2).



Obr. 3.2 Pohyb bodu po nakloněné rovině

Pohybová rovnice pro tento pohyb je:

$$ma = F_G + F_N - F_T, \quad (9)$$

kde je

F_G - gravitační síla,

F_N - normálová síla,

F_T - třecí síla.

Pohybovou rovnici rozepíšeme do jednotlivých složek pravoúhlého souřadnicového systému, kde osa t (tečná) je shodná se sklonem roviny a osa n (normálová) je na rovinu kolmá.

Platí tedy:

$$ma = F_G \sin \alpha - F_T, \quad (10a)$$

$$0 = -F_G \cos \alpha + F_N, \quad (20b)$$

kde je

a - zrychlení,

α - úhel sklonu roviny.

Pro třecí a normálovou sílu platí vztah:

$$F_T = F_N f, \quad (11)$$

kde je

f - koeficient tření.

Z rovnice (10) pak vyplývá

$$ma = -F_G f \cos \alpha + F_G \sin \alpha. \quad (12)$$

Gravitační síla je přímo úměrná hmotnosti bodu:

$$F_G = mg, \quad (13)$$

pak platí

$$a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha). \quad (14)$$



Protože hodnoty g , f a α jsou konstanty, zrychlení a je tedy konstantní. Postupnou integrací rovnice (24) získáme vztah pro určení dráhy s v čase t . Přitom předpokládáme, že čas se začíná počítat od okamžiku počátku pohybu. Dráha je dána vztahem:

$$s(t) = \int_0^t [g\tau(\cos \alpha - f \sin \alpha) + v_0] \cdot d\tau + s_0, \quad (15)$$

kde je

t - čas

$s(t)$ - dráha tělesa od okamžiku t ,

s_0 -počáteční dráha tělesa,

v_0 - počáteční rychlost tělesa,

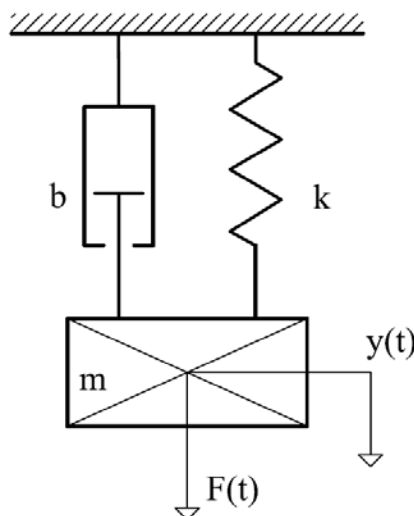
$a(t)$ - zrychlení tělesa v čase t ,

g - gravitační zrychlení ($g = 9,81\text{ms}^{-1}$).

Rovnice (25) je matematickým modelem pohybu po nakloněné rovině.

1.3.4 Příklad 3.4: Pohyb tělesa v pružném prostředí

Máme za úkol vyřešit pohyb tělesa o zadané hmotnosti m [kg], které je vázáno (upevněno) k tuhému rámu a v čase $t = 0\text{s}$ na něj začíná působit síla F [N]. Těleso opět zastoupíme hmotným bodem o hmotnosti m [kg], upevnění nahradíme působením pružiny s danou konstantou tuhosti k [N m^{-1}] a tlumičem s udaným koeficientem tlumení b [N s m^{-1}]. Na (obr. 3.3) je symbolicky zakreslena celá situace.



Obr. 3.3 Těleso připoutané k tuhému rámu

Na těleso působí čtyři síly, které musí být v rovnováze:

$$my''(t) + by'(t) + ky(t) - F(t) = 0, \quad (16)$$

kde je

m - hmotnost tělesa,

k - konstanta tuhosti pružiny (pružného upevnění),

b - koeficient tlumení,

y - poloha tělesa,



F - budicí síla,

t - čas.

