

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ZÁKLADY AUTOMATIZACE TECHNOLOGICKÝCH PROCESŮ V TEORII

Ing. Romana Garzinová, Ph.D.
Ing. Ondřej Zimný, Ph.D.
prof. Ing. Zora Jančíková, CSc.

Ostrava 2013

© Ing. Romana Garzinová, Ph.D., Ing. Ondřej Zimný, Ph.D., prof. Ing. Zora Jančíková, CSc.

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3043-8



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	CVIČENÍ Č. 11.....	3
1.1	Základní logické funkce, ÚDNF, ÚKNF, Booleova algebra.....	4
	POUŽITÁ LITERATURA.....	13



1 CVIČENÍ Č. 11



STRUČNÝ OBSAH CVIČENÍ:

Základní logické funkce, ÚDNF, ÚKNF, Booleova algebra



MOTIVACE:

Toto cvičení seznámí studenta s logickými obvody a funkcemi. Student se naučí zapisovat logickou funkci ve tvaru úplné disjunktivní normální formy (ÚDNF), a úplné konjunktivní normální formy (ÚKNF) seznámí se se základními logickými funkcemi AND, OR, NAND, NOR, NON, dále s různým vyjádřením logických funkcí a booleovou algebrou. Booleova algebra je využita k demonstraci minimalizace logické funkce.



CÍL:

Cílem cvičení je seznámit a naučit studenta pracovat se základními logickými funkcemi a Booleovou algebrou.



1.1 ZÁKLADNÍ LOGICKÉ FUNKCE, ÚDNF, ÚKNF, BOOLEOVA ALGEBRA

Logická proměnná a logická funkce

Logická proměnná je veličina, která vyjadřuje pouze dva stavy a nemůže se měnit spojitě. (např. tlačítko, dvoupolohový vypínač)



Audio 1.1



0 - výrok neplatí, signál neexistuje, obvod nevede... .

1 - výrok platí, signál existuje, obvod vede

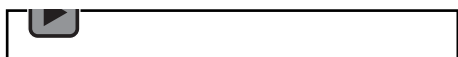
Je-li logických proměnných n , pak lze jimi vyjádřit 2^n různých stavů.

Vztah mezi logickými proměnnými je určen tzv. logickou funkcí.

Logická funkce je předpis, který přiřazuje kombinacím hodnot jedné nebo více vstupních logických proměnných hodnotu výstupní proměnné.



Audio 1.2



Funkce jedné proměnné

Nejsnáze lze demonstrovat logické funkce na případě funkcí jedné vstupní proměnné a . Pravdivostní tabulka této funkce bude mít na levé straně pouze jeden sloupec. Hodnotám této jediné nezávislé proměnné lze přiřadit výstupní hodnoty čtyřmi způsoby, tedy existují čtyři logické funkce jedné proměnné y_1 až y_4 , jejichž pravdivostní tabulky shrneme do společné tabulky s jediným vyjádřením hodnot vstupní proměnné a .

Pravdivostní tabulka logických funkcí

a	y_1	y_2	y_3	y_4
0	0	0	1	1
1	0	1	0	1

Funkce n proměnných

Počtu n vstupních proměnných lze obecně přiřadit 2^{2n} logických funkcí. Dvě vstupní proměnné dávají čtyři kombinace vstupních hodnot, kterým lze přiřadit 16 různých logických funkcí.

Základní logické funkce

Negace

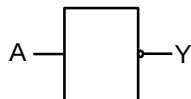
označení: *negace, inverse, non*

$$Y = \overline{A}$$

Pravdivostní tabulka:



p	A	Y
0	0	1
1	1	0



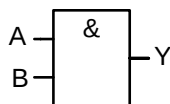
Logický součin

označení: logický součin, i, AND, konjunkce, průnik

$$Y = A \cdot B$$

Pravdivostní tabulka:

p	A	B	Y
0	0	0	0
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1



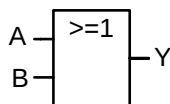
Logický součet

označení: logický součet, nebo, OR, disjunkce, sjednocení

$$Y = A + B$$

Pravdivostní tabulka:

p	A	B	Y
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	1



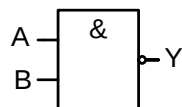
Negovaný logický součin- funkce Shefferova

označení: negovaný logický součin, NAND

$$Y = \overline{A \cdot B}$$

Pravdivostní tabulka:

p	A	B	Y
0	0	0	1
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0



Negovaný logický součet - funkce Pierceova

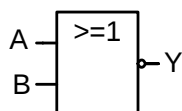
označení: negovaný logický součet, NOR

$$Y = \overline{A + B}$$

Pravdivostní tabulka:



p	A	B	Y
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	0



Vyjádření Booleových funkcí:

- *Slovním zadáním*

Navrhněte logický obvod, který upozorní obsluhu na poruchu, v případě zastavení jednoho nebo obou motorů. Každý motor obsahuje snímač, který vyše informaci v případě zastavení motoru.

