

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

Název: ÚNAVA MATERIÁLU
Autoři: Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
Vydání: první, 2013
Počet stran: 162
Náklad: 5

Jazyková korektura: nebyla provedena.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tyto studijní materiály vznikly za finanční podpory Evropského sociálního fondu a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost.



Název: Modernizace výukových materiálů a didaktických metod

Číslo: CZ.1.07/2.2.00/15.0463

Realizace: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD
CZ.1.07/2.2.00/15.0463

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Iniciátory lomů těles

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

1	INICIÁTORY LOMŮ TĚLES	3
1.1	Úvod	4
1.2	Základní charakteristiky konstrukčních vrubů	4
1.3	Řešené příklady.....	8
1.4	Příklady k procvičení	12
1.5	Literatura	14



1 INICIÁTORY LOMŮ TĚLES



OBSAH KAPITOLY:

Koncentrátory napětí a deformace.

Základní charakteristiky konstrukčních vrubů.

Uvažování konstrukčních vrubů při dimenzování strojních součástí.



MOTIVACE:

K hlavním zdrojům lomů strojních součástí a těles patří náhlé změny tvaru (konstrukční vruby), poruchy struktury (strukturní vruby), přítomnost vlastních napětí I.druhu (napětí vzniklá v důsledku svařování) a degradace mechanických vlastností materiálů s časem. V místech konstrukčních anebo strukturních vrubů dochází k iniciaci trhlin.

Většina součástí, které se vyskytují v technické praxi, nejsou prizmatického tvaru, ale jejich průřez se zpravidla mění. V této kapitole jsou uvedeny výpočty strojních součástí, se kterými se běžně setkáváme v technické praxi.



CÍL:

Iniciátory lomů těles

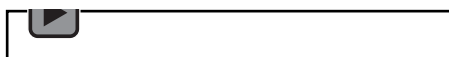
Základní parametry konstrukčního vrubu, součinitel koncentrace napětí, gradient napětí.

1.1 ÚVOD

V předchozím studiu jsme se seznámili s pojmem mechanické napětí. Při stanovení napětí bylo předpokládáno, že průřez součásti se nemění (jedná se o tzv. prizmatický tvar). Ve skutečnosti nejsou součásti zpravidla v celém rozsahu prizmatické, jejich průřez se zpravidla mění (např. zápichy, osazení, závity, otvory apod.). Citované změny průřezu jsou v literatuře označovány pojmem konstrukční vruby. Rovněž struktura materiálu není ve všech místech stejná, materiál může obsahovat nehomogenity ve tvaru dutin (např. bubliny, vločky, trhlinky); ke strukturním nehomogenitám patří rovněž i svarové spoje. Poruchy struktury bývají často označovány v literatuře pojmem strukturní vruby.



Audio 1.1 Úvod

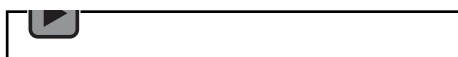


1.2 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKY KONSTRUKČNÍCH VRUBŮ

Účinkem vrubu dochází jednak k místnímu zvýšení napětí a rovněž ke změně napjatosti (obr.1).



Audio 1.2 Účinek vrubu

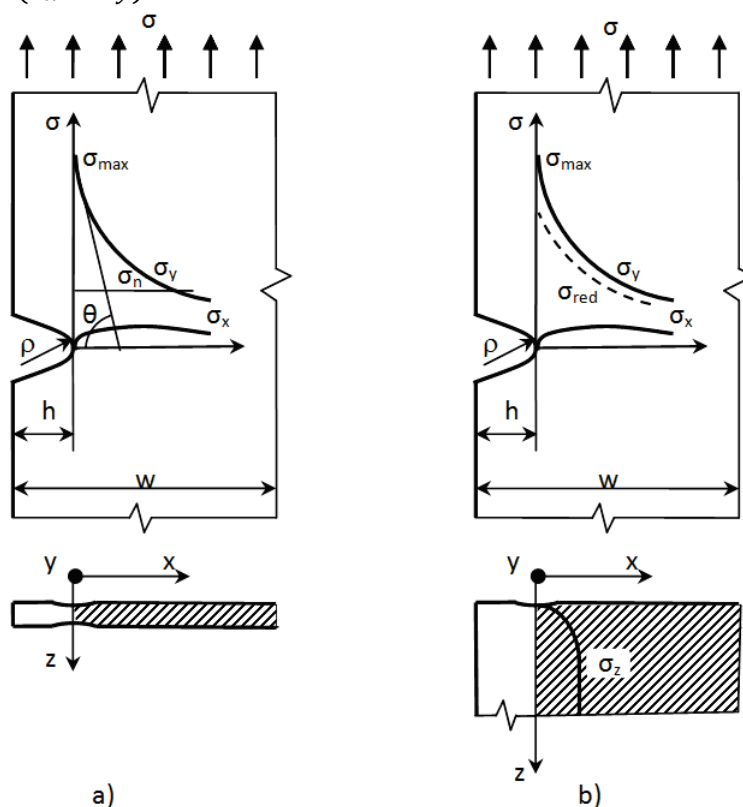


V případě tenké desky (obr.1a) se předpokládá stav rovinné napjatosti (RN) v kořeni vrubu, tedy

$$\sigma_z = 0 \quad (1.1)$$

v případě tlusté desky (obr.1b) se předpokládá stav rovinné deformace (RD) v kořeni vrubu, tedy

$$\varepsilon_z = 0 \Rightarrow \sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.2)$$



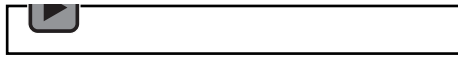
Obrázek 1



Velikost maximálního napětí se v praxi vyjadřuje pomocí teoretického součinitele koncentrace napětí α_t , který je definován následovně



Audio 1.3 Velikost napětí



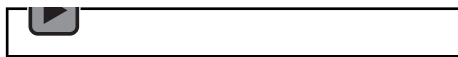
$$\alpha_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} \quad (1.3)$$

kde σ_n je nominální napětí, vypočítané za předpokladu rovnoměrného rozložení napětí v nebezpečném průřezu. Teoretický součinitel koncentrace napětí je závislý na hloubce vrubu h a poloměru křivosti vrubu ρ , tedy

$$\alpha_t = f\left(\frac{h}{\rho}\right) \quad (1.4)$$



Audio 1.4 Součinitel koncentrace



Hodnoty teoretických součinitelů koncentrace napětí pro jednoduché případy je možno určit výpočtem na základě matematické teorie pružnosti (obr.2); ve složitějších případech je možno určit součinitele koncentrace napětí pomocí metody konečných prvků, resp. experimentálně pomocí fotoelasticimetrie. Součinitelé koncentrace napětí, získané touto cestou jsou pak uváděny v tabulkách spolu s obrázkem vrubu a vyznačením způsobu namáhání (obr.3,obr.4). Ve skutečnosti vrub způsobuje rovněž zvýšení napjatosti. Redukovaný součinitel koncentrace napětí α_{tred} je v tomto případě definován následovně

$$\alpha_{tred} = \frac{\sigma_{red}}{\sigma_n} \quad (1.5)$$

kde pro výpočet redukovaného napětí je možno použít hypotézu HMM

$$\sigma_{red} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2} \quad (1.6)$$

Napětí v kořeni vrubu σ_x , σ_y , σ_z jsou hlavní napětí.

V případě rovinné napjatosti je

$$\sigma_x = 0; \sigma_y = \sigma_{max}; \sigma_z = 0 \quad (1.7)$$

$$\sigma_{red} = \sigma_{max} \quad (1.8)$$

a

$$\alpha_{red} = \alpha_t. \quad (1.9)$$

V případě rovinné deformace je

$$\sigma_x = 0; \sigma_y = \sigma_{max}; \sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (1.10)$$

$$\sigma_{red} = \sigma_{max} \sqrt{1 - \mu + \mu^2} \quad (1.11)$$

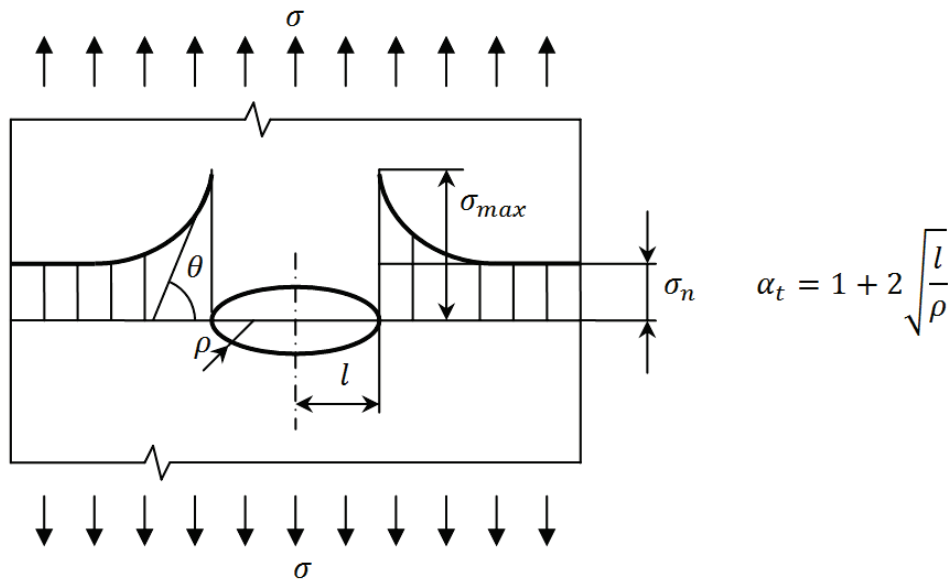
V případě oceli je Poissonovo číslo $\mu = 0.3$ a po dosazení do (1.11) je $\sigma_{red} = 0.89\sigma_{max}$.