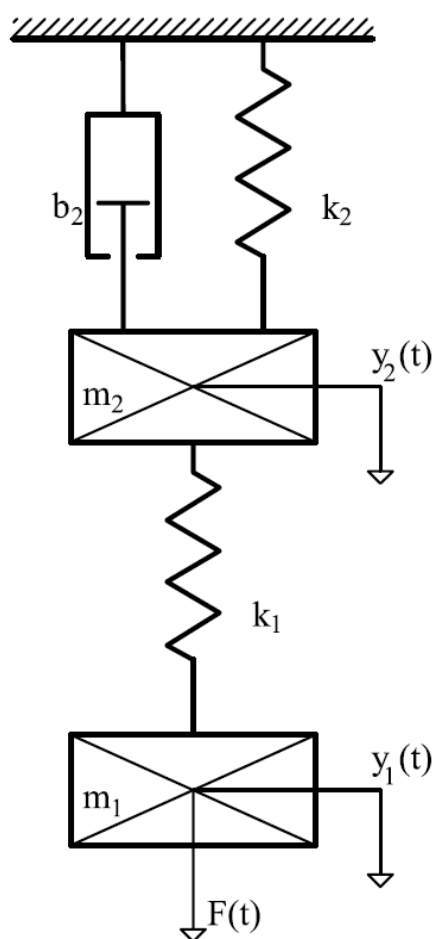
Z rovnice (26) vyjádříme druhou derivaci polohy tělesa:

$$y''(t) = \frac{F(t) - ky(t) - by'(t)}{m}. \quad (17)$$

Získaná rovnice (27) je nehomogenní lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty.

1.3.5 Příklad 3.5: Pohyb dvojice vázaných těles

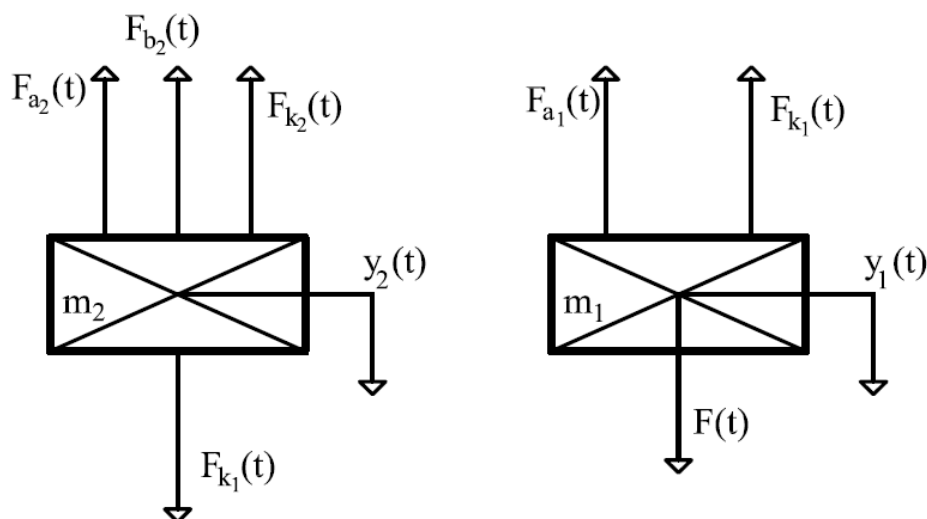
Dalším příkladem je řešení pohybu dvou těles, z nichž jedno těleso o hmotnosti m_2 [kg] je upevněno k tuhému rámu a k němu je upevněno těleso druhé o hmotnosti m_1 [kg]. Vazbu tělesa k rámu opět nahradíme působením tlumiče b_2 [N s m⁻¹] a pružiny k_2 [N m⁻¹], vazbu mezi tělesy působením pružiny k_1 [N m⁻¹], jak vidíme na (obr. 3.4). Zátěžná síla F [N] přitom působí na druhé těleso.



Obr. 3.4 Vázaná tělesa

Pro řešení této soustavy těles provedeme nejprve uvolnění těles a zjištění, jaké síly na ně působí, viz (obr. 3.5).





Obr. 3.5 Uvolnění sil

Na základě uvolnění zapíšeme rovnice rovnováhy sil na obou tělesech:

$$F_{k_1}(t) + F_{b_1}(t) + F_{a_1}(t) - F_{k_2}(t) = 0, \quad (18)$$

$$F_{k_2}(t) + F_{a_2}(t) - F(t) = 0, \quad (19)$$

kde je

F_k - síla vyjadřující vliv pružiny,

F_b - síla vyjadřující vliv tlumení,

F_a - síla vyjadřující vliv setrvačnosti při pohybu tělesa,

F - zátěžná síla.