- *Pravdivostní tabulkou*

p	A	B	Y
0	0	0	0
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1

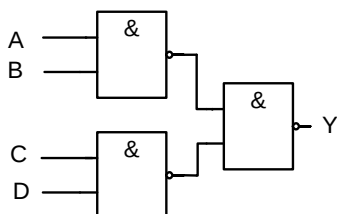
- *Karnaughovou mapou*

C		A	
0	1	5	4
2	3	7	6
		B	

- *Algebraickým výrazem*

$$Y = ABCD + \overline{ABCD} + C$$

- *Blokovým schématem*



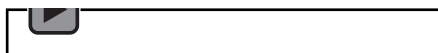
Logické obvody dělíme:

Kombinační - hodnota výstupních veličin závisí jen na kombinaci vstupních veličin.





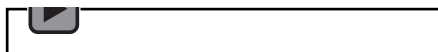
Audio 1.3



Sekvenční - hodnota výstupních veličin závisí jednak na kombinaci vstupních veličin a dále na předchozím stavu (např. logické automaty pro řízení výrobních linek, automatické pračky apod.). Tyto obvody musí vždy obsahovat vnitřní proměnné.



Audio 1.4



- *Synchronní* - všechny změny v logickém obvodu probíhají současně. Změny jsou řízeny synchronizačními impulsy.
- *Asynchronní* - stav obvodu se mění ihned po změně vstupu, práce obvodu není synchronizována.

Logický výraz

Užívají se dva základními tvary zápisu logické funkce logickým výrazem:

- **úplná disjunktivní normální forma (ÚDNF),**
- **úplná konjunktivní normální forma (ÚKNF)**

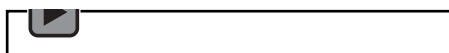
Při přepisu funkce zadané pravdivostní tabulkou do tvaru logického výrazu lze postupovat následovně:

Úplná disjunktivní normální forma (ÚDNF)

Přepis do tvaru součtu součinů (ÚDNF) provedeme tak, že vyhledáváme ty kombinace vstupních proměnných, pro které má výstupní proměnná hodnotu 1. Pro každou takto nalezenou kombinaci napíšeme takový součin vstupních proměnných, resp. jejich negací, aby tento součin měl právě hodnotu 1. Znamená to, že v případě, že vstupní proměnná má v daném řádku hodnotu 1, zapíšeme tuto proměnnou přímo, pokud má vstupní proměnná hodnotu 0, zapíšeme do výrazu negaci této vstupní proměnné. Součet takto vytvořených součinů je logickým výrazem dané logické funkce.



Audio 1.5

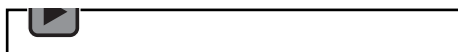


Úplná konjunktivní normální forma (ÚKNF)

Při přepisu do tvaru součinu součtů (ÚKNF) naopak vyhledáváme ty řádky, kde je hodnota funkce $y = 0$ a do jednotlivých součtů zapisujeme podmínky odpovídající nulové hodnotě tohoto součtu. Tedy naopak proti minulému postupu musíme zapsat přímou proměnnou v případě, že tato proměnná má v daném řádku hodnotu 0 a negaci této proměnné, jestliže má tato proměnná hodnotu 1. Součinem těchto podmínek dostaneme výslednou výraz určující podmínky nulové hodnoty této funkce.



Audio 1.6



Příklad:

Vypište z pravdivostní tabulky funkci ve tvaru úplné disjunktivní normální formy a úplné konjunktivní normální formy.

Pravdivostní tabulka funkce 3 proměnných

p	A	B	C	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

úplná disjunktivní normální forma (ÚDNF), tedy součet součinů základních proměnných nebo jejich negací (pořadí p = 2, 4, 5, 7)

$$Y = \underbrace{\overline{A}\overline{B}\overline{C}}_2 + \underbrace{\overline{A}\overline{B}C}_4 + \underbrace{\overline{A}B\overline{C}}_5 + \underbrace{ABC}_7$$

úplná konjunktivní normální forma (ÚKNF), tedy součin součtů základních proměnných nebo jejich negací (pořadí p = 0, 1, 3, 6)

$$Y = \underbrace{(A+B+C)}_0 \underbrace{(A+B+\overline{C})}_1 \underbrace{(A+\overline{B}+\overline{C})}_3 \underbrace{(\overline{A}+\overline{B}+C)}_6$$

Příklad:

Vypište z pravdivostní tabulky funkci ve tvaru úplné disjunktivní normální formy a úplné konjunktivní normální formy.

