INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ

ZÁKLADY AUTOMATIZACE TECHNOLOGICKÝCH PROCESŮ V TEORII

Rozdělení regulovaných soustav

Ing. Romana Garzinová, Ph.D.
prof. Ing. Zora Jančíková, CSc.
Ing. Ondřej Zimný, Ph.D.

Ostrava 2013

ISBN 978-80-248-3044-5

Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1 ROZDĚLENÍ REGULOVANÝCH SOUSTAV

STRUČNÝ OBSAH PŘEDNÁŠKY:

Rozdělení regulovaných soustav.

Jiné soustavy.

Určování statických a dynamických vlastností soustav vyhodnocováním přechodových charakteristik.

MOTIVACE:

Již dříve jsme se dověděli, že z obecného principu řízení můžeme systémy rozdělit na řízené a řídicí. V této kapitole se zaměříme jen na systémy řízené, tzn. soustavy.

Z hlediska matematického popisu (tvaru LDR či tvaru přenosu) je možno najít několik typických systémů, na kterých pak můžeme pozorovat určité vlastnosti, chování a vývoj charakteristik. Proto je vhodné tyto základní charakteristiky vysvětlit a při následném použití již chápat jejich projevy v širších souvislostech.

Také je vhodné upozornit, že některé z nich je možno realizovat v podobě systémů řídicích (tzn. regulátorů) a na ně se pak více zaměříme v následujících kapitolách.

CÍL:

Cílem je rozdělit soustavy podle řádu lineární diferenciální rovnice a vyjádřit přenosy a přechodové charakteristiky daných soustav.

1.1 ROZDĚLENÍ REGULOVANÝCH SOUSTAV

Základní dělení regulovaných soustav je na:

- proporcionální (dřívější termín statické),
- integrační (dřívější termín astatické).

Proporcionální soustavy se při vychýlení z rovnovážného stavu samy ustálí na nové hodnotě rovnovážného stavu. Integrační soustavy jsou takové, že po vychýlení z rovnovážné polohy se bez působení regulátoru již neustálí v nové rovnovážné poloze.

1.2 PROPORCIONÁLNÍ (STATICKÉ) SOUSTAVY

Všechny soustavy proporcionálního charakteru vycházejí z obecné lineární rovnice n-tého řádu:

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + ... + a_0 y(t) = b_0 u(t), \tag{1}$$

kdy levá strana rovnice popisuje členy výstupní funkce *y(t)* v jednotlivých svých derivacích a pravá strana rovnice popisuje vstupní funkci *u(t).* Tuto funkci uvažujeme jednotkovou buď v podobě heavisideova jednotkového skoku, kdy zjišťujeme přechodovou charakteristiku nebo v podobě diracova jednotkového impulsu, kdy zjišťujeme impulsní charakteristiku. Obě charakteristiky jsou dostatečné k tomu, abychom z nich získali informace o dynamických vlastnostech soustavy. Platí matematický vztah, že derivací přechodové funkce získáme impulsní funkci. Řád diferenciální rovnice popisující systém vyjadřuje řád soustavy. V případě proporcionálních soustav má lineární diferenciální rovnice vždy nenulový člen a_0.

1.2.1 Soustava 0. řádu

Diferenciální rovnice:

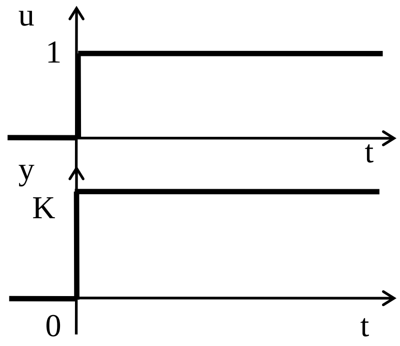
$$a_0 y(t) = b_0 u(t) \tag{2}$$

Obrazový přenos:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0}{a_0}, \tag{3}$$

kde $K = b_0/a_0$ vyjadřuje zesílení soustavy.