Je tedy

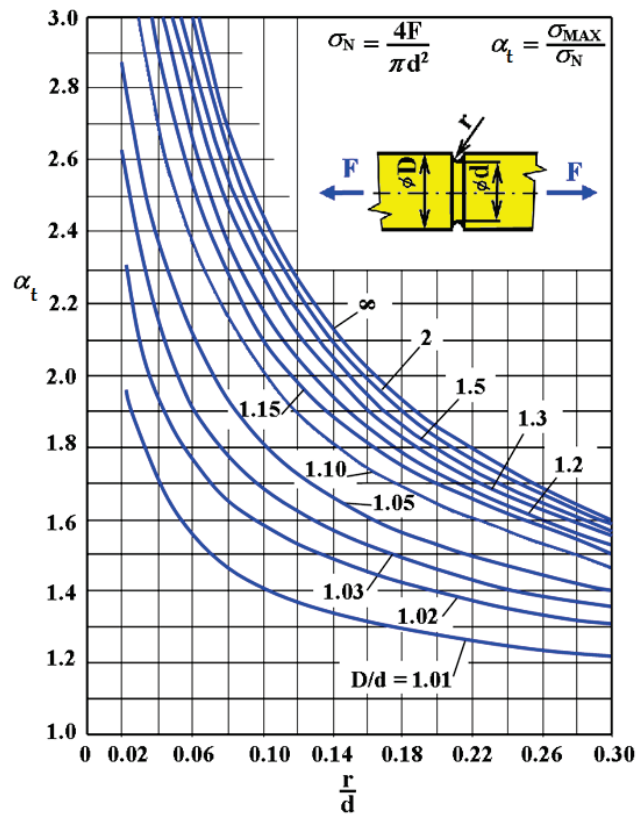
$$\alpha_{red} = 0.89\alpha_t. \quad (1.12)$$

Uvážením $\alpha_{red} = \alpha_t$ jsme na straně větší bezpečnosti.



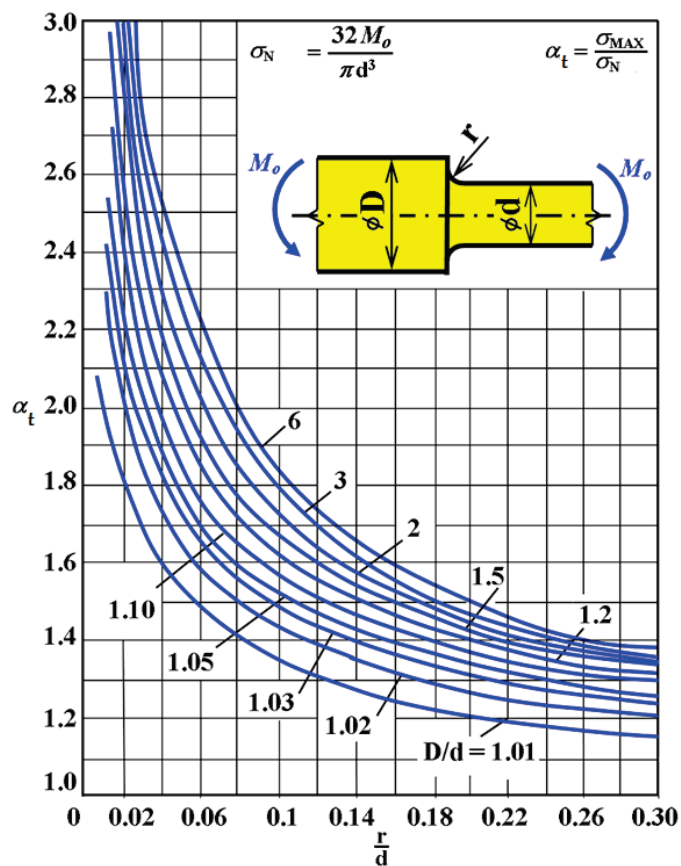


Obrázek 2



Obrázek 3



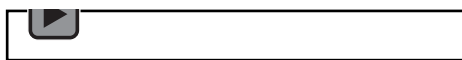


Obrázek 4

Účinek vrubu na napjatost odeznívá tím rychleji, čím je vrub ostřejší. Spád napětí je charakterizován gradientem napětí.



Audio 1.5 Účinek vrubu



Poměrný gradient napětí je definován následovně

$$\chi_{\sigma} = \frac{1}{\sigma_{max}} \left| \frac{d\sigma}{dx} \right|_{x=0} = \frac{1}{\sigma_{max}} \tan \theta \quad (1.13)$$

a bezrozměrný gradient napětí

$$C_{\sigma} = \chi_{\sigma} r \quad (1.14)$$

kde r je poloměr křivosti vrubu.

Bezrozměrné gradienty napětí lze obdobně jako součinitele koncentrace napětí určit pomocí matematické teorie pružnosti anebo metody konečných prvků.

Bezrozměrné gradienty napětí pro některé případy konstrukčních vrubů jsou uvedeny v obr.5.



Namáhání	Tvar vrubu	C_σ	Tvar vrubu	C_σ	Tvar vrubu	C_σ
Tah-tlak		2		2		2
Ohyb		$2 + 2 \frac{r}{b}$		$2 + 2 \frac{r}{b}$		$2 + 4 \frac{r}{D + d}$
Kрут		$1 + 2 \frac{r}{b}$		$1 + 2 \frac{r}{b}$		3

Obrázek 5

K zapamatování:

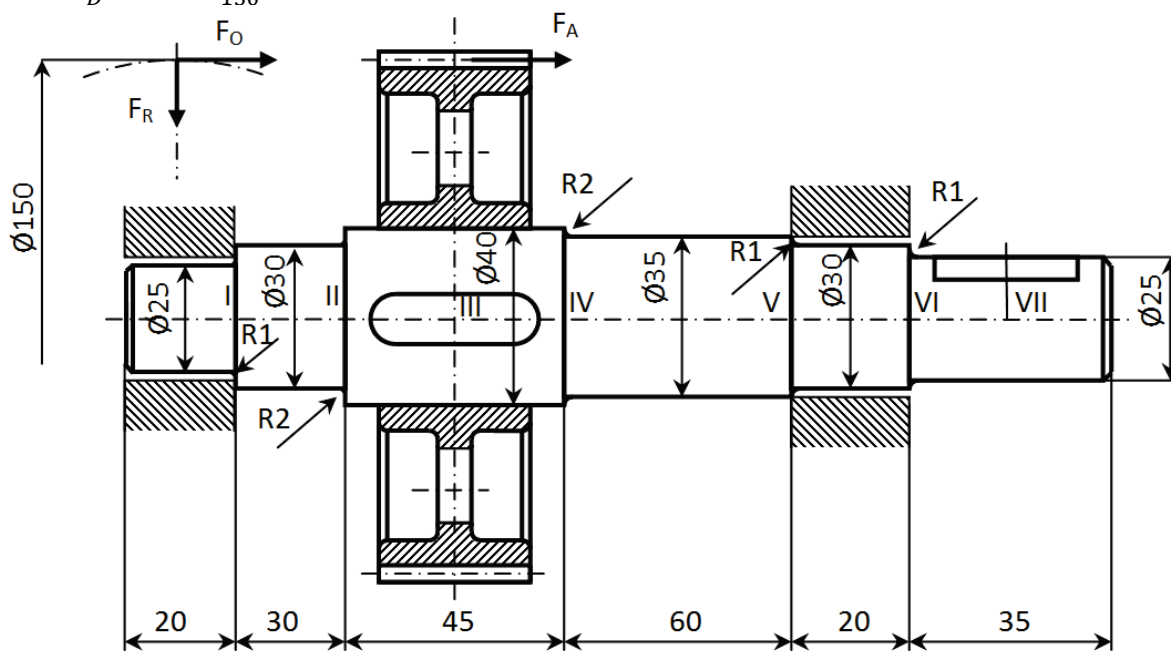
- Iniciátory lomů těles: konstrukční vruby, strukturální vruby, přítomnost vlastních napětí I.druhu, degradace mechanických vlastností materiálů s časem.
- Vrub – zvýšení napětí, změna napjatosti.
- Zvýšení napětí v kořeni vrubu závislé na součiniteli koncentrace napětí α_t .
- Spád napětí charakterizován gradientem napětí.

1.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Určete největší napětí v hřídeli, znázorněném na obr.1, jestliže je dáno $M_k = 120 \text{ Nm}$,

$$F_o = \frac{2 M_k}{D} = \frac{2 \times 120 \times 10^3}{150} = 1600 \text{ N}, F_R = 580 \text{ N}, F_A = 600 \text{ N}.$$