V rovnicích (28) a (29) vyjádříme jednotlivé síly a obdržíme soustavu dvou diferenciálních rovnic druhého řádu, které popisují chování těles:

$$m_1 y_1'' + k_1 y_1 - k_1 y_2 = F(t), \quad (20)$$

$$m_2 y_2'' + b_2 y_2' - k_1 y_1 + y_2 (k_1 + k_2) = 0. \quad (21)$$

Vektorový zápis:

$$m\mathbf{y}'' + b\mathbf{y}' + k\mathbf{y} = \mathbf{F},$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1'' \\ y_2'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1' \\ y_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Z rovnic (30) a (31) opět vyjádříme druhé derivace polohy obou těles

$$y_1''(t) = \frac{F(t) - k_1[y_1(t) - y_2(t)]}{m_1}, \quad (22)$$

$$y_2''(t) = \frac{k_1[y_1(t) - y_2(t)] - k_2 y_2(t) - b_2 y_2'(t)}{m_2}. \quad (23)$$



1.4 HYDROMECHANICKÉ SYSTÉMY

Pro zjištění analytické identifikace je nutné znát dva zákony:

1. **Zákon zachování energie** - Bernoulliho rovnice (Při proudění kapaliny působí na její částice síly, které při posunutí po dráze konají práci. Sečtením elementárních prací mezi dvěma body dostaneme vztah pro celkovou mechanickou energii kapaliny – podmínka rovnováhy sil – Eulerova rovnice hydrodynamiky, její integrací po dráze dostaneme Bernoulliho rovnici.)

$$\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + hg = \text{konst.}$$

1. **Zákon zachování hmoty** - rovnice kontinuity kapalin

$$Q_m = Q_1 + Q_2 = \text{konst.}; [m^3 s^{-1}]$$

$$r_1 \cdot S_1 \cdot v_1 = r_2 \cdot S_2 \cdot v_2 = r \cdot S \cdot v = \text{konst.}$$

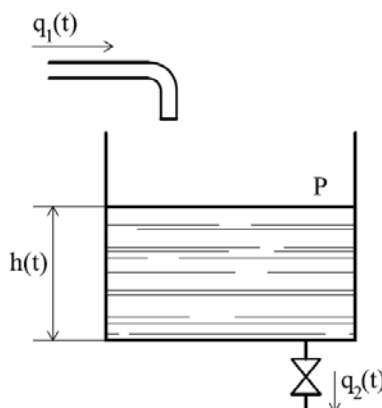
[wikipedia]

1.5 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

1.5.1 Příklad 3.6: Nádrž s volným odtokem kapaliny

Provedeme analytickou identifikaci nádrže s volným odtokem kapaliny na (obr. 3.6) za předpokladu, že $h(t)$ je výška hladiny [m], P - plošný obsah hladiny [m^2], $q_1(t)$ je objemový přítok [$m^3 s^{-1}$] a $q_2(t)$ je objemový odtok [$m^3 s^{-1}$] (objemový tok), pro který platí

$$q_2(t) = A\varphi\sqrt{2gh(t)}.$$



Obr. 3.6 Schéma nádrže s volným odtokem

Matematický model

Pro elementární přírůstek objemu kapaliny v nádrži $Pdh(t)$ za elementární časový přírůstek dt platí bilanční rovnice

$$Pdh(t) = q_1(t)dt - q_2(t)dt, \quad (24)$$

resp, po uvažování vztahu (34)

$$Pdh(t) = q_1(t)dt - A\varphi\sqrt{2gh(t)}. \quad (25)$$

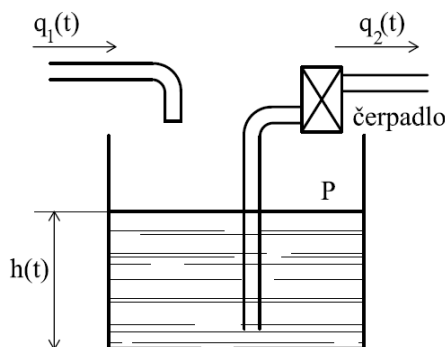
Po úpravě dostaneme nehomogenní nelineární diferenciální rovnici 1. řádu s konstantními koeficienty.



