

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ZÁKLADY AUTOMATIZACE TECHNOLOGICKÝCH PROCESŮ V TEORII

Ing. Romana Garzinová, Ph.D.
Ing. Ondřej Zimný, Ph.D.
prof. Ing. Zora Jančíková, CSc.

Ostrava 2013

© Ing. Romana Garzinová, Ph.D., Ing. Ondřej Zimný, Ph.D., prof. Ing. Zora Jančíková, CSc.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3043-8



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	CVIČENÍ Č. 7.....	3
1.1	Laplaceova transformace - příklady (parciální zlomky).....	4
	POUŽITÁ LITERATURA.....	8



1 CVIČENÍ Č. 7



STRUČNÝ OBSAH CVIČENÍ:

Laplaceova transformace - příklady (parciální zlomky)



MOTIVACE:

V tomto cvičení se student naučí pracovat s Laplaceovým slovníkem. Dále si student procvičí počítání s parciálními zlomky. Seznámí se s metodou neurčitých koeficientů a metoda dosazovací.



CÍL:

Cílem cvičení, je procvičit počítání s Laplaceovou transformací a parciálními zlomky.



1.1 LAPLACEOVA TRANSFORMACE - PŘÍKLADY (PARCIÁLNÍ ZLOMKY)

Tabulka 1. Slovník Laplaceovy transformace

	$f(t)$	$F(p)$
1	$\delta(t)$	1
2	$\eta(t)$	$\frac{1}{p}$
3	a	$\frac{a}{p}$
4	t	$\frac{1}{p^2}$
5	t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
6	e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
7	$\frac{1}{a}(1-e^{-at})$	$\frac{1}{p(p+a)}$
8	$\frac{1}{a}[at - (1-e^{-at})]$	$\frac{a}{p^2(p+a)}$
9	$1 - (1+at)e^{-at}$	$\frac{a^2}{p(p+a)^2}$
10	$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(p+b)(p+a)}$
11	te^{-at}	$\frac{1}{(p+a)^2}$
12	$e^{-at}(1-at)$	$\frac{p}{(p+a)^2}$
13	$\sin bt$	$\frac{b}{p^2+b^2}$
14	$\cos bt$	$\frac{p}{p^2+b^2}$

Příklad:

Proveďte zpětnou Laplaceovou transformaci s pomocí slovníku Laplaceovy transformace

$$F(p) = \frac{3}{p(p+8)}$$

Za použití 7 řádku ze slovníku Laplaceovy transformace získáme funkci $f(t)$

$$f(t) = \frac{3}{8}(1 - e^{-8t})$$



Příklad:

Proveďte zpětnou Laplaceovou transformaci s pomocí slovníku Laplaceovy transformace

$$F(p) = \frac{7}{(p+2)(p+9)}$$

Za použití 10 řádku ze slovníku Laplaceovy transformace získáme funkci $f(t)$

$$f(t) = e^{-2t} - e^{-9t}$$

Příklad:

Proveďte zpětnou Laplaceovou transformaci s pomocí slovníku Laplaceovy transformace

$$F(p) = \frac{7p}{p^2 + 36}$$

Za použití 14 řádku ze slovníku Laplaceovy transformace získáme funkci $f(t)$

$$f(t) = 7 \cos 6t$$

Příklad:

Proveďte zpětnou Laplaceovou transformaci s pomocí slovníku Laplaceovy transformace

$$F(p) = \frac{3p+4}{(p+2)(p+3)(p+4)}$$

Nelze přímo použít slovník Laplaceovy transformace (uvedený výše), nejprve je nutné funkci upravit.

Rozklad na parciální zlomky

$$\frac{3p+4}{(p+2)(p+3)(p+4)} = \frac{A}{(p+2)} + \frac{B}{(p+3)} + \frac{C}{(p+4)}$$

Metoda neurčitých koeficientů

Rovnici vynásobíme jmenovatelem levé strany a dostaneme

$$3p+4 = A(p+3)(p+4) + B(p+2)(p+4) + C(p+2)(p+3)$$

vztah upravíme podle mocnin komplexních proměnných p

$$3p+4 = A(p^2+7p+12) + B(p^2+6p+8) + C(p^2+5p+6)$$

$$3p+4 = p^2(A+B+C) + p(7A+6B+5C) + (12A+8B+6C)$$



$$p^2: 0 = A + B + C$$

$$p^1: 3 = 7A + 6B + 5C$$

$$p^0: 4 = 12A + 8B + 6C$$

Získáme 3 rovnice o třech neznámých, které vyřešíme.