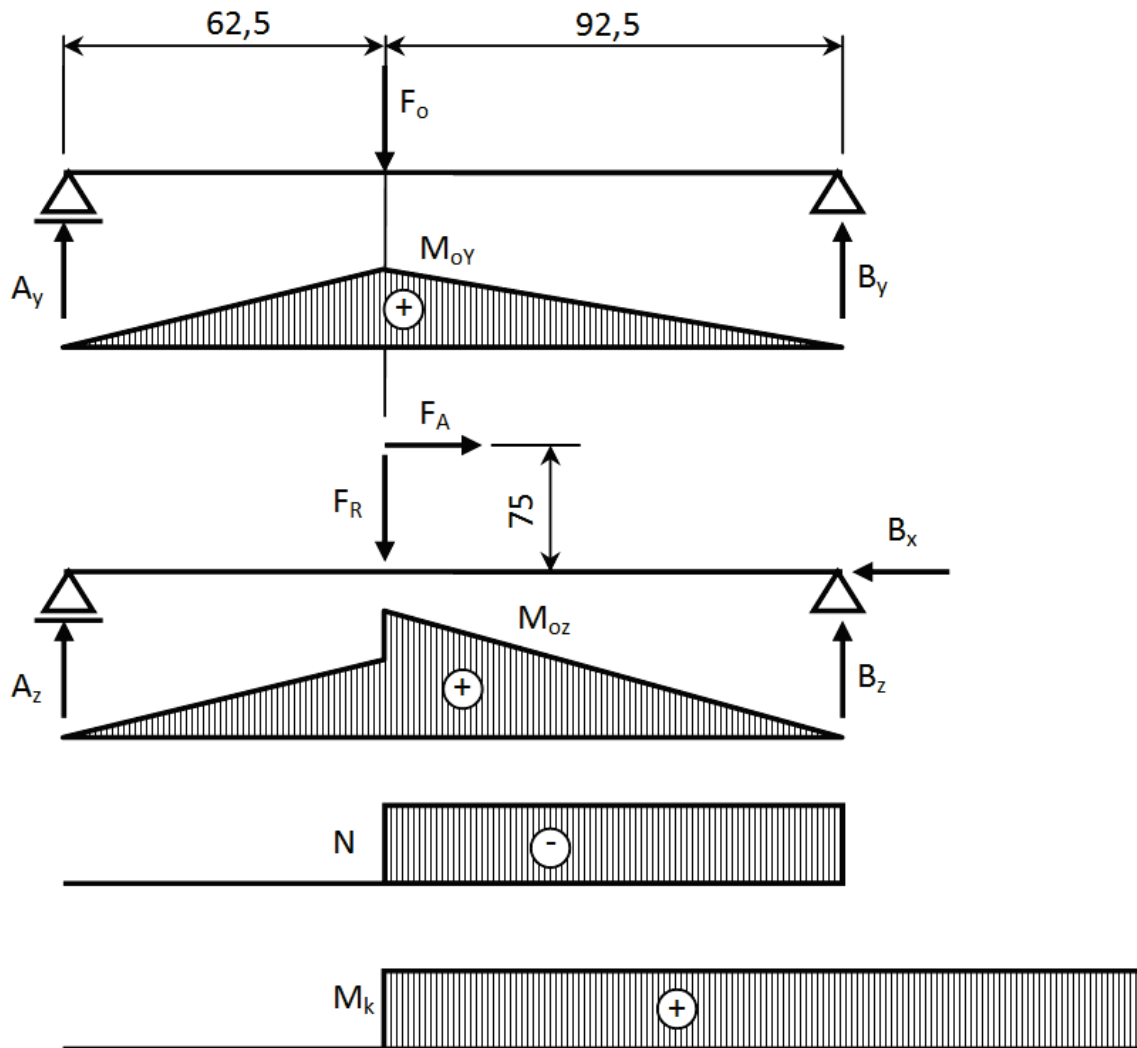


Obrázek 5

Řešení:

Výpočtové schéma a znázornění vnitřních statických účinků je uvedeno na obr.2.





Obrázek 6

1. Výpočet reakcí v uložení
Z podmínek rovnováhy obdržíme

$$A_Y = \frac{F_o \times 92,5}{(62,5 + 92,5)} = \frac{1600 \times 92,5}{155} = 954,84N$$

$$B_Y = \frac{F_o \times 62,5}{(62,5 + 92,5)} = \frac{1600 \times 62,5}{155} = 645,16N,$$

$$A_Z = \frac{F_R \times 92,5 - (F_A \times 150/2)}{(62,5 + 92,5)} = \frac{580 \times 92,5 - (600 \times 75)}{155} = 55,8N,$$

$$B_Z = \frac{F_R \times 62,5 + (F_A \times 150/2)}{(62,5 + 92,5)} = \frac{580 \times 62,5 + (600 \times 75)}{155} = 524,2N,$$

$$B_X = F_A = 600N,$$

$$A = \sqrt{A_Y^2 + A_Z^2} = \sqrt{954,84^2 + 55,8^2} = 956,43N,$$

$$B = \sqrt{B_Y^2 + B_Z^2} = \sqrt{645,16^2 + 524,2^2} = 831,27N.$$

2. Stanovení redukovaných napětí v jednotlivých místech

- a) Místo I – namáhání ohybem

$$M_{oI} = A \times 10 = 9564,3Nmm$$



$$\sigma_{oI} = \frac{M_{oI}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 9564.3}{\pi \times 25^3} = 6.2 \text{ MPa}$$

Součinitel koncentrace napětí určíme např. z obr.4 , kap.1 anebo z literatury [5]

$$\alpha_{oI} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{25}; \frac{30}{25}\right) = 2.1.$$

Redukované napětí je rovno

$$\sigma_{redI} = \alpha_{oI} \sigma_{oI} = 2.1 \times 6.2 = 13.1 \text{ MPa.}$$

b) Místo II – namáhání ohybem

$$M_{oII} = A \times 40 = 956.43 \times 40 = 38257.2 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{oII} = \frac{M_{oII}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 38257.2}{\pi \times 30^3} = 14.4 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{oII} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{30}; \frac{40}{30}\right) = 1.85$$

$$\sigma_{redII} = \alpha_{oII} \sigma_{oII} = 1.85 \times 14.4 = 26.6 \text{ MPa.}$$

c) Místo III – namáhání ohybem a krutem a tlakem

$$M_{oIII} = B \times 92.5 = 831.27 \times 92.5 = 76892.5 \text{ Nmm.}$$

$$W_{oIII} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \times 40^3}{32} - \frac{12 \times 4.9 \times (40 - 4.9)^2}{2 \times 40} = 5374.5 \text{ mm}^3$$

při výpočtu průřezového modulu je uvažována drážka pro pero.

$$\sigma_{oIII} = \frac{M_{oIII}}{W_{oIII}} = \frac{76892.5}{5374.5} = 14.3 \text{ MPa.}$$

Součinitel koncentrace napětí (drážka pro pero)

$$\alpha_{oIII} = 1.7.$$

$$\sigma_{NIII} = -\frac{F_A}{\frac{\pi d^2}{4} - bt} = -\frac{600}{\frac{\pi \times 40^2}{4} - 12 \times 4.9} = -0.5 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{NIII} = 1.7$$

Maximální normálové napětí

$$\sigma_{III} = -\alpha_{oIII} \sigma_{oIII} + \alpha_{NIII} \sigma_{NIII} = -1.7 \times 14.3 - 1.7 \times 0.5 = -25.16 \text{ MPa.}$$

Smykové napětí

$$W_{kIII} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \times 40^3}{16} - \frac{12 \times 4.9 \times (40 - 4.9)^2}{2 \times 40} = 11654.5 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{kIII} = \frac{M_k}{W_{kIII}} = \frac{120 \times 10^3}{11654.5} = 10.3 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kIII} = 1.7$$

$$\tau_{III} = \tau_{kIII} \alpha_{kIII} = 1.7 \times 10.3 = 29.8 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redIII} = \sqrt{\sigma_{III}^2 + 3\tau_{III}^2} = \sqrt{25.16^2 + 3 \times 29.8^2} = 57.4 \text{ MPa.}$$

d) Místo IV – namáhání ohybem a krutem a tlakem

$$M_{oIV} = B \times 70 = 831.27 \times 70 = 58189 \text{ Nmm}$$

$$\sigma_{oIV} = \frac{M_{oIV}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 58189}{\pi \times 35^3} = 13.8 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{oIV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{35}; \frac{40}{35}\right) = 1.9$$

$$\sigma_{NIV} = -\frac{F_A}{\frac{\pi d^2}{4}} = -\frac{600}{\frac{\pi \times 35^2}{4}} = -0.63 \text{ MPa}$$



$$\alpha_{NIV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{35}; \frac{40}{35}\right) = 1.9$$

Maximální normálové napětí

$$\sigma_{IV} = -\alpha_{OIV}\sigma_{OIV} + \alpha_{NIV}\sigma_{NIV} = -1.9 \times 13.8 - 1.9 \times 0.63 = -27.4 \text{ MPa}$$

Smykové napětí

$$\tau_{kIV} = \frac{M_k}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 120 \times 10^3}{\pi \times 35^3} = 14.3 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kIV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{2}{35}; \frac{40}{35}\right) = 1.45$$

$$\tau_{IV} = \tau_{kIV}\alpha_{kIV} = 14.3 \times 1.45 = 20.8 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redIV} = \sqrt{\sigma_{IV}^2 + 3\tau_{IV}^2} = \sqrt{27.4^2 + 3 \times 20.8^2} = 45.3 \text{ MPa}$$

e) Místo V - namáhání ohybem a krutem a tlakem

$$M_{OV} = B \times 10 = 8312.7 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{oV} = \frac{M_{OV}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 \times 8312.7}{\pi \times 30^3} = 3.14 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{oV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{30}; \frac{35}{30}\right) = 2.35$$

$$\sigma_{NV} = -\frac{F_A}{\frac{\pi d^2}{4}} = -\frac{600}{\pi \times 30^2} = -0.85 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{NV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{30}; \frac{35}{30}\right) = 2.3$$

Maximální normálové napětí

$$\sigma_V = -\alpha_{oV}\sigma_{oV} + \alpha_{NV}\sigma_{NV} = -2.35 \times 3.14 - 2.3 \times 0.85 = -9.4 \text{ MPa}$$

Smykové napětí

$$\tau_{kV} = \frac{M_k}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 120 \times 10^3}{\pi \times 30^3} = 22.6 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kV} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{30}; \frac{35}{30}\right) = 1.5$$

$$\tau_V = \tau_{kV}\alpha_{kV} = 22.6 \times 1.5 = 33.9 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redV} = \sqrt{\sigma_V^2 + 3\tau_V^2} = \sqrt{9.4^2 + 3 \times 33.9^2} = 59.5 \text{ MPa}$$

f) Místo VI – namáhání krutem

$$\tau_{kVI} = \frac{M_k}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{16 \times 120 \times 10^3}{\pi \times 25^3} = 39.1 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{kVI} = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{1}{25}; \frac{30}{25}\right) = 1.68$$

$$\tau_{VI} = \tau_{kVI}\alpha_{kVI} = 39.1 \times 1.68 = 65.7 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

$$\sigma_{redVI} = \sqrt{3}\tau_{VI} = \sqrt{3} \times 65.7 = 113.8 \text{ MPa.}$$

g) Místo VII – namáhání krutem

$$W_{kVII} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \times 25^3}{16} - \frac{8 \times 4.1 \times (25 - 4.1)^2}{2 \times 25} = 2780 \text{ mm}^3$$

$$\tau_{kVII} = \frac{M_k}{W_{kVII}} = \frac{120 \times 10^3}{2780} = 43.2 \text{ MPa}$$



$$\alpha_{kVII} = 1.5$$

$$\tau_{VII} = \tau_{kVII} \alpha_{kVII} = 43.2 \times 1.5 = 64.8 \text{ MPa}$$

Výsledné redukované napětí

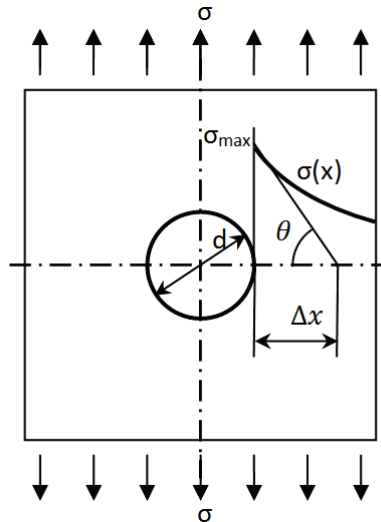
$$\sigma_{redVII} = \sqrt{3} \tau_{VII} = \sqrt{3} \times 64.8 = 112.2 \text{ MPa.}$$

Největší redukované napětí je v místě VI

$$\sigma_{redVI} = 113.8 \text{ MPa.}$$

Příklad 2

Určete délku subtangenty Δx průběhu napětí od povrchu kruhového otvoru, situovaného v tenké kruhové desce, namáhané tahovým napětím σ (obr.3).