Přechodová funkce:



Obr. 1. Přechodová funkce soustavy 0. řádu

Praktické příklady:

Jako příklad skutečné soustavy v praxi může být – elektronický zesilovač, obecně zesilovače, převodovky, potrubí s kapalinami apod.

1.2.2 Soustava 1. řádu

Diferenciální rovnice:

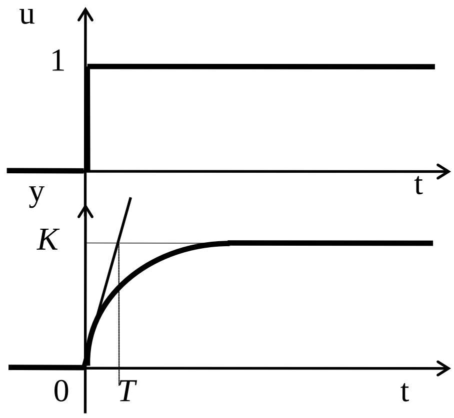
$$a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t) \tag{4}$$

Obrazový přenos:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_0}{a_1 p + a_0} = \frac{K}{Tp+1}, \tag{5}$$

kde K je zesílení soustavy,
T časová konstanta.

Přechodová funkce:



Obr. 2. Přechodová funkce soustavy 1. řádu

Praktické příklady:

Jako příklad skutečné soustavy může být - tlaková nádrž plněná plynem, elektrické obvody s odpory a kapacitami, s odpory a indukčnostmi (buzení stejnosměrných motorů apod.).

1.2.3 Soustava 2. řádu

Diferenciální rovnice:

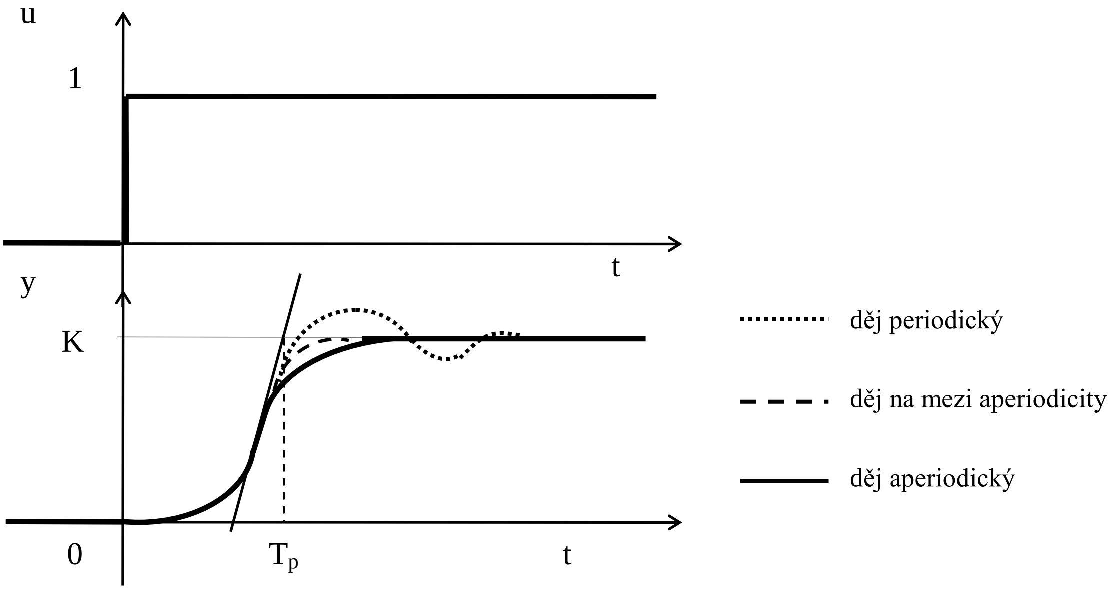
$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t) \tag{6}$$

Obrazový přenos:

$$G(p) = \frac{b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = \frac{K}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}, \tag{7}$$

kde K je zesílení soustavy,
T_1, T_2 časové konstanty.

