

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ZÁKLADY AUTOMATICKÉHO ŘÍZENÍ

11. týden

doc. Ing. Renata WAGNEROVÁ, Ph.D.

Ostrava 2013

© doc. Ing. Renata WAGNEROVÁ, Ph.D.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3054-4



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	STABILITA	3
1.1	Úvod	4
1.2	Kritéria stability	5
1.3	Algebraická kritéria stability	5
1.3.1	Hurwitzovo kritérium stability	5
1.3.2	Příklad 10.1:	6
1.3.3	Routhovo-Schurovo kritérium	7
1.3.4	Příklad 10.2:	7
1.4	Kmitočtová kritéria stability	8
1.4.1	Michajlovovo kritérium	8
1.4.2	Nyquistovo kritérium stability	9
1.4.3	Příklad 10.3: Vyřešte stabilitu regulačního obvodu, když jeho přenos rozpojeného obvodu je:.....	10
2	POUŽITÁ LITERATURA	12



1 STABILITA



OBSAH KAPITOLY:

Definice stability

Nutná a postačující podmínka stability

Kritéria stability



MOTIVACE:

Stabilita je nutná vlastnost regulačních obvodů, která musí být zajištěna. Jinak regulační obvody nemohou fungovat správně.



CÍL:

Po prostudování budete umět

- definovat pojem stability spojitých systémů, nutnou a postačující podmínku stability, nutnou podmínku stability
- popsat kritéria stability a jejich použití.
- Určit, zda regulační obvod je stabilní.



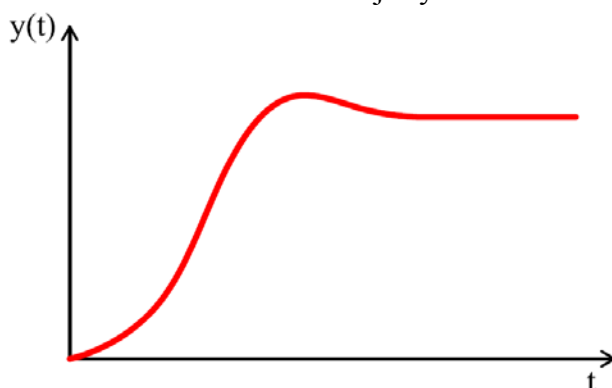
1.1 ÚVOD

Stabilní systém je takový, který udržuje předepsané chování. Regulační obvod je stabilní právě tehdy, když na omezený vstupní signál dostaneme omezený výstupní signál.

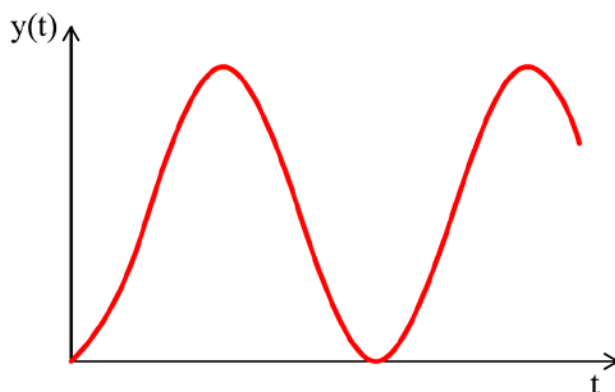
Regulační obvod je stabilní, jestliže po vychýlení regulačního obvodu z rovnovážného stavu a odstranění podnětu, který tuto odchylku způsobil, se regulační obvod během času vrátí do původního rovnovážného stavu. Jinak řečeno je stabilita vlastnost regulačního obvodu vrátit se do rovnovážného stavu, jestliže skončí působení vzruchu, který ho z rovnovážného stavu vyvedl. [Švarc, I. 1992]

Průběhy regulačních pochodů

Z průběhu funkce signálu můžeme na první pohled zjistit stabilitu systému. Pokud se odezva signálu ustálí na konstantní hodnotě, systém je stabilní (obr. 10.1), kmitá-li pravidelně signál ve své amplitudě je systém na mezi stability (obr. 10.2). V případě, že amplituda odezvy se zvětšuje a funkce se neustálí na konstantní hodnotě je systém nestabilní (obr. 10.3).