$$P \frac{dh(t)}{dt} + A\varphi\sqrt{2gh(t)} = q_1(t). \quad (26)$$

1.5.2 Příklad 3.7: Nádrž s odčerpáváním kapaliny

Je třeba analyticky identifikovat regulovanou soustavu na (obr. 3.7). Kde $q_1(t)$ je objemový přítok kapaliny [m^3s^{-1}], $q_2(t)$ - objemový odtok (odčerpávané průtočné množství) [m^3s^{-1}] (objemové toky), $h(t)$ - výška hladiny [m], P - plošný obsah hladiny [m^2], $\omega(t)$ - úhlová rychlost čerpadla [rad s^{-1}], k_1 - konstanta [$\text{m}^3 \text{rad}^{-1}$].



Obr. 3.7 Schéma nádrže s odčerpáváním

Matematický model

Pro elementární přírůstek objemu kapaliny v nádrži $Pdh(t)$ za elementární časový přírůstek dt platí bilanční rovnice

$$Pdh(t) = q_1(t)dt - q_2(t)dt. \quad (27)$$

Po úpravě dostaneme diferenciální rovnici 1. řádu

$$P \frac{dh(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t), \quad (28)$$

resp.

$$P \frac{dh(t)}{dt} = q_1(t) - k_1\omega(t), \quad (29)$$

s počáteční podmínkou (počáteční výškou hladiny).

$$h(0) = h_0. \quad (30)$$

Diferenciální rovnici (27) můžeme napsat v ekvivalentním integrálním tvaru

$$h(t) = \frac{1}{P} \int_0^t [q_1(\tau) - k_1\omega(\tau)] d\tau + h_0. \quad (31)$$

1.6 ELEKTRICKÉ OBVODY

Výčet zákonů, které platí v elektrických obvodech a které jsou pro nás důležité.

1. **Ohmův zákon** - Proud I v uzavřeném obvodu se rovná podílu elektrickému napětí U a odporu R vyskytujícího se v obvodu.



$$I = \frac{U}{R}$$

2. **První Kirchhoffův zákon** - popisuje zákon zachování elektrického náboje; říká, že v každém bodě (uzlu) elektrického obvodu platí, že:

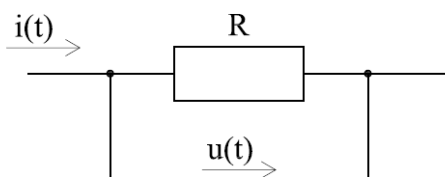
Součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících.

3. **Druhý Kirchhoffův zákon** - formuluje pro elektrické obvody zákon zachování energie; říká, že:

Součet úbytků napětí na spotřebičích se v uzavřené části obvodu (smyčce) rovná součtu elektromotorických napětí zdrojů v této části obvodu.

1.6.1 Základní prvky

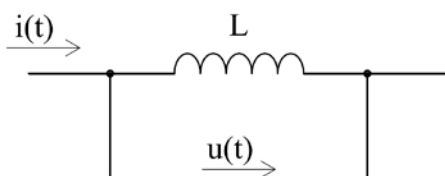
Odpor $u(t) = i(t)R$, $U(s) = I(s)R$.



Obr. 3.8 Zapojení odporu

Cívka

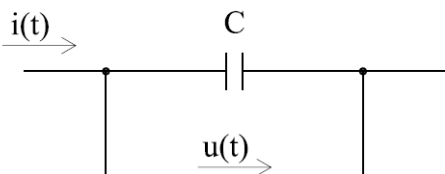
$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}, \quad U(s) = \underbrace{Ls}_{Z(s)} I(s).$$



Obr. 3.9 Zapojení cívky

Kondenzátor

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau, \quad U(s) = \frac{1}{Cs} I(s).$$