Pravdivostní tabulka funkce 3 proměnných

p	A	B	C	Y
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

úplná disjunktivní normální forma (ÚDNF), tedy součet součinů základních proměnných nebo jejich negací (pořadí p = 0, 1, 2, 4, 5)

$$Y = \underbrace{\overline{A}\overline{B}\overline{C}}_0 + \underbrace{\overline{A}\overline{B}C}_1 + \underbrace{\overline{A}B\overline{C}}_2 + \underbrace{A\overline{B}\overline{C}}_4 + \underbrace{A\overline{B}C}_5$$



úplná konjunktivní normální forma (ÚKNF), tedy součin součtů základních proměnných nebo jejich negací (pořadí p = 3, 6, 7)

$$Y = \underbrace{(A + \bar{B} + \bar{C})}_3 \underbrace{(\bar{A} + \bar{B} + C)}_6 \underbrace{(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})}_7$$

Minimalizace logických výrazů

Zadání logické funkce některým z uvedených způsobů není pro konečnou realizaci vhodné. Proto musíme získaný logický výraz zjednodušit, tzv. minimalizovat, a případně upravit do takového tvaru, aby byl realizovatelný zvolenými prvky.

Minimalizace podle pravidel Booleovy algebry

Booleova algebra

Komutativní zákon	$A + B = B + A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Asociativní zákon	$A + (B + C) = A + B + C$	$A(B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$
Distributivní zákon	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
Absorpční zákon	$A + \bar{A} \cdot B = A + B$	$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$
Neutrálnost	$A + 0 = A$	$A \cdot 1 = A$
Agresivnost	$A + 1 = 1$	$A \cdot 0 = 0$
Vyloučení třetího	$A + \bar{A} = 1$	
Logický rozpor	$A \cdot \bar{A} = 0$	
Dvojitá negace	$\bar{\bar{A}} = A$	
Opakování	$A + A = A$	$A \cdot A = A$
De Morganovy zákony	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$



Příklad:

Pomocí Booleovy algebry zjednodušte následující výrazy:

a) $Y = ABCD + \overline{ABCD} + C$

b) $Y = \overline{AB}ABC + \overline{AB}ABD$

c) $Y = C\overline{A+B} + C(A+B) + AB\overline{AB}$

d) $Y = AB + ABC$

e) $Y = \overline{ABC} + A + B + C$

f) $Y = (A + \overline{BC}) + (\overline{A + \overline{BC}})(\overline{AB} + C)$

g) $Y = \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + ABC$

h) $Y = \overline{ACD} + \overline{ACD} + \overline{BCD}$

i) $Y = \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + ABC$

j) $Y = \overline{AB + \overline{AB}}$



Řešení:

$$a) Y = ABCD + \overline{ABCD} + C = (ABC + \overline{ABC})D + C = D + C$$

- z prvních dvou členů vytkneme D
- podle pravidla vyloučení třetího se závorka bude rovnat jedné

$$b) Y = \overline{AB}ABC + \overline{AB}ABD = \overline{AB}AB(C + D) = 0$$

- z prvních dvou členů vytkneme $\overline{AB}AB$
- podle pravidla logického rozporu výraz $\overline{AB}AB$ je roven nule

$$c) Y = C\overline{A+B} + C(A+B) + AB\overline{AB} = C\overline{A+B} + C(A+B) + 0 = \\ = C(\overline{A+B} + (A+B)) = C \cdot 1 = C$$

- u posledního členu použijeme pravidlo logického rozporu a výraz $\overline{AB}AB$ je roven nule
- z prvních dvou členů vytkneme C
- podle pravidla vyloučení třetího se závorka bude rovnat jedné

$$d) Y = AB + ABC = AB(1 + C) = AB \cdot 1 = AB$$

- z prvních dvou členů vytkneme AB
- podle pravidla agresivnosti výraz v závore se bude rovnat jedné

$$e) Y = \overline{ABC} + A + B + C = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + A + B + C = 1 + 1 + 1 = 1$$

- u prvního členu aplikujeme De Morganův zákon
- podle pravidla vyloučení třetího se výraz bude rovnat jedné

$$f) Y = (A + \overline{BC}) + (\overline{A + \overline{BC}})(\overline{AB} + C) = (A + \overline{BC}) + (\overline{AB} + C) = \\ = A(1 + \overline{B}) + C(\overline{B} + 1) = A + C$$