Přechodová funkce:



Obr. 3. Přechodová funkce soustavy 2. řádu

Tvar přechodové funkce závisí na řešení charakteristické rovnice - jmenovatele přenosu. Jsou-li oba kořeny reálné záporné, pak má přechodová funkce *h(t)* tvar uvedený na obr. 3 v podobě plné čáry. Jedná se o děj aperiodický.

Jsou-li kořeny komplexně sdružené, má přechodová funkce kmitavý charakter, tj. překmitne ustálenou hodnotu a tlumeně kmitá kolem ní, až kmity ustanou (tečkovaná křivka), děj periodický.

Pokud je řešením charakteristické rovnice dvojnásobný reálný kořen jde o děj na mezi aperiodicity (čárkovaná křivka), tzn. jde o děj mezní mezi oběma jmenovanými.

Praktické příklady:

pružně uložené hmoty (hmotnost na pružině), elektrické obvody současně obsahující odpory, indukčnosti a kapacity (oscilační obvody) apod.

1.3 INTEGRAČNÍ (ASTATICKÉ) SOUSTAVY

1.3.1 Integrační (astatická) soustava 1. řádu

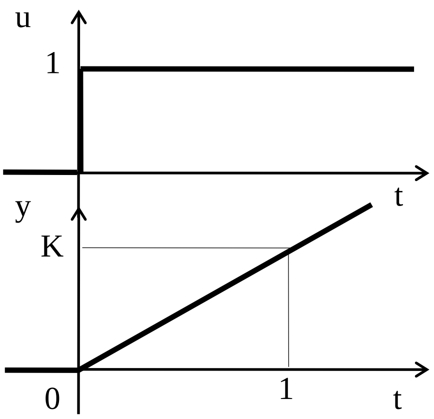
Diferenciální rovnice:

$$a_1 y'(t) = b_0 u(t) \tag{8}$$

Obrazový přenos:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{b_0}{a_1}}{p} = \frac{K}{p} \tag{9}$$

Přechodová funkce:



Obr. 4. Přechodová funkce integrační soustavy 1. řádu

Praktické příklady:

Jako příklad skutečné soustavy – je řízení vozidel, plnění velkých zásobníků plynem, zásobníky sypkých hmot, nádrže bez odtoku apod.

1.3.2 Integrační (astatická) soustava 1. řádu se setrvačností 1. řádu

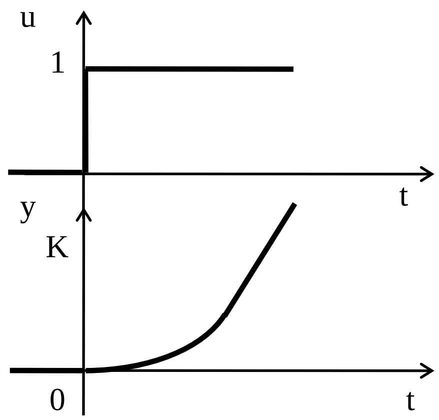
Diferenciální rovnice:

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) = b_0 u(t) \tag{10}$$

Obrazový přenos:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{b_0}{a_1}}{p(\frac{a_2}{a_1} p + 1)} = \frac{K}{p(T_2 p + 1)} \tag{11}$$

Přechodová funkce:



Obr. 5. Přechodová funkce integrační soustavy 1. řádu a setrvačností 1. řádu

1.4 JINÉ SOUSTAVY

1.4.1 Derivační člen

Diferenciální rovnice:

$$y(t) = b_1 \cdot u'(t) \tag{12}$$

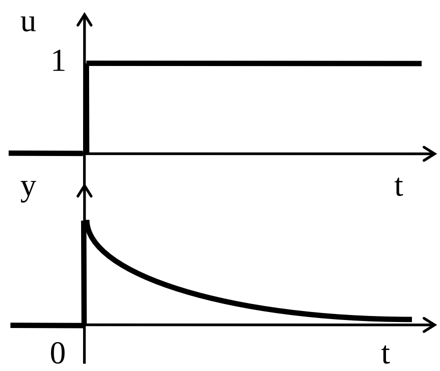
Obrazový přenos ideálního členu:

$$G(p) = b_1 \cdot p \tag{13}$$

Obrazový přenos skutečného členu:

$$G(p) = \frac{K \cdot p}{\tau p + 1} \tag{14}$$

Přechodová funkce:



Obr. 6. Přechodová funkce skutečného členu

Praktické příklady:

Jako příklad skutečné soustavy může být – derivační regulátor, elektrické obvody s odpory a kapacitami nebo s odpory a indukčnostmi.

1.4.2 Soustava s dopravním zpožděním

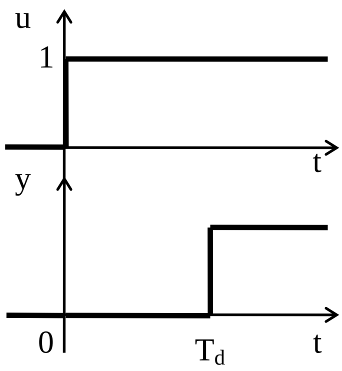
Rovnice:

$$a_0 y(t) = b_0 u(t - T_d) \tag{15}$$

Obrazový přenos:

$$G(p) = \frac{b_0}{a_0} e^{-pT_d} \tag{16}$$

Přechodová funkce:



Obr. 7. Přechodová funkce systému s dopravním zpožděním

Praktické příklady:

Jako soustavy s dopravním zpožděním jsou považovány - dopravníky, řízení kontinuálních válcovacích stolic, vrstvení tekutými materiály (polévání filmové podložky emulsí) apod.

1.5 URČOVÁNÍ STATICKÝCH A DYNAMICKÝCH VLASTNOSTÍ SOUSTAV VYHODNOCOVÁNÍM PŘECHODOVÝCH CHARAKTERISTIK

1.5.1 Měření přechodových charakteristik

Měřením se určuje odezva *y(t)* soustavy při změní vstupního signálu *u(t)* skokem známé velikosti. Časový průběh výstupní veličiny, převedený na jednotkovou změnu vstupu je přechodovou charakteristikou objektu. Před provedením změny musí být soustava v ustáleném stavu. Změna vstupního signálu se obyčejně provede přestavením regulačního orgánu. Průběh výstupní veličiny *y(t)* se zaznamenává vhodným registračním zařízením. Skoková změna vstupní veličiny musí proběhnout tak rychle, aby doba jejího přechodu z výchozí do konečné polohy byla mnohem kratší, než je odezva zkoumaného členu. Vlastní přechod musí být monotónní. Odezva registračního zařízení musí být mnohem rychlejší, než je odezva měřeného členu.

Při měření charakteristik soustavy s krátkými časovými konstantami je nutno budit soustavu opakujícími se pulsy.

Měření je nejčastěji používané pro svou jednoduchost a nenákladnost. Tvar přechodové charakteristiky závisí nejen na řádu soustavy, ale také na hodnotách nul a pólů přenosu. Většina reálných soustav neobsahuje v přenosu nuly, nýbrž póly a to reálné.

Metody se hodí pro soustavy s velkými časovými konstantami. Nejdůležitější informace se nachází v samotném okolí počátku přechodové charakteristiky. Velikost přemístění orgánu se volí podle skutečných podmínek, za kterých sledovaná soustava pracuje. Musí být dodatečně veliká, aby vedlejší poruchy nenarušily průběh odezvy. Velká přemístění nejsou žádoucí, neboť mohou silně narušit režim soustavy a mohou se i nepříznivě projevit i nelineární průběhy. Na základě naměřeného průběhu odvozujeme přechodovou charakteristiku jako odezvu na jednotkový skok tj. na změnu vstupní veličiny o jednotku.