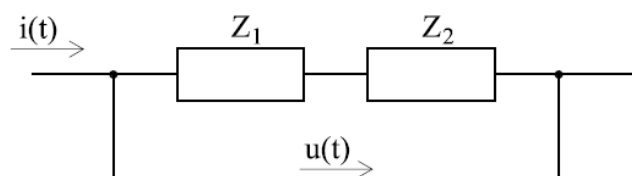
Obr. 3.10 Zapojení kondenzátoru

1.6.2 Základní zapojení

Sériové zapojení

$$Z = Z_1 + Z_2$$

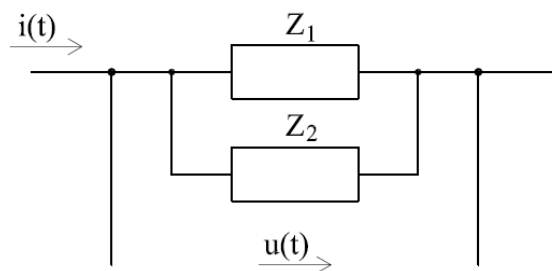




Obr. 3.11 Schéma sériového zapojení

Paralelní zapojení

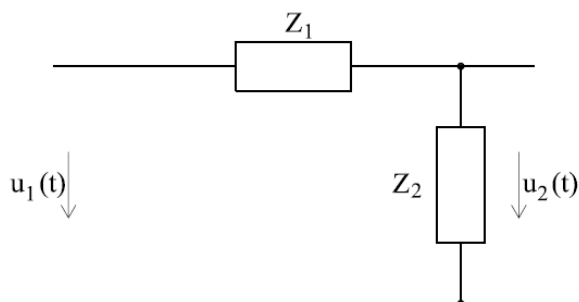
$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$



Obr. 3.12 Schéma paralelního zapojení

Uvedeme si dva typy elektrických obvodů**1.6.3 Dělič napětí**

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Z_2(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)}$$



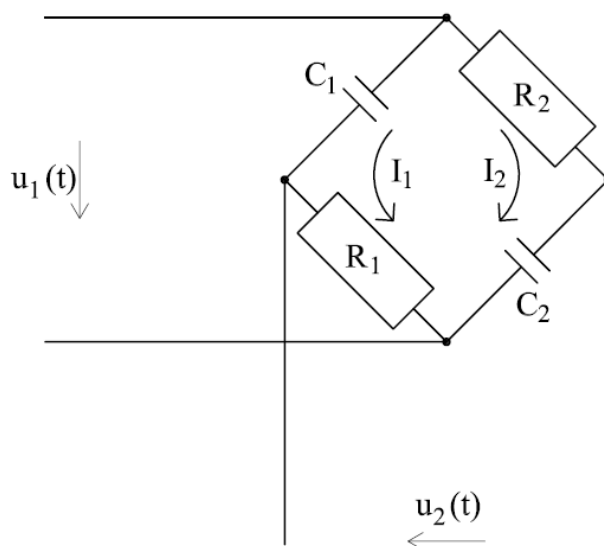
Obr. 3.13 Schéma děliče napětí

1.6.4 Můstkové zapojení

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}$$

viz příklad 3.11.