- nejprve využijeme absorpční zákon
- z prvního a třetího členu vytkneme člen A, z druhého a čtvrtého členu vytkneme člen C
- na první a druhý člen použijeme zákon agresivnosti

$$g) Y = \overline{A}BC + A\overline{B}\overline{C} + A\overline{B}C + A\overline{B}\overline{C} + ABC = \overline{A}BC + A\overline{B}(\overline{C} + C) + AB(\overline{C} + C) = \\ = \overline{A}BC + A\overline{B} + AB = \overline{A}BC + A(\overline{B} + B) = \overline{A}BC + A = A + BC$$

- z druhého a třetího členu vytkneme $A\overline{B}$ ze čtvrtého a pátého členu AB



- podle pravidla vyloučení třetího se závorky budou rovnat jedné
- z druhého a třetího členu vytkneme A
- podle pravidla vyloučení třetího se závorka bude rovnat jedné
- nakonec použijeme absorpční zákon

$$\begin{aligned} \text{h) } Y &= \overline{ACD} + \overline{ACD} + \overline{BCD} = A(\overline{C} + \overline{D}) + (\overline{A} + \overline{C} + \overline{D}) + (\overline{B} + \overline{C} + \overline{D}) = \\ &= \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{A} + \overline{C} + \overline{D} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D} = (A+1)\overline{C} + (A+1)\overline{D} + \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D} = \\ &= \overline{C} + \overline{D} + \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D} = \overline{ABCD} \end{aligned}$$

- u všech členů použijeme De Morganův zákon
- prvky prvního členu roznásobíme
- z prvního a čtvrtého členu vytkneme $\overline{C}$, a z druhého a pátého členu vytkneme $\overline{D}$
- podle zákona asociativnosti jsou prvky v závorkách rovny jedné
- dále použijeme pravidlo o opakování
- nakonec použijeme opět De Morganův zákon

$$\begin{aligned} \text{i) } Y &= \overline{ABC} + \overline{AB}C + \overline{AB}C + \overline{ABC} = \overline{ABC} + \overline{AB}C + \overline{AB}(C + C) = \overline{ABC} + \overline{AB}C + \overline{AB} = \\ &= \overline{ABC} + \overline{AB}(\overline{C} + C) = \overline{ABC} + \overline{AB}(\overline{C} + C) = \overline{ABC} + \overline{AC} + \overline{AB} = \overline{B}(\overline{AC} + A) + \overline{AC} = \\ &= \overline{B}(\overline{C} + A) + \overline{AC} \end{aligned}$$

- z třetího a čtvrtého členu vytkneme prvky $\overline{AB}$ a použijeme pravidlo vyloučení třetího
- dále používáme absorpční zákon

$$\text{j) } Y = \overline{AB + \overline{AB}} = \overline{AB} \cdot \overline{\overline{AB}} = (\overline{A} + \overline{B})(A + B) = \overline{A}A + \overline{A}B + \overline{B}A + \overline{B}\overline{B} = \overline{A}B + \overline{B}A$$

- nejprve dvakrát aplikujeme De Morganův zákon
- na první a čtvrtý člen aplikujeme pravidlo logického rozporu



POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Švarc, I. AUTOMATIZACE Automatické řízení . Brno : Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2002. ISBN 80-214-2087-1.
- [2] Vítečková, Miluše. Slovníky L- a Z-transformace s řešenými příklady. Ostrava : Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava. Katedra automatizační techniky a řízení, 2005. ISBN 978-80-248-0851-2.
- [3] Vítečková, M. a Víteček, A. Základy automatické regulace. Ostrava : VŠB-TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA 17. listopadu 15/2172 Ostrava-poruba 708 33, 2008. ISBN978-80-248-1924-2.
- [4] Franklin, G.F., Powell, J.D. a Emami-Naeini, A. Feedback control of dynamic systems. London : Pearson, 2009. ISBN 978-0-13-601.
- [5] Žalman , M. a Kneppo, I. Systémy automatického riadenia. Trenčín : Trenčianská univerzita v Trenčíne, 2001. ISBN 80-88914-48-5.
- [6] Heger, M., Tomis, L. a Balcová, J. ASŘ TP v hutích - výpočetní a laboratorní cvičení. Ostrava : VŠB v Ostravě, 1991. ISBN 80-7079-079-7.
- [7] Voráček, R., Andryšek, F. a Brýdl, Z. Automatizace a automatizační technika II. Praha 4 : Computer Press, 2000. ISBN 80-7226-247-5.