Obrázek 7

Zadané hodnoty: $\sigma = 50 \text{ MPa}$; $d = 20 \text{ mm}$.

Řešení:

Poměrný gradient napětí je definován následovně

$$\chi_{\sigma} = \frac{1}{\sigma_{max}} \left| \frac{d\sigma}{dx} \right|_{x=0} = \frac{1}{\sigma_{max}} \tan \theta = \frac{1}{\Delta x}$$

a bezrozměrný gradient napětí

$$C_{\sigma} = \chi_{\sigma} r.$$

V případě desky s otvorem je bezrozměrný gradient napětí

$$C_{\sigma} = \frac{7}{3}$$

a

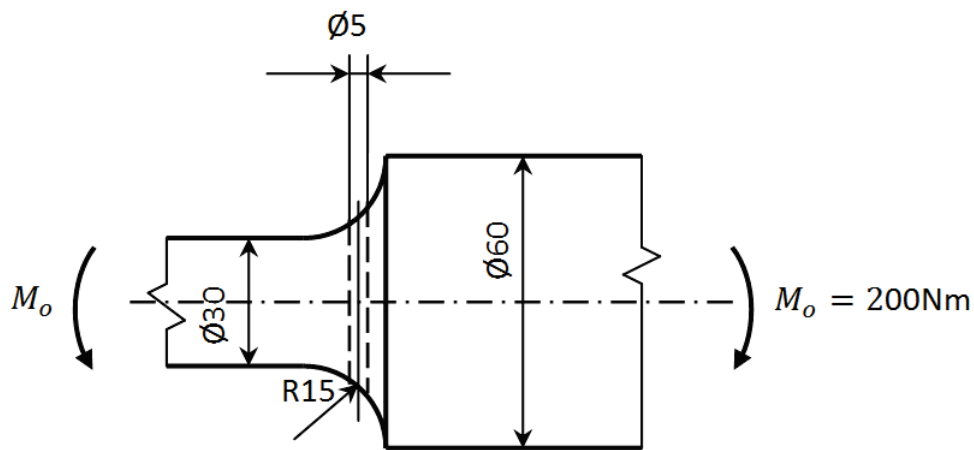
$$\Delta x = \frac{1}{\chi_{\sigma}} = \frac{r}{C_{\sigma}} = \frac{d}{2C_{\sigma}} = \frac{20}{2 \times \frac{7}{3}} = 4.285 \text{ mm.}$$

1.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Osazený hřídel (obr.4) je namáhan ohybovým momentem. Určete součinitel koncentrace napětí, jestliže v místě přechodu je vyvrtán otvor. Dále určete maximální napětí.



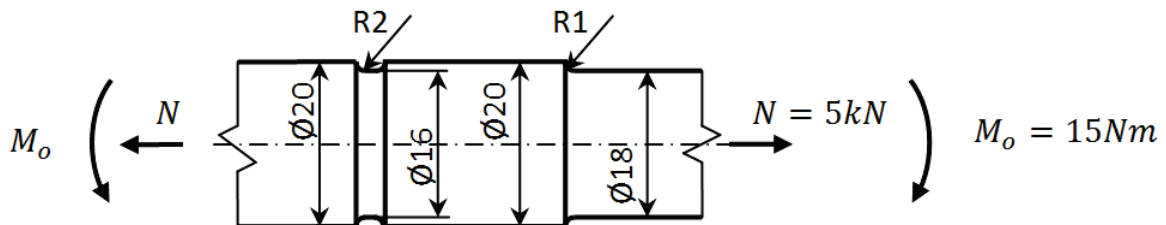


Obrázek 8

Výsledek : $\alpha_t \cong 2.5$; $\sigma_{max} \cong 28 \text{ MPa}$.

Příklad 2

Hřídel je namáhán osovou silou a ohybovým momentem (obr.5). Určete maximální napětí v hřídeli.



Obrázek 9

Výsledek: $\sigma_{max} \cong 120 \text{ MPa}$.



1.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava, 2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Kučera, J. *Stručný úvod do mechaniky lomu. II. část. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 297s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Kuba, F. *Pružnost a pevnost (základní část)*. VŠB-TU Ostrava, 1976. 385s. Skriptum.
- [5] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha, 1971. 376s.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Singulární řešení napjatosti na čele trhliny

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

2	SINGULÁRNÍ ŘEŠENÍ NAPJATOSTI NA ČELE TRHLINY.....	3
2.1	Úvod	4
2.2	Řešení elastického stavu napjatosti pro jednotlivé zátěžné módy	4
2.3	Velikost a tvar plastické zóny pro jednotlivé módy namáhání.....	6
2.4	Řešené příklady	10
2.5	Příklady k procvičení.....	12
2.6	Literatura.....	13



2 SINGULÁRNÍ ŘEŠENÍ NAPJATOSTI NA ČELE TRHLINY



OBSAH KAPITOLY:

Lineárně – elastické řešení napjatosti na čele trhliny.

Základní způsoby (módy) zatížení.

Definice faktoru intenzity napětí.

Plastická zóna na čele trhliny.



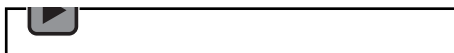
MOTIVACE:

Ke vzniku trhlin dochází v místech koncentrátorů napětí. Za určitých podmínek se může trhlina rozšířit do lomu. Abychom mohli lomu zabránit, je nutno posoudit přípustnost trhlin.

V této kapitole jsou uvedeny výpočty faktorů intenzity napětí pro různé konfigurace těles s trhlínami.



Audio 2.1 Motivace



CÍL:

Trhliny. Základní způsoby zatížení. Faktor intenzity napětí.

Plastická zóna na čele trhliny při rovinné napjatosti.

2.1 ÚVOD

Trhlinu považujeme za velice ostrý vrub s poloměrem křivosti $\rho \rightarrow 0$. Pro $\rho \rightarrow 0$ se ve výrazu pro součinitel koncentrace napětí α_t (viz předešlou kapitolu) objevuje singularita, která je pro trhliny v poli elastických napětí přípustná. Řešení napjatosti na čele trhliny bylo řešeno Westergaardem [1].



Audio 2.2 Úvod



Funkci napětí $\Phi(x, y)$ je možno popsat pomocí funkce komplexní proměnné $z = x + iy$. Funkce napětí je tedy ve tvaru

$$\Phi = \operatorname{Re}Z_2 + y\operatorname{Im}Z_1 \quad (2.1)$$

kde **Re** – reálná část funkce komplexní proměnné,
Im – imaginární část funkce komplexní proměnné.

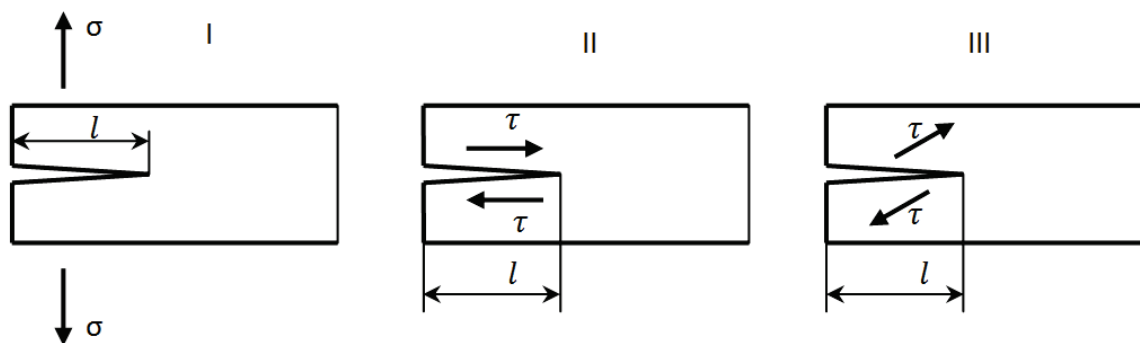
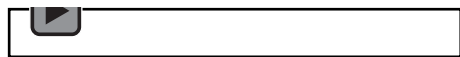
Funkce Z_2, Z_1 a Z vyhovují vztahům

$$\frac{dZ_2}{dz} = Z_1; \frac{dZ_1}{dz} = Z. \quad (2.2)$$

Podle způsobu zatížení se rozlišují tři základní způsoby (módy) namáhání (obr.1)



Audio 2.3

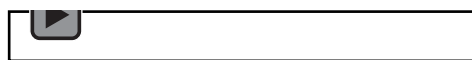


Obrázek 1

- I. Normálový (tah, ohyb) – lomové napětí je kolmé na lící plochy trhliny
- II. Podélný smyk
- III. Příčný smyk (antirovinný mód).