1.5.2 Grafická analýza přechodových charakteristik

Soustavy prvního řádu

Pokud má objekt pouze jeden akumulátor energie, dá se popsat systémem 1. řádu. Přenos statického systému prvního řádu

$$G(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{b_0}{a_1 p+a_0}=\frac{K}{Tp+1} \tag{17}$$

kde zesílení $K = b_0/a_0$ a časová konstanta $T = a_1/a_0$.

Přechodová charakteristika systému je na obr. 2. Jak je naznačeno, určíme zesílení K jako pořadnici asymptoty k přechodové charakteristice a časovou konstantu T jako čas odpovídající bodu průsečíku tečny k přechodové charakteristice v počátku s asymptotou.

Podobně u integračního systému, jehož přenos je:

$$G(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{\frac{b_0}{a_1}}{p}=\frac{K}{p} \tag{18}$$

určíme zesílení K způsobem naznačeným na obr. 4. Je to vlastně hodnota výstupu soustavy dosažená v čase t = 1s.

Soustavy druhého a vyššího řádu

Přesné určení dynamických vlastností regulované soustavy podle záznamů přechodových charakteristik není prakticky možné. Proto se vyhodnocování přechodových charakteristik zpravidla spojuje s aproximací skutečných vlastností soustav.

V praxi jsou nejčastějším případem statické soustavy, u nichž kořeny charakteristické rovnice - póly systému, jsou vesměs reálné záporné. Pro tyto soustavy se navrhuje, skutečné vlastnosti těchto soustav aproximovat soustavami buď n-tého řádu s vesměs stejnými časovými konstantami, nebo soustavami druhého řádu s různě velkými časovými konstantami.

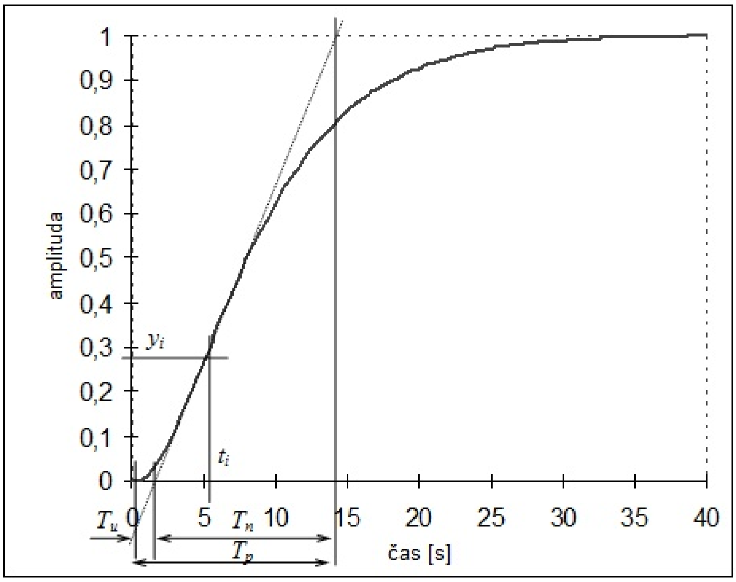
Podle metody navržené prof. V. Strejcem lze libovolný statický systém výše uvedených vlastností aproximovat přenosem typu

$$G(p) = \frac{K}{(Tp+1)^n} \cdot e^{-pT_d} \tag{19}$$

nebo

$$G(p) = \frac{K}{(T_1 p+1)\cdot(T_2 p+1)} \cdot e^{-pT_d} \tag{20}$$

Pro přechodovou charakteristiku soustavy 2. a vyššího řádu je typické, že výstupní veličina se ihned po změně vstupu nemění, jak je tomu u soustav 1. řádu (první derivace v čase t = 0 je nulová). Analýzu provedeme pro soustavu bez dopravního zpoždění. V případě, že soustava má dopravní zpoždění, dá se toto zpoždění zjistit z fyzikálních a konstrukčních dat o soustavě nebo měřením. Postup při určování řádu a časových konstant soustav bude obdobný jako u soustav bez dopravního zpoždění. Typická přechodová charakteristika soustavy vyššího řádu je na obr. 8.



y_i, t_i souřadnice inflexního bodu,
T_u doba průtahu,
T_n doba náběhu,
T_p doba přechodu.