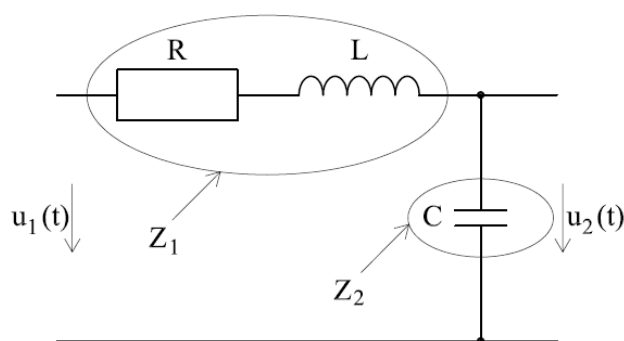




Obr. 3.14 Schéma můstkového zapojení

1.7 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

1.7.1 Příklad 3.8: Výpočet děliče napětí, určení obrazového přenosu



Obr. 3.15 Schéma děliče napětí

Vstupní impedance

$$Z_1(s) = R + Ls.$$

Výstupní impedance

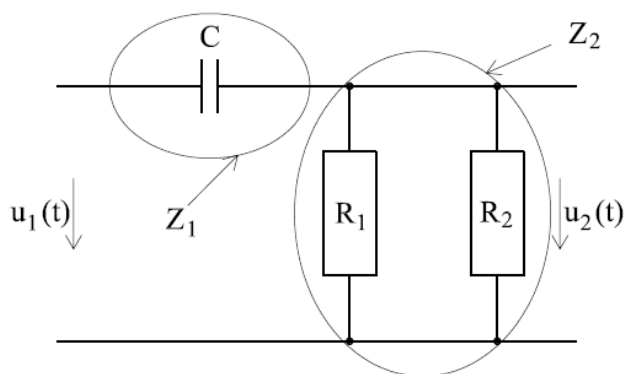
$$Z_2(s) = \frac{1}{Cs}.$$

Obrazový přenos

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}.$$



1.7.2 Příklad 3.9: Výpočet děliče napětí, určení obrazového přenosu



Obr. 3.16 Schéma děliče napětí

Vstupní impedance

$$Z_1(s) = \frac{1}{Cs}.$$

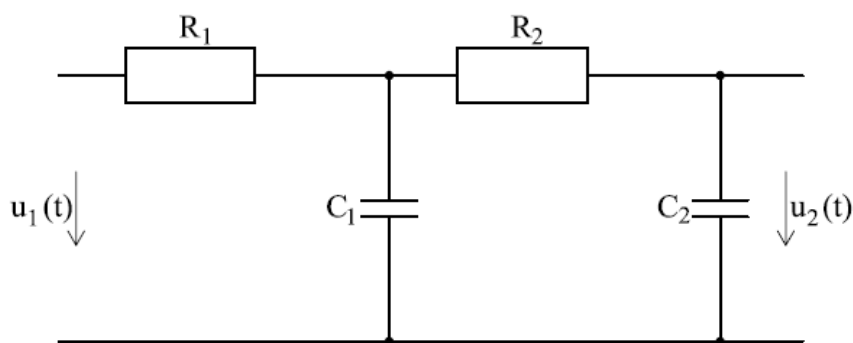
Výstupní impedance

$$Z_2(s) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_1 \text{ a } R_2 \text{ jsou konstanty} \Rightarrow R$$

Obrazový přenos

$$G(s) = \frac{u_2(s)}{u_1(s)} = \frac{R}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{RCs}{RCs + 1}.$$

1.7.3 Příklad 3.10: Určete přenos můstkového zapojení

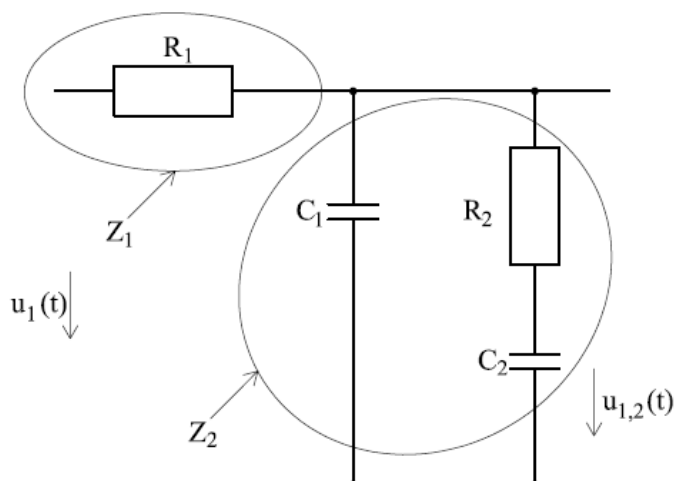


Obr. 3.17 Schéma dvou děličů napětí



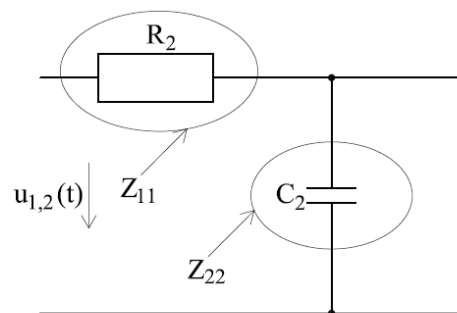
V první řadě si rozdělíme schéma dvou děličů:

I



Obr.3.18a Úprava děličů

II



Obr. 3.18b Úprava děličů

Vstupní impedance:

$$Z_1(s) = R_1,$$

$$Z_{11}(s) = R_2.$$

Výstupní impedance:

$$Z_2(s) = \frac{\frac{1}{C_1 s} \left(R_2 + \frac{1}{C_2 s} \right)}{\frac{1}{C_1 s} + \frac{1}{C_2 s} + R_2} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_2 C_1 C_2 s^2 + C_1 s + C_2 s},$$

$$Z_{22}(s) = \frac{1}{C_2 s}.$$

Obrazové přenosy:

$$G_1(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{R_2 C_2 s + 1}{R_2 C_1 C_2 s^2 + C_1 s + C_2 s}}{R_1 + \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_2 C_1 C_2 s^2 + C_1 s + C_2 s}} = \frac{R_2 C_2 s + 1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1},$$