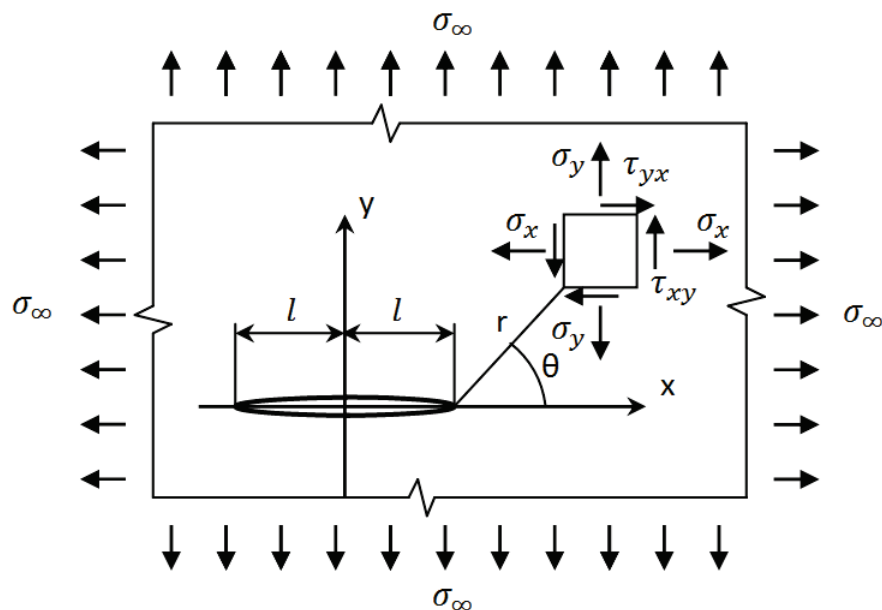
Audio 2.4



2.2 ŘEŠENÍ ELASTICKÉHO STAVU NAPJATOSTI PRO JEDNOTLIVÉ ZÁTĚŽNÉ MÓDY

V případě I. způsobu bylo Westergaardovo řešení provedeno pro případ průchozí trhliny v nekonečné desce, zatížené tahovým napětím (obr.2)





Obrázek 2

Funkce napětí Z je ve tvaru [1]

$$Z = \frac{\sigma}{\sqrt{1 - \left(\frac{l}{z}\right)^2}} \quad (2.3)$$

Složky napětí a posuvy na čele trhliny jsou [1]

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.4)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \quad (2.6)$$

$$u = \frac{K_I}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(k - 1 + 2\sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.7)$$

$$v = \frac{K_I}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(k + 1 - 2\cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.8)$$

kde

$$G_s = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (2.9)$$

je modul pružnosti materiálu ve smyku

a veličina

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} Y_I \quad (2.10)$$

je faktor intenzity napětí pro první způsob zatížení.

Při vyjádření složek posuvu u, v v rovnicích (2.8) a (2.9) je veličina k rovna

$$k = 3 - 4\mu \quad (2.11)$$

v případě rovinné napjatosti (RN)

a

$$k = \frac{3-\mu}{1+\mu} \quad (2.12)$$

v případě rovinné deformace (RD).

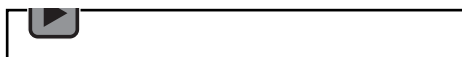
Velichina Y_I v rovnici (2.10) je bezrozměrná funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny.

Pomocí faktoru intenzity napětí K_I je možno popsat ostré konstrukční vruby. Souvislost mezi faktorem intenzity napětí K_I a součinitelem koncentrace napětí α_t udává Irwin-Neuberův výraz [1]





Audio 2.5



$$K_I = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{1}{2} \alpha_t \sigma_n \sqrt{\pi \rho} \quad (2.13)$$

V případě II způsobu zatížení je funkce napětí ve tvaru [1]

$$Z = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{l}{z}\right)^2}} \quad (2.14)$$

a složky napětí a posuvy na čele trhliny jsou [1]

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.15)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.16)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (2.17)$$

$$u = \frac{K_{II}}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(k + 1 + 2\cos^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.18)$$

$$v = -\frac{K_{II}}{2G_s} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(k - 1 - 2\sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (2.19)$$

kde

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi l} Y_{II} \quad (2.20)$$

V případě III. módu zatížení se jedná o antirovinné namáhání, tedy

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = u = v = 0 \quad (2.21)$$

a nenulové složky napětí a posunutí lze vyjádřit následovně [1]

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.22)$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2.23)$$

$$w = \frac{K_{III}}{G_s} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.24)$$

kde

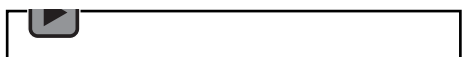
$$K_{III} = \tau \sqrt{\pi l} Y_{III}. \quad (2.25)$$

2.3 VELIKOST A TVAR PLASTICKÉ ZÓNY PRO JEDNOTLIVÉ MÓDY NAMÁHÁNÍ

Ve skutečnosti dochází v kořeni trhliny a v jeho bezprostředním okolí ke vzniku plastických deformací. Zplastizovaná oblast bývá v lomové mechanice nazývána plastickou zónou.



Audio 2.6



Velikost a tvar plastické zóny určíme pro I. a II. zátěžný mód z následujícího řešení:

Pomocí Mohrovy kružnice určíme hlavní napětí σ_1 a σ_2

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.26)$$

V případě I. módu zatížení je

$$\sigma_{1,2} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 \pm \sin \frac{\theta}{2}\right), \quad (2.27)$$

třetí hlavní napětí σ_3

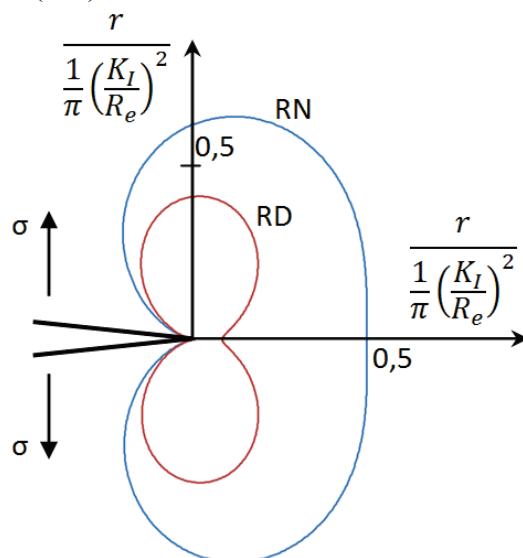
$$\sigma_3 = 0, \quad (2.28)$$

v případě rovinné napjatosti (RN), anebo



$$\sigma_3 = \mu(\sigma_1 + \sigma_2) = 2\mu \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (2.29)$$

v případě rovinné deformace (RD).



Obrázek 3

Z podmínky plasticity podle hypotézy HMMH

$$R_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \quad (2.30)$$

obdržíme

$$r_\sigma = \frac{K_I^2}{2\pi R_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[1 + 3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (2.31)$$

v případě rovinné napjatosti (RN)

a

$$r_\varepsilon = \frac{K_I^2}{2\pi R_e^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \left[(1 - 2\mu)^2 + 3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (2.32)$$

v případě rovinné deformace (RD).

Tvar plastické zóny pro první mód zatížení je znázorněn na obr.3.

Rozměr plastické zóny byl vypočten bez uvážení změny napjatosti před čelem trhliny plastickou deformací materiálu a platí pouze přibližně pro malý poměr K_I/R_e , kdy plastická zóna je velmi malá vzhledem k délce trhliny. Ve skutečnosti v důsledku zplastizování materiálu před čelem trhliny dojde k otupení kořene trhliny a k přerozdělení napětí v této oblasti. Velikost plastické zóny je tedy ve skutečnosti větší. Podle Irwinova řešení [1] je rozměr plastické zóny přibližně dvojnásobný; je tedy

$$r_{p\sigma} = 2r_\sigma \quad (2.33)$$

a

$$r_{p\varepsilon} = 2r_\varepsilon \quad (2.34)$$

Pro výpočty jsou důležité rozměry plastické zóny ve směru možného šíření trhliny, tj. pro $\theta = 0$.

Je tedy

$$r_{p\sigma} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{R_e} \right)^2 \quad (2.35)$$

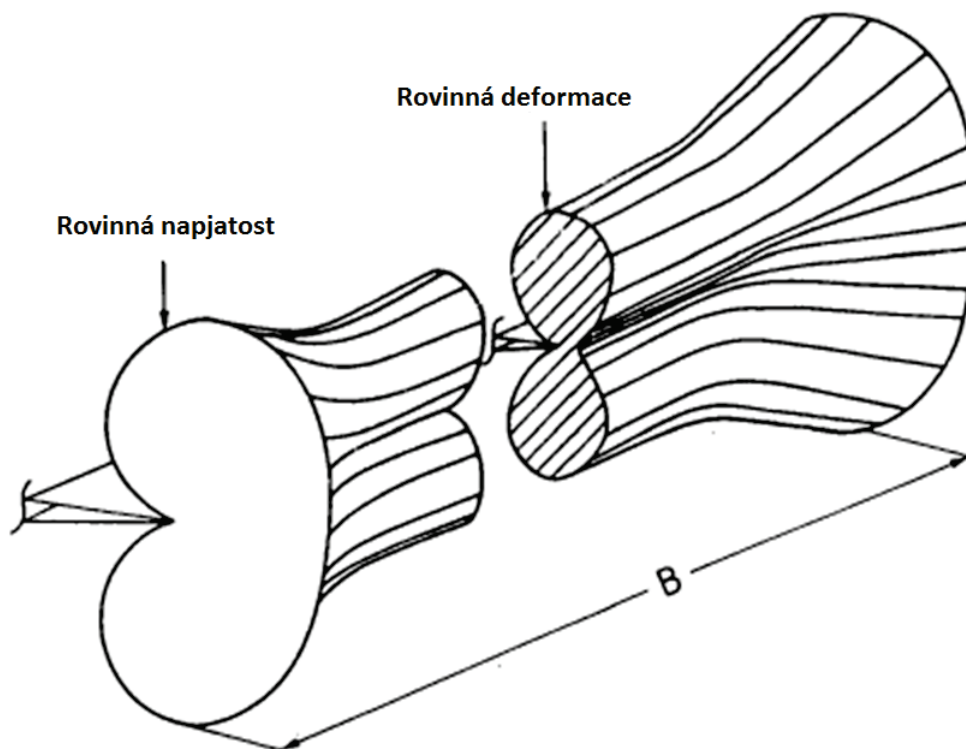
a

$$r_{p\varepsilon} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{R_e} \right)^2 (1 - 2\mu)^2 \cong \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{R_e} \right)^2 = \frac{r_{p\sigma}}{6} \quad (2.36)$$

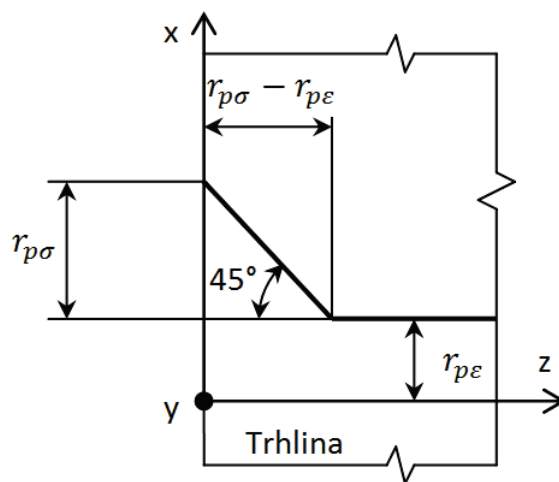
Stavu rovinné napjatosti je dosaženo vždy na povrchu součásti a v případě tenkých těles, v případě těles větší tloušťky je předpokládán uvnitř tělesa stav rovinné deformace. Tvar



plastické zóny je znázorněn na obr.4. Plastická zóna klesá od povrchu do hloubky přibližně pod úhlem 45° (obr.5).