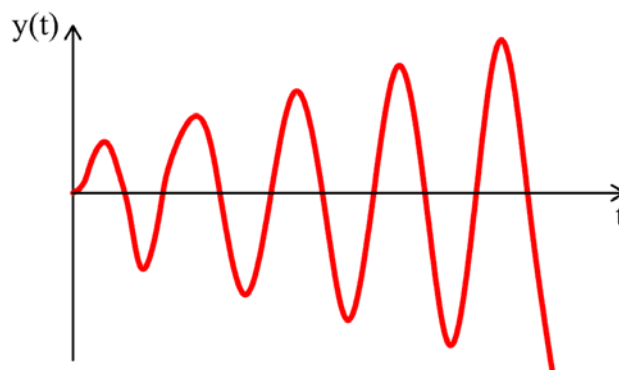


Obr. 10.1 Stabilní regulační pochod



Obr. 10.2 Regulační pochod na mezi stability

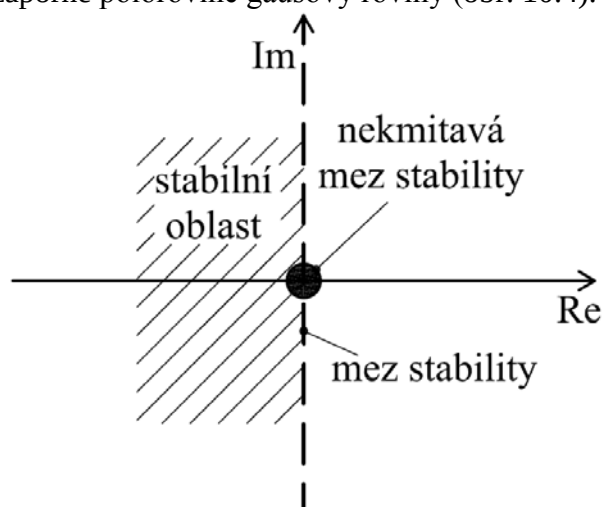




Obr. 10.3 Nestabilní regulační pochod

Nutná postačující podmínka stability pro spojitý systém

Systém je stabilní právě tehdy, když reálné části kořenů charakteristického mnohočlenu jsou záporné. Kořeny leží v záporné polorovině gausovy roviny (obr. 10.4).



Obr. 10.4 Oblast stability

1.2 KRITÉRIA STABILITY

Kritéria stability lineárních stacionárních spojitých systémů umožní rozhodnout o stabilitě uzavřeného regulačního obvodu (systému) bez výpočtu jeho pólů resp. charakteristických čísel.

[BALÁTĚ 2003]

1.3 ALGEBRAICKÁ KRITÉRIA STABILITY

Algebraickými úpravami koeficientů charakteristické rovnice určíme, jsou-li její všechny kořeny se zápornou reálnou částí nebo ne, a tím stabilitu. Do algebraická kritéria patří Hurwitzovo kritérium (kladnost determinantů) a Routhovo-Schurovo (snižování stupně charakteristické rovnice)

1.3.1 Hurwitzovo kritérium stability

Není vhodné pro regulační obvody s dopravním zpožděním. Vychází z charakteristického mnohočlenu.

$$N(s) = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0$$



1. Systém může být stabilní právě tehdy, když všechny koeficienty charakteristického mnohočlenu existují a mají stejné znaménko (+). Stodolova podmínka:

$$a_i > 0 \quad i = 0, 1, \dots, n$$

2. Utvořme z těchto koeficientů determinant n -tého stupně (n stupeň charakteristického mnohočlenu) podle následujícího schématu (tzv. Hurwitzův determinant, který má n řádků a n sloupců)

$$H_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 \end{vmatrix} \quad (1)$$

Pak určíme hlavní rohové subdeterminanty $H_2, \dots, H_{n-1}$.

$$H_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} \dots H_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \dots H_{n-1} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 \end{vmatrix} \quad (2)$$

Hurwitzovo kritérium: Obvod je stabilní právě tehdy, všechny hlavní rohové subdeterminanty H_{n-1} až H_2 jsou kladné. Je-li některý z determinantů záporný, je obvod nestabilní a je-li některý nulový, je obvod na mezi stability.