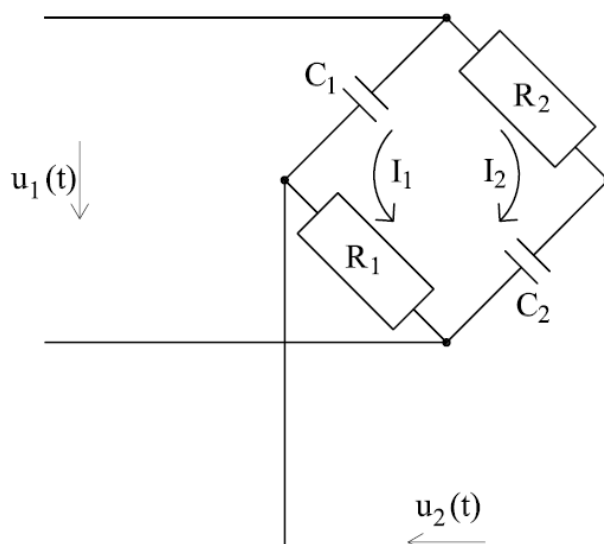
$$G_2(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{1}{C_2 s}}{R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{1}{R_2 C_2 s + 1}.$$

Výsledný přenos:

$$\begin{aligned} G(s) &= G_1(s)G_2(s) = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1} = \frac{1}{(T_1 s + 1)^2} = \\ &= \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{1}{T_0^2 s^2 + 2T_0 \xi_0 s + 1} \end{aligned}$$



1.7.4 Příklad 3.11: Určete přenos můstkového zapojení



Obr. 3.19 Schéma můstkového zapojení

Řešení dvou rovnic o dvou neznámých:

rovnice jsou odvozeny z toku proudu u můstkového zapojení

$$U_1(s) = \left(\frac{1}{C_1 s} + R_1 \right) I_1(s) = \left(\frac{1}{C_2 s} + R_2 \right) I_2(s),$$

$$U_2(s) = -R_1 I_1(s) + \frac{1}{C_2 s} I_2(s) = \frac{1}{C_1 s} I_1(s) - R_2 I_2(s),$$

z první rovnice jsi vyjádříme proud $I_1(s)$ a dosadíme jej do druhé

$$I_1(s) = \frac{C_1 s}{C_2 s} \cdot \frac{R_2 C_2 + 1}{R_1 C_1 + 1} I_2(s),$$

$$\begin{aligned} U_2(s) &= -R_1 \frac{C_1 s}{C_2 s} \cdot \frac{R_2 C_2 + 1}{R_1 C_1 + 1} I_2(s) + \frac{1}{C_2 s} I_2(s) = \\ &= \frac{-R_1 C_1 R_2 C_2 s^2 - R_1 C_1 s + R_1 C_1 s + 1}{C_2 s \cdot (R_1 C_1 + 1)} I_2(s) = \frac{-R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + 1}{C_2 s \cdot (R_1 C_1 + 1)} I_2(s), \end{aligned}$$

Výsledný přenos

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{\frac{-R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + 1}{C_2 s \cdot (R_1 C_1 + 1)} I_2(s)}{\frac{R_2 C_2 s + 1}{C_2 s} I_2(s)} = \frac{-R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + 1}{(R_1 C_1 + 1)(R_2 C_2 s + 1)} = \\ &= \frac{1 - T_1 T_2 s^2}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}. \end{aligned}$$



2 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BOLTON, W. 1992. *Control engineering*. New York: Longman scientific & Technical, 1992. 327s. ISBN 0-582-09729-0.
- [2] DORF, R. C. & BISHOP, R. H. 1998. *Modern Control Systems*. Addison-Wesley : Harlow England 1998. ISBN 0-201-30864-9.
- [3] FARANA, R. aj. 1996. *Programová podpora simulace dynamických systémů. Sbíрка řešených příkladů*. 1 vyd. Ostrava: KAKI 1996, 114 s. ISBN 80-02-01129-5.