Obrázek 4



Obrázek 5

Obdobné vztahy pro výpočet plastické zóny získáme pro II. zátěžný mód

$$r_{\sigma} = \frac{3K_{II}^2}{4\pi R_{\varepsilon}^2} \left[\frac{7 - \cos \theta}{3} - \frac{3}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (2.37)$$

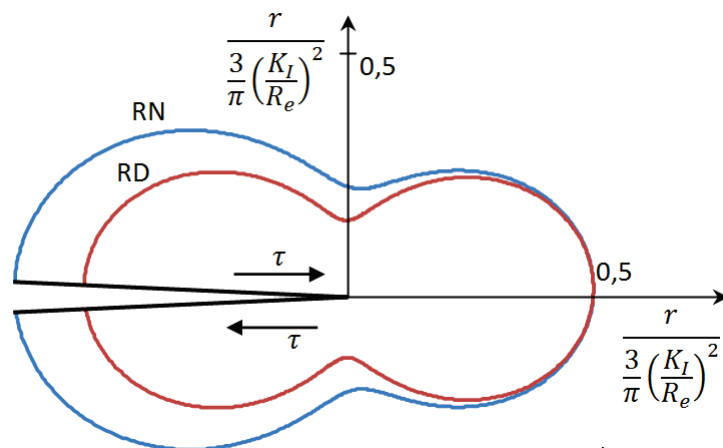
v případě rovinné napjatosti (RN)

a

$$r_{\varepsilon} = \frac{3K_{II}^2}{4\pi R_{\varepsilon}^2} \left[2 + (1 - 2\mu)^2 \frac{1 - \cos \theta}{3} + \frac{3}{2} \sin^2 \theta \right] \quad (2.38)$$

v případě rovinné deformace (RD).





Obrázek 6

Tvar plastické zóny pro druhý mód zatížení je znázorněn na obr.6.

V případě III. módu zatížení je nutno určit hlavní napětí $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ z kubické rovnice

$$\sigma^3 - i_1\sigma^2 + i_2\sigma - i_3 = 0 \quad (2.39)$$

kde invarianty tenzoru napětí i_1, i_2, i_3 jsou rovny

$$i_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 0 \quad (2.40)$$

$$i_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 = -\tau_{yz}^2 - \tau_{xz}^2 \quad (2.41)$$

$$i_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{xz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = 0 \quad (2.42)$$

Po dosazení do (2.39) je

$$\sigma_3 = 0 \quad (2.43)$$

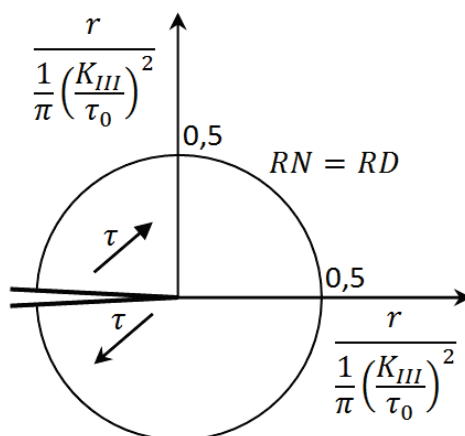
a

$$\sigma_{1,2} = \pm \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (2.44)$$

Po dosazení do (2.30) obdržíme

$$r_\tau = \frac{3K_{III}^2}{2\pi R_e^2} = \frac{K_{III}^2}{2\pi\tau_0^2} \quad (2.45)$$

Tvar plastické zóny pro třetí mód zatížení je znázorněn na obr.7.



Obrázek 7

K zapamatování:

- Trhlina – vrub s poloměrem křivosti blížící se k nule.
- Tři základní způsoby (módy) zatížení těles s trhlinami - normálový (tah, ohyb), podélný smyk (střih),
- příčný smyk (krut).
- Složky napětí na čele trhliny – závislé na faktoru intenzity napětí.

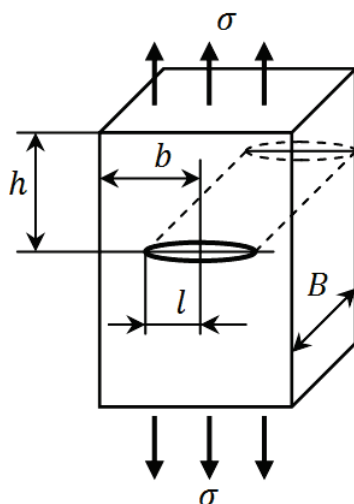


- Faktor intenzity napětí - charakteristika napěťového pole v okolí čela trhliny. Závisí na velikosti nominálního napětí v okolí trhliny σ , dále na délce trhliny l a na funkci tvaru a způsobu zatížení trhliny Y .
- Plastická zóna – zplastizovaná oblast v okolí kořene trhliny. Tvar plastické zóny určen z podmínky plasticity podle hypotézy HMM.

2.4 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Určete velikost součinitele intenzity napětí K_I pro desku s průchozí trhlinou (obr.1), jestliže je dáno:



Obrázek 8

Tahové napětí: $\sigma = 100 \text{ MPa}$.

Rozměry desky: $b = 20 \text{ mm}$, $h = 35 \text{ mm}$, $B = 20 \text{ mm}$.

Délka trhliny: $l = 10 \text{ mm}$.

Řešení:

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny Y [1]

$$Y = \frac{1 - 0.5 \frac{l}{b} + 0.326 \left(\frac{l}{b}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{l}{b}}} = \frac{1 - 0.5 \times \frac{10}{20} + 0.326 \times \left(\frac{10}{20}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{10}{20}}} = 1.18$$

Faktor intenzity napětí K_I

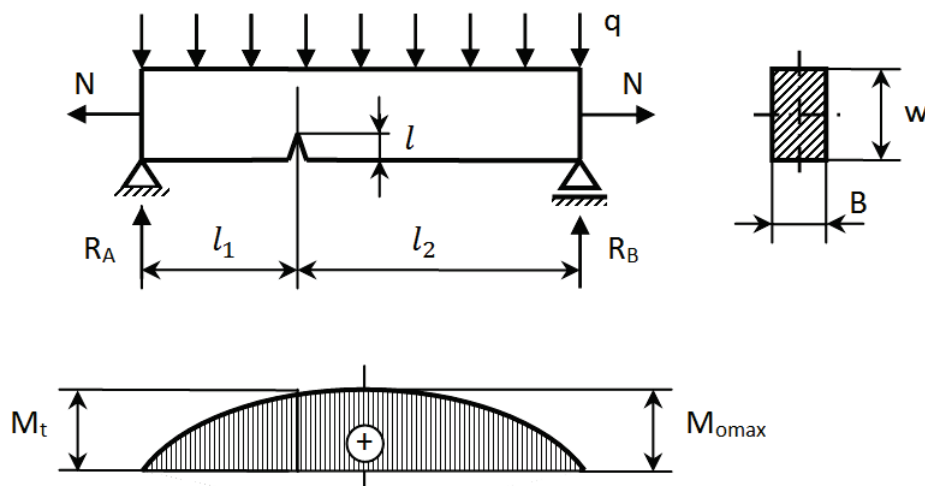
$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} Y = 100 \times \sqrt{\pi \times 0.01} \times 1.18 = 20.9 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}.$$

Příklad 2

Nosník s průchozí trhlinou délky (obr.2) je namáhán normálovou silou N a spojitým zatížením q .

Určete velikost faktoru intenzity napětí, jestliže je dáno:





Obrázek 9

Rozměry nosníku: $l_1 = 1\text{m}$, $l_2 = 2\text{m}$, $B = 40\text{mm}$, $w = 100\text{mm}$.

Délka trhliny: $l = 20\text{mm}$.

Zatížení: $N = 80\text{kN}$, $q = 5000\text{Nm}^{-1}$.

Funkce tvaru způsobu zatížení trhliny (platí pro výpočet napětí v neoslabeném průřezu):

$$Y_t = \left[1.12 - 0.231 \left(\frac{l}{w} \right) + 10.55 \left(\frac{l}{w} \right)^2 - 21.72 \left(\frac{l}{w} \right)^3 + 30.39 \left(\frac{l}{w} \right)^4 \right] \quad (\text{tah})$$

$$Y_o = \left[1.122 - 1.4 \left(\frac{l}{w} \right) + 7.33 \left(\frac{l}{w} \right)^2 - 13.08 \left(\frac{l}{w} \right)^3 + 14 \left(\frac{l}{w} \right)^4 \right] \quad (\text{ohyb})$$

Řešení:

a) Namáhání tahem

$$K_{It} = \sigma_n \sqrt{\pi l} Y_t$$

kde

$$\sigma_n = \frac{N}{Bw} = \frac{80000}{40 \times 100} = 20\text{MPa}$$

Pro $\frac{l}{w} = \frac{20}{100} = 0.2$ je

$$Y_t = 1.37$$

a

$$K_{It} = \sigma_n \sqrt{\pi l} Y_t = 20 \times \sqrt{\pi \times 0.02} \times 1.37 = 6.9\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$$

b) Namáhání ohybem

V tomto případě je nutno určit ohybový moment v místě trhliny M_t (obr.2). Ohybový moment od normálové síly zanedbáváme.

$$M_t = R_A l_1 - \frac{q l_1^2}{2} = \frac{q(l_1 + l_2)}{2} l_1 - \frac{q l_1^2}{2} = \frac{5000}{2} \times (1 + 2) - \frac{5000 \times 1}{2} = 5000\text{Nm}$$

$$Y_o = 1.03$$

$$\sigma_o = \frac{M_t}{\frac{1}{6} B w^2} = \frac{5000 \times 10^3}{\frac{1}{6} \times 40 \times 100^2} = 75\text{MPa}$$

Faktor intenzity napětí je roven

$$K_{Io} = \sigma_o \sqrt{\pi l} Y_o = 75 \times \sqrt{\pi \times 0.02} \times 1.03 = 19.4\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Výsledný faktor intenzity napětí je roven

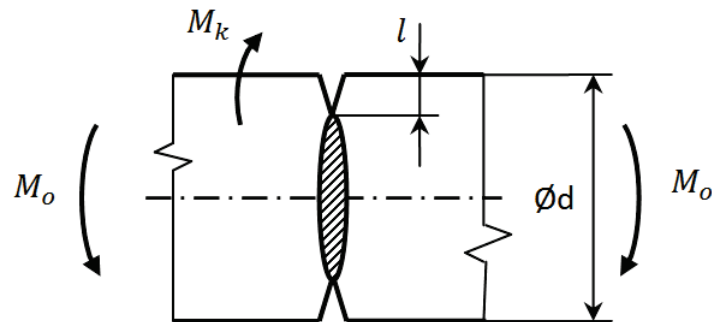
$$K_I = K_{It} + K_{Io} = 6.9 + 19.4 = 26.3\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$$



2.5 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Určete velikost faktoru intenzity napětí v případě hřídele s obvodovou trhlinou (obr.3), který je namáhán ohybem a krutem.