[ŠVARC 2007]

1.3.2 Příklad 10.1:

Určete stabilitu regulačního obvodu popsány přenosy pro regulovanou soustavu $G_s(s)$ a regulátor $G_R(s)$

$$G_R(s) = \left(1 + \frac{1}{3s}\right)$$

$$G_s(s) = \frac{1}{0,3s^3 + s^2 + 2s + 1}$$

Řešení: Přenos otevřeného regulačního obvodu je

$$G_0(s) = G_R(s)G_s(s) = \left(1 + \frac{1}{3s}\right) \frac{1}{0,3s^3 + s^2 + 2s + 1} = \frac{3s + 1}{0,9s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 3s}$$

Z něho získáme charakteristický mnohočlen regulačního obvodu

$$N(s) = 0,9s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 3s + 1$$

Vidíme, že je splněna nutná podmínka kladnosti všech koeficientů a sestavíme tedy Hurwitzův determinant H_1



$$H \begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 & 0 \\ 0,9 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 \\ 0 & 0,9 & 6 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow H_2 = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 0,9 & 6 \end{vmatrix} = 18 - 5,4 > 0;$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 0,9 & 9 & 1 \\ 0 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 54 - (32,4 + 9) > 0.$$

H_3 je kladný a proto je regulační obvod stabilní.

1.3.3 Routhovo-Schurovo kritérium

Pro výpočet Routh-Schurova kritéria musí opět platit Stodolova podmínka. Ve své podstatě se od Hurwitzova kritéria příliš neliší. Regulační obvod je stabilní, když jsou koeficienty všech rovnic při postupné redukci charakteristické rovnice kladné. Pokud se při redukci vyskytne v rovnici záporný koeficient, můžeme výpočet ukončit – obvod je nestabilní.

Schéma redukce:

- koeficienty redukované rovnice napíšeme do řádku od nejvyšší mocniny k nejnižší
- podtrhneme sudé koeficienty v pořadí
- každý sudý koeficient násobíme podílem prvních dvou koeficientů a napíšeme pod předcházející řádu posunutou o jeden koeficient vlevo
- tuto novou řádu koeficientů odečteme od předcházející, čímž se posloupnost zkrátí o jeden člen
- jsou-li všechny koeficienty v nové posloupnosti kladné, opakujeme postup, pokud se vyskytne některý koeficient záporný je regulační obvod nestabilní a dál ve výpočtu nepokračujeme
- dospějeme-li postupnou redukci až k řadě tří kladných koeficientů můžeme učinit závěr, že charakteristická rovnice má všechny kořeny ve stabilní oblasti.

[ŠVARC 2007]

1.3.4 Příklad 10.2:

Vyšetřete stabilitu regulačního obvodu, jehož charakteristický mnohočlen má tvar

$$N(s) = s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 6s + 1.$$

Řešení: koeficienty dáme do posloupnosti a potrháme si sudé pozice:

$$1 \quad \underline{3} \quad 3 \quad \underline{6} \quad 1$$

Podíl dvou prvních koeficientů bude

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{1}{3}.$$



Takže:

$$\begin{array}{ccc|c}
 1 & 3 & 3 & 6 & 1 & \frac{1}{3}(-1) \\
 -1 & \leftarrow & -2 & \leftarrow & & \\
 \hline
 3 & 1 & 6 & 1 & & \frac{3}{1}(-1) \\
 -3 & \leftarrow & -3 & \leftarrow & & \\
 \hline
 1 & 3 & 1 & & &
 \end{array}$$

Všechny koeficienty charakteristického mnohočlenu i koeficienty redukovaných polynomů jsou kladné, proto je regulační obvod stabilní.