$$A = -1; \quad B = 5; \quad C = -4$$

$$F(p) = -\frac{1}{(p+2)} + \frac{5}{(p+3)} - \frac{4}{(p+4)}$$

$$f(t) = -e^{-2t} + 5e^{-3t} - 4e^{-4t}$$

Metoda dosazovací

Rovnici vynásobíme jmenovatelem levé strany a dostaneme:

$$3p + 4 = A(p+3)(p+4) + B(p+2)(p+4) + C(p+2)(p+3)$$

$$p_1 = -3 \Rightarrow -5 = -B \Rightarrow B = 5$$

$$p_2 = -4 \Rightarrow -8 = 2C \Rightarrow C = -4$$

$$p_3 = -2 \Rightarrow -2 = 2A \Rightarrow A = -1$$

$$F(p) = -\frac{1}{(p+2)} + \frac{5}{(p+3)} - \frac{4}{(p+4)}$$

$$f(t) = -e^{-2t} + 5e^{-3t} - 4e^{-4t}$$

Příklad:

Proveďte zpětnou Laplaceovou transformaci s pomocí slovníku Laplaceovy transformace

$$F(p) = \frac{p^2 + 4p + 1}{p^3 + 2p^2 + p} = \frac{p^2 + 4p + 1}{p(p^2 + 2p + 1)} = \frac{p^2 + 4p + 1}{p(p+1)^2}$$

$$\frac{p^2 + 4p + 1}{p(p+1)^2} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+1} + \frac{C}{(p+1)^2}$$

$$p^2 + 4p + 1 = A(p+1)^2 + Bp(p+1) + Cp$$

$$p^2: 1 = A + B$$

$$p^1: 4 = 2A + B + C$$

$$p^0: 1 = A$$

$$A = 1; \quad B = 0; \quad C = 2;$$



$$F(p) = \frac{1}{p} + \frac{2}{(p+1)^2}$$

$$f(t) = 1 + 2te^{-t}$$

Příklad:

Proveďte zpětnou Laplaceovou transformaci s pomocí slovníku Laplaceovy transformace

$$F(p) = \frac{2p^3 + 7p^2 + 4p + 1}{p^2(p+1)^2}$$

$$\frac{2p^3 + 7p^2 + 4p + 1}{p^2(p+1)^2} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2} + \frac{C}{p+1} + \frac{D}{(p+1)^2}$$

$$2p^3 + 7p^2 + 4p + 1 = Ap(p+1)^2 + B(p+1)^2 + Cp^2(p+1) + Dp^2$$

$$2p^3 + 7p^2 + 4p + 1 = Ap^3 + 2Ap^2 + Ap + Bp^2 + 2Bp + B + Cp^3 + Cp^2 + Dp^2$$

$$p^3: 2 = A + C$$

$$p^2: 7 = 2A + B + C + D$$

$$p^1: 4 = A + 2B$$

$$p^0: 1 = B$$

$$A = 2; \quad B = 1; \quad C = 0; \quad D = 2$$

$$F(p) = \frac{2}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{2}{(p+1)^2}$$

$$f(t) = 2 + t + 2te^{-t}$$



POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Švarc, I. AUTOMATIZACE Automatické řízení . Brno : Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2002. ISBN 80-214-2087-1.
- [2] Vítečková, Miluše. Slovníky L- a Z-transformace s řešenými příklady. Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava. Katedra automatizační techniky a řízení, 2005. ISBN 978-80-248-0851-2.
- [3] Vítečková, M. a Víteček, A. Základy automatické regulace. Ostrava : VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA 17. listopadu 15/2172 Ostrava-poruba 708 33, 2008. ISBN978-80-248-1924-2.
- [4] Franklin, G.F., Powell, J.D. a Emami-Naeini, A. Feedback control of dynamic systems. London : Pearson, 2009. ISBN 978-0-13-601.
- [5] Žalman , M. a Kneppo, I. Systémy automatického riadenia. Trenčín : Trenčianská univerzita v Trenčíne, 2001. ISBN 80-88914-48-5.
- [6] Heger, M., Tomis, L. a Balcová, J. ASŘ TP v hutích - výpočetní a laboratorní cvičení. Ostrava : VŠB v Ostravě, 1991. ISBN 80-7079-079-7.
- [7] Voráček, R., Andryšek, F. a Brýdl, Z. Automatizace a automatizační technika II. Praha 4 : Computer Press, 2000. ISBN 80-7226-247-5.