Obr. 8. Vyhodnocení přechodové charakteristiky proporcionální soustavy vyšších řádů

Postup při aproximaci přechodové charakteristiky je tento:

1. Změřenou přechodovou charakteristiku překreslíme v novém měřítku tak, aby ustálená hodnota byla rovna jedné.

2. Nakreslíme tečnu v inflexním bodě přechodové charakteristiky, určíme dobu průtahu T_u, dobu náběhu T_n a jejich poměr $\tau = T_u / T_n$.

3. Z tabulky 1 [4] určíme souřadnici inflexního bodu y_i a pomocí ní určíme z grafu příslušnou souřadnici t_i.

4. První přenos (19) odpovídá systému n-tého řádu s jednou n-násobnou časovou konstantou T a dopravním zpožděním T_d. Druhý přenos (20) odpovídá systému druhého řádu s dvěma navzájem různými časovými konstantami a dopravním zpožděním.

5. Zesílení k plyne z ustálené hodnoty změřené přechodové charakteristiky.

$$k = \frac{y(\infty)}{u(\infty)}$$

6. Pro $\tau \geq 0{,}104$ volíme aproximační přenos systému n-tého řádu se stejnými časovými konstantami podle rovnice (19). Řád systému určíme z velikosti τ, resp. z velikosti souřadnice y_i inflexního bodu podle výše uvedené tabulky (nejbližší řád). Časovou konstantu určíme ze vztahu:

$$T = \frac{t_i}{n-1}$$

7. Pro τ z intervalu $\tau < 0{,}104$ volíme přenos s dvěma různými časovými konstantami.

Tabulka 1. Stanovení řádu *n* aproximační soustavy a zpřesnění polohy inflexního bodu

N	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
τ	0	0,104	0,218	0,319	0,410	0,493
$\frac{y_i}{y(\infty)}$	0	0,264	0,323	0,353	0,371	0,384

2 PŘEDNÁŠKOVÝ TEXT SE VZTAHUJE K TĚMTO OTÁZKÁM

- Soustavy proporcionální a integrační.
- Proporcionální soustavy nultého, prvního a druhého řádu.
- Integrační soustavy prvního a druhého řádu.
- Derivační soustava.
- Soustava s dopravním zpožděním.
- Využití grafických metod pro vyhodnocování různých typů přechodových charakteristik.
- Strejcova metoda aproximace soustav vyšších řádů.

3 POUŽITÁ LITERATURA

[1] JANČÍKOVÁ, Z. *Teorie systémů*. Studijní opory. VŠB-TU Ostrava, 2012.
[2] http://www.person.vsb.cz/archivcd/FMMI/TS/index.htm
[3] BALÁTĚ, J. *Automatické řízení*. 2. přeprac. vyd., Praha: BEN, 2004. ISBN 80-7300-148-9.
[4] HANUŠ, B., BALDA, M. *Základy technické kybernetiky*. 1. vyd., Liberec: Vysoká škola strojní a textilní, 1980.
[5] KOTEK, Z., VYSOKÝ, P., ZDRÁHAL, Z. *Kybernetika*. Praha: SNTL, 1990.
[6] TOMIS, L., HEGER, M., BALCOVÁ, J., KADLČÍK, I. *ASŘ TP v hutích - výpočetní a laboratorní cvičení*. 1. vyd., Ostrava: Vysoká škola báňská, 1991. ISBN 80-7078-079-7.
[7] VÍTEČKOVÁ, M., VÍTEČEK, A. *Základy automatické regulace*. 1. vyd., Ostrava:Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2006. ISBN 80-248-1068-9.
[8] VORÁČEK, R. *Automatizace a automatizační technika*. 2, Automatické řízení. 1. vyd., Brno: CP Books, 2005. ISBN 80-251-0796-5.