1.4 KMITOČTOVÁ KRITÉRIA STABILITY

Při zjišťování stability pomocí kmitočtových kritérií sestojíme kmitočtovou charakteristiku a z jejího tvaru posoudíme stabilitu. Kritérii stability je více, ale zde uvedené patří mezi nejpoužívanější. Mezi kmitočtové kritéria patří například Michajlovovo kritérium (funkce $N(j\omega)$ - z charakteristické rovnice) a Nyquistovo kritérium (kmitočtová charakteristika otevřeného obvodu $G_0(j\omega)$)

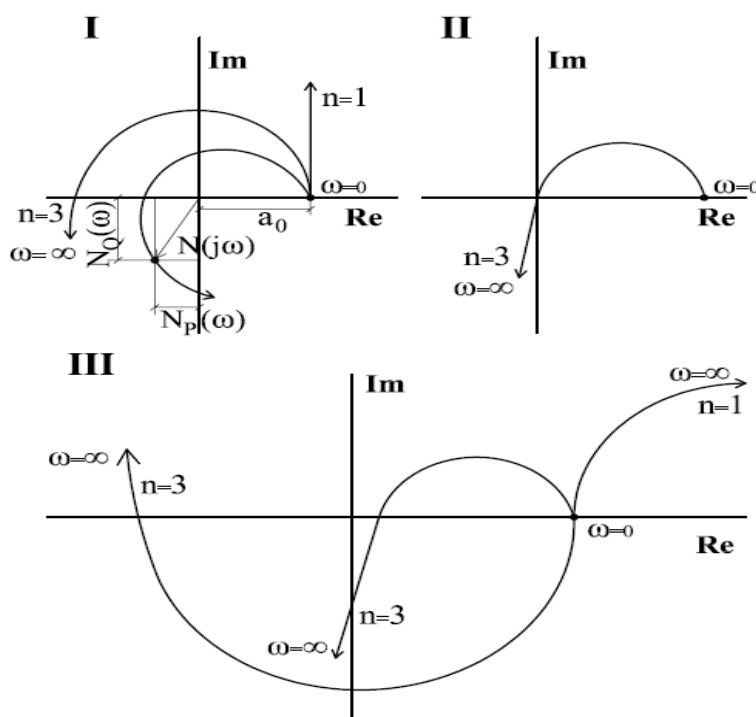
1.4.1 Michajlovovo kritérium

Michajlovovo kritérium stability vychází rovněž z charakteristického polynomu uzavřeného regulačního obvodu $N(s)$, kde za komplexní proměnnou s dosadíme substituci ($s = j\omega$) a získáme Michajlovovu funkci.

$$N(j\omega) = N(s)|_{s=j\omega} = a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = N_p(\omega) + jN_Q(\omega)$$

Systém je stabilní právě tehdy, když Michajlovův hodograf (průběh Michajlovovy funkce v Gausově rovině) začíná na kladné reálné poloose a jde proti směru hodinových ručiček tolik kvadrantů, kolikátého stupně je charakteristický mnohočlen.





Obr. 10.5 Michajlův hodograf I - stabilní RO, II - na mezi stability RO, III – nestabilní RO

Michajlovovo kritérium se dá použít i pro systémy s dopravním zpožděním, aniž by jsme museli dopravní zpoždění aproximovat.

1.4.2 Nyquistovo kritérium stability

Je kmitočtové kritérium, které může být použito i pro regulační obvody s dopravním zpožděním. Další výhodou je, že k vyřešení stability nám stačí experimentálně získaná kmitočtová charakteristika.

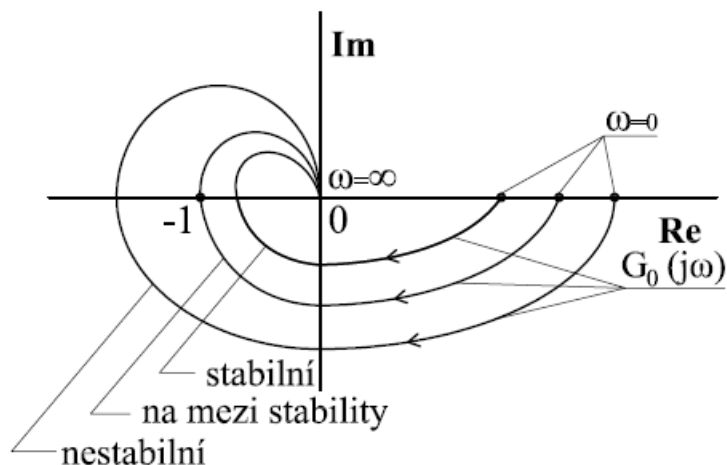
Kritérium vychází z přenosu otevřeného regulačního obvodu

$$G_0(s) = G_S(s)G_R(s) = \frac{M_0(s)}{N_0(s)}$$

Formulace:

- Otevřený regulační obvod je stabilní.
- Uzavřený regulační obvod je stabilní právě tehdy, když amplitudo-fázová kmitočtová charakteristika (AFKCH) neobklopuje kritický bod $[-1, 0]$.