Obrázek 10

Zadané hodnoty:

$$M_o = 2 \times 10^5 Nm, M_k = 1.2 \times 10^5 Nm, d = 0.245m, l = 10mm.$$

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny

$$Y_I = \frac{3}{8} \sqrt{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} \lambda + \frac{3}{8} \lambda^2 + \frac{5}{16} \lambda^3 + \frac{35}{128} \lambda^4 + 0.537 \lambda^5 \right)$$

a

$$Y_{III} = \frac{3}{8} \sqrt{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} \lambda + \frac{3}{8} \lambda^2 + \frac{5}{16} \lambda^3 + \frac{35}{128} \lambda^4 + 0.208 \lambda^5 \right)$$

kde $\lambda = 1 - \frac{2l}{d}$.

Poznámka: pro výpočet napětí použijte vztahy

$$\sigma_o = \frac{32M_o}{\pi(d-2l)^3}; \tau_k = \frac{16M_k}{\pi(d-2l)^3}$$

Pro výpočet redukovaného faktoru intenzity napětí použijte HMM hypotézy.

Výsledek: $K_{red} = 32.2 MPa \sqrt{m}$.



2.6 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava, 2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Zemánková, J. *Technická mechanika I. Úvod do lomové mechaniky*. ČVUT Praha, 1981. 123s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Vlk, M. Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf
- [5] Wang, C.H. *Introduction to fracture mechanics*. Elektronický učební text. www.dsto.defence.gov.au/publications/1880/DSTO-GD-0103.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Výpočet faktoru intenzity napětí reálných trhlin

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

3	VÝPOČET FAKTORU INTENZITY NAPĚTÍ REÁLNÝCH TRHLIN	3
3.1	Otevření kořene trhliny	4
3.2	Problematika reálných trhlin.....	4
3.3	Řešené příklady	6
3.4	Příklady k procvičení.....	8
3.5	Literatura.....	9



3 VÝPOČET FAKTORU INTENZITY NAPĚTÍ REÁLNÝCH TRHLIN

**OBSAH KAPITOLY:**

Otevření kořene trhliny.

Problematika reálných trhlin.

V

**MOTIVACE:**

V předchozím studiu jsme se seznámili s výpočtem faktoru intenzity napětí průchozích trhlin. Většina trhlin v tělesech je situována na povrchu anebo pod povrchem a neprochází stěnou tělesa jako průchozí trhliny. K posouzení přípustnosti těchto defektů je nutno stanovit faktory intenzity napětí reálných trhlin.

V této kapitole jsou uvedeny výpočty faktorů intenzity napětí těles s trhlínami, se kterými se běžně setkáváme v technické praxi.

**CÍL:**

Otevření kořene trhliny

Výpočet faktoru intenzity napětí reálných trhlin.

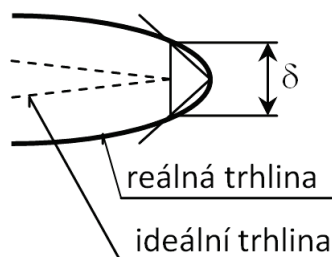
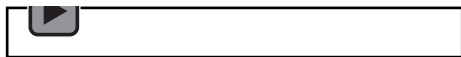


3.1 OTEVŘENÍ KOŘENE TRHLINY

V důsledku plastických deformací dochází k oddálení lícních ploch a dochází k otevření kořene trhliny. V literatuře je tento problém označován pojmem COD (Crack Opening Displacement). Z hlediska lomové mechaniky je důležité otevření na čele trhliny δ (obr.1) (CTOD - Crack Tip Opening Displacement).



Audio 1.1 Otevření trhliny



Obrázek 1

Otevření kořene trhliny δ je možno odvodit pomocí funkce komplexní proměnné [1]

$$\delta = \frac{8R_e l}{\pi E} \ln \sec \left(\frac{\pi \sigma}{2R_e} \right) = \frac{8R_e l}{\pi E} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi \sigma}{2R_e} \right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi \sigma}{2R_e} \right)^4 + \dots \right] \quad (3.1)$$

Jestliže je σ vůči R_e malé, lze použít prvního členu rozvoje v závorce, tedy

$$\delta = \frac{\pi \sigma^2 l}{ER_e} = \frac{K_I^2}{ER_e} \quad (3.2)$$

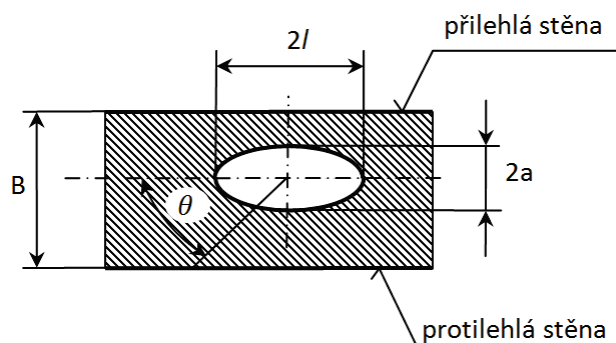
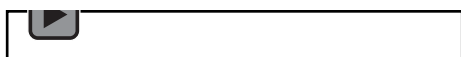
Z rovnice je zřejmé, že otevření kořene trhliny δ je úměrné druhé mocnině faktoru intenzity napětí.

3.2 PROBLEMATIKA REÁLNÝCH TRHLIN

Obecné tvary defektů bývají nahrazovány elipsou v případě vnitřních trhlin (obr.2) a polovinou elipsy v případě povrchových trhlin (obr.3).

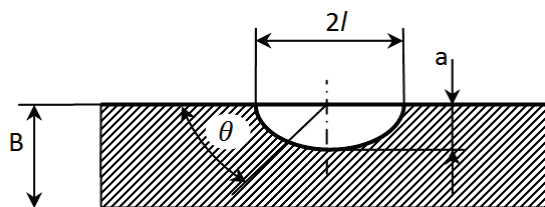


Audio 1.2 Tvary efektů



Obrázek 2





Obrázek 3

K posouzení přípustnosti reálných trhlin lze odvodit faktor intenzity napětí reálných trhlin [1]



Audio 1.3 Posouzení přípustnosti



$$K_{Ir} = \frac{M_t M_s \sigma \sqrt{\pi a}}{\Phi_2} \quad (3.3)$$

kde

a – velikost vedlejší poloosy elipsy

M_t, M_s – korekční faktory na přilehlou a protilehlou stěnu trhliny

Φ_2 – úplný eliptický integrál II. druhu

Výše zmíněné veličiny M_t, M_s, Φ_2 jsou definovány následovně

$$M_t = 1 + b \left(\frac{a}{B}\right)^n \quad (3.4)$$

kde

$$b = \left[0,08 + 2,6 \frac{a}{l} + 12 \left(\frac{a}{2l}\right)\right]^{-1} \quad (3.5)$$

$$n = 2 + \left[1,5 + 200 \left(\frac{a}{2l}\right)\right]^{-1} + 45 \left(\frac{a}{2l}\right)^{4,8} \quad (3.6)$$

Dále je

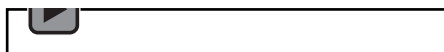
$$M_s = 1 + 0,12 \left(1 - \frac{a}{2l}\right)^2 \quad (3.7)$$

$$\Phi_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{l^2 - a^2}{l^2}\right) \sin^2 \theta} d\theta \quad (3.8)$$

Na základě zkušeností lze usoudit, že každé reálné trhlíně odpovídá fiktivní průchozí trhlina o délce l_f , která má stejné otevření kořene trhliny, respektive stejný faktor intenzity napětí.



Audio 1.4 Fiktivní trhliny



Jestliže faktor intenzity napětí fiktivní průchozí trhliny je roven

$$K_{Ir} = K_{If} \quad (3.9)$$

Obdržíme z podmínky

$$l_f = a \left(\frac{M_t M_s}{\Phi_2}\right)^2 \quad (3.10)$$

Dále musí být splněna podmínka

$$l_f \leq l_c \quad (3.11)$$

kde l_c je kritická délka trhliny. Stanovení kritické délky trhliny bude probráno v dalším studiu.

K zapamatování:

- Otevření kořene trhliny – úměrné druhé mocnině faktoru intenzity napětí.
- Obecné tvary defektů -nahrazovány elipsou v případě vnitřních trhlin (obr.2) a polovinou elipsy v případě povrchových trhlin.

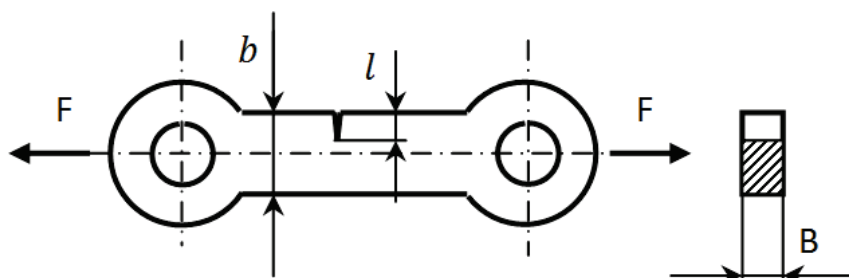


- Každé reálné trhlíně odpovídá fiktivní průchozí trhlina o délce l_f která má stejné otevření kořene trhliny, respektive stejný faktor intenzity napětí.