Obr. 10.6 Oblasti stability

Výhody:

- lze se použít pro systémy s dopravní zpoždění
- lze se použít pro nelineární regulační obvody

Nevýhody:

- používá se pro regulátory s jedním stavitelným parametrem regulátoru
- přenos otevřeného regulačního obvodu musí být aspoň 3 řádu

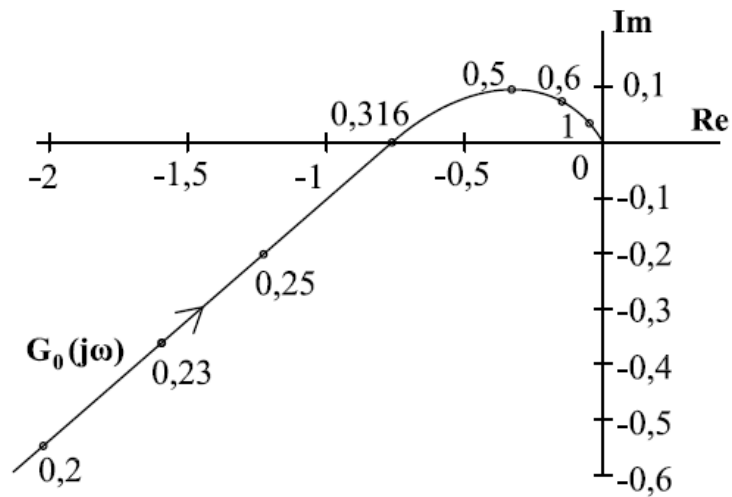
1.4.3 Příklad 10.3: Vyřešte stabilitu regulačního obvodu, když jeho přenos rozpojeného obvodu je:

$$G_0(s) = \frac{1}{s(s+1)(10s+1)}$$

Kořeny jmenovatele jsou 0 -0,1 -1. Žádný z nich není kladný (neleží v pravé komplexní polorovině), rozpojený obvod je na hranici stability, a proto Nyquistova kritéria použít. Frekvenční charakteristiku $G_0(j\omega)$ rozdělíme na reálnou a imaginární část a sestojíme frekvenční charakteristiku rozpojeného obvodu v komplexní rovině.

ω	Re	Im
0,2	-2,12	-0,58
0,23	-1,66	-0,32
0,25	-1,43	-0,2
0,316	-0,91	0
0,5	-0,34	0,09
0,6	-0,22	0,08
1	-0,04	0,08





Obr. 10.7 Frekvenční charakteristika rozpojeného obvodu

Kritický bod $[-1, 0]$ leží vlevo od frekvenční charakteristiky $G_0(j\omega)$ a proto je obvod stabilní

2 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BALÁTEĚ, J. 2003. AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ. PRAHA: NAKLADATELSTVÍ BEN, 2003, 654 s. ISBN 80-7300-020-2.
- [2] BOLTON, W. 1992. CONTROL ENGINEERING. NEW YORK: LONGMAN SCIENTIFIC & TECHNICAL, 1992. 327s. ISBN 0-582-09729-0.
- [3] DORF, R. C. & BISHOP, R. H. 1998. MODERN CONTROL SYSTEMS. ADDISON-WESLEY : HARLOW ENGLAND 1998. ISBN 0-201-30864-9.
- [4] ŠVARC, I. 2002. AUTOMATIZACE/AUTOMATICKÉ ŘÍZENÍ. BRNO: NAKLADATELSTVÍ CERM, 2002, ISBN 80-214-2087-1.
- [5] VÍTEČKOVÁ, M. & POLOKOVÁ, J. 1989. *Logaritmické kmitočtové charakteristiky*. Ostrava: VŠB-TUO, 1989. 54s. Doplnkový učební text
- [6] VÍTEČKOVÁ, M. ~~ANALYZY~~ PŘÍKLADY AUTOMATICKÉ REGULACE. OSTRAVA: VŠB-TU OSTRAVA 2006. 198 s. ISBN 80-248-1068-9.