3.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Určete velikost faktoru intenzity napětí, velikost plastické zóny před čelem trhliny na povrchu a uvnitř tělesa pro součást s trhlinou (obr.1). Mez kluzu materiálu $R_e = 360\text{MPa}$.



$$F = 10^6 \text{ N}$$

$$l = 30 \text{ mm}$$

$$b = 300 \text{ mm}$$

$$B = 20 \text{ mm}$$

Obrázek 1

Řešení:

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny Y [1]

$$Y = \left[1.12 - 0.231 \left(\frac{l}{b} \right) + 10.55 \left(\frac{l}{b} \right)^2 - 21.72 \left(\frac{l}{b} \right)^3 + 30.39 \left(\frac{l}{b} \right)^4 \right]$$

pro

$$\frac{l}{b} = \frac{30}{300} = 0.1$$

je

$$Y = 1.184$$

Normálové napětí

$$\sigma = \frac{F}{bB} = \frac{10^6}{0.3 \times 0.02} = 167 \text{ MPa},$$

a faktor intenzity napětí

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} Y = 167 \times \sqrt{\pi \times 0.03} \times 1.184 = 60.7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}.$$

Velikost plastické zóny

$$r_{p\sigma} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{R_e} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{60.7}{360} \right)^2 = 9.05 \text{ mm}$$

$$r_{p\varepsilon} = \frac{r_\sigma}{6} = 1.51 \text{ mm}$$

Dosažení stavu rovinné deformace je v hloubce

$$h = r_{p\sigma} - r_{p\varepsilon} = 9.05 - 1.51 = 7.54 \text{ mm}$$

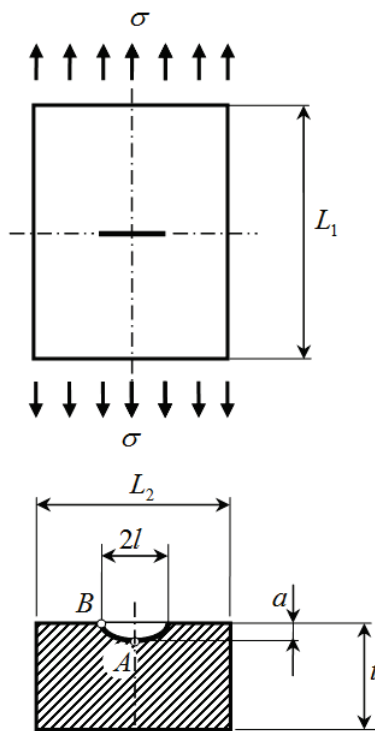
Otevření kořene trhliny

$$\delta = \frac{K_I^2}{ER_e} = \frac{60.7^2}{2 \times 10^5 \times 360} = 5.1 \times 10^{-5} \text{ m} = 5.1 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

Příklad 2

Stanovte faktor intenzity napětí povrchové trhliny v případě tlusté desky, která je namáhána tahovým napětím σ (obr.2)





Obrázek 2

Zadané hodnoty: $l = 10 \text{ mm}$, $a = 10 \text{ mm}$, $L_1 = 200 \text{ mm}$, $t = 50 \text{ mm}$, $\sigma = 50 \text{ MPa}$.

Řešení:

Pro povrchovou trhlinu je hodnota faktoru intenzity napětí pro povrchovou trhlinu dána výrazem (platí pro vedlejší vrchol elipsy – bod A)

$$K_{IA} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a} M_t M_s}{\Phi_2}$$

Korekční faktory M_t a M_s jsou dány vztahy

$$M_t = 1 + b \left(\frac{a}{t} \right)^n$$

kde

$$b = \left[0.08 + 2.6 \frac{a}{2l} + 12 \left(\frac{a}{2l} \right) \right]^{-1}$$

$$n = 2 + \left[1.5 + 200 \left(\frac{a}{2l} \right) \right]^{-1} + 45 \left(\frac{a}{2l} \right)^{4.8}$$

a

$$M_s = 1 + 0.12 \left(1 - \frac{a}{2l} \right)^2$$

Po dosazení zadaných hodnot do výše uvedených vztahů obdržíme:

$$\Phi_2 = \pi/2$$

$$b = 0.1355$$

$$n = 3.625$$

$$M_t = 1$$

$$M_s = 1.03$$

a hodnota faktoru intenzity napětí bude



$$K_{IA} = \frac{\sigma \sqrt{\pi a} M_t M_s}{\phi_2} = \frac{50 \times \sqrt{\pi \times 10} \times 1 \times 1.03}{\pi/2} = 183.8 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

Pro vrchol B platí [3]

$$K_{IB} = s K_{IA}$$

kde

$$s = \left[1.1 + 0.35 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{a}{l}}$$

Po dosazení

$$s = 1.114$$

a

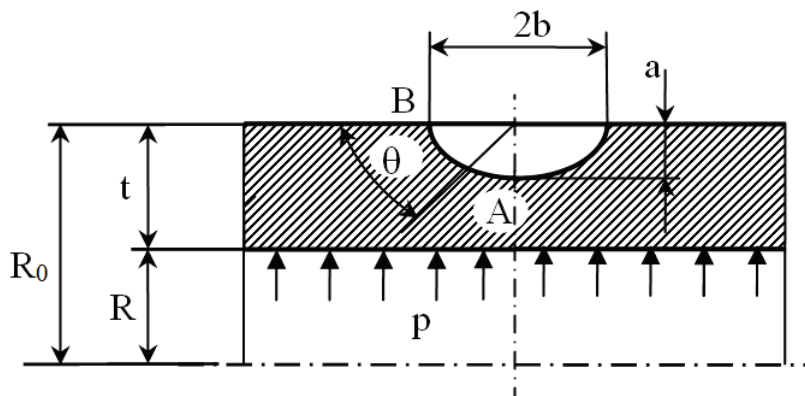
$$K_{IB} = 205 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

3.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Určete faktor intenzity napětí půlkruhové trhliny v tlakové nádobě (obr.3), jestliže je dáno:

$R = 40 \text{ mm}$, $R_0 = 50 \text{ mm}$, $a = b = 5 \text{ mm}$, $p = 20 \text{ MPa}$.



Obrázek 2

Poznámka: uvažujte tenkostěnnou nádobu. Obvodové napětí je rovno $\sigma_t = \frac{pD}{2t}$.

Výsledek:

$$K_{IA} = 211.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$

$$K_{IB} = 235.3 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}$$



3.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava, 2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Zemánková, J. *Technická mechanika I. Úvod do lomové mechaniky*. ČVUT Praha, 1981. 123s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Vlk, M. Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf
- [5] Wang, C.H. *Introduction to fracture mechanics*. Elektronický učební text. www.dsto.defence.gov.au/publications/1880/DSTO-GD-0103.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Křehký lom, základní mechanické vlastnosti materiálu

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

4	KŘEHKÝ LOM, ZÁKLADNÍ MECHANICKÉ VLASTNOSTI MATERIÁLU... 3
4.1	Pojem křehkého lomu..... 4
4.2	Tahová zkouška..... 4
4.3	Vliv teplot na mechanické vlastnosti materiálu 6
4.4	Vliv tloušťky na lom těles..... 7
4.5	Řešené příklady..... 8
4.6	Příklady na procvičení..... 9
4.7	Literatura..... 10



4 KŘEHKÝ LOM, ZÁKLADNÍ MECHANICKÉ VLASTNOSTI MATERIÁLU



OBSAH KAPITOLY:

Pojem křehkého lomu.

Tahová zkouška.

Vliv teplot na mechanické vlastnosti materiálu.

Vliv tloušťky na lom těles

Smluvní a skutečné napětí.

Smluvní a logaritmická deformace.



MOTIVACE:

Porušování soudržnosti materiálu nazýváme lomem. Lom může být ve své podstatě lidem užitečný (např. dobývání nerostů), anebo neúčinný (havárie konstrukcí). Abychom dokázali lomům předejít, je nutno zkoumat příčiny, které vedou k lomu těles a konstrukcí.

V této kapitole jsou uvedeny výpočty smluvního a skutečného napětí a smluvní a logaritmické deformace součástí namáhaných tahovým zatížením.



CÍL:

Definice pojmu náhlý lom konstrukčních ocelí. Statická tahová zkouška.

Vliv teploty a tloušťky těles na náchylnost k nestabilnímu lomu.

4.1 POJEM KŘEHKÉHO LOMU

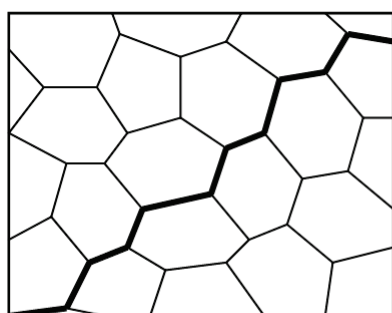
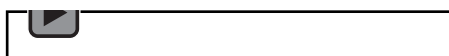
Ke křehkému lomu dochází při napětí menším než mez kluzu. Charakteristické pro tyto lomy je to, že k lomům dochází bez větší výstrahy, např. zvýšenou deformací.

V souvislosti s porušováním kovů hovoříme o stabilním a nestabilním lomu. Lom je stabilní, jestliže k šíření trhliny je nutno z vnějšku přivádět další energii k překonání odporu materiálu proti jejímu růstu. Nestabilní lom přivod energie nepotřebuje, k destrukci materiálu postačí deformační energie akumulovaná v materiálu.

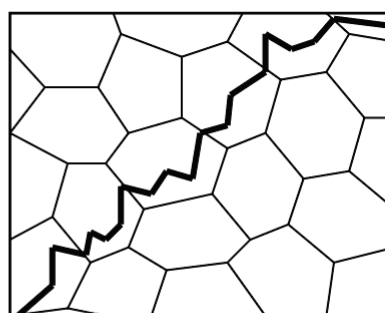
Lom je porušení součástí v celém jejím průřezu, který se uskutečňuje vznikem a šířením trhlin. Z hlediska mechanismu porušování mohou být lomy tvárné, štěpné anebo smíšené. Tvárný anebo houževnatý lom je takový, kterému předchází větší plastická deformace, štěpnému lomu předchází minimální plastická deformace. Podle toho, kterými místy ve struktuře lom prochází, rozdělujeme lomy na interkrystalické (lom probíhá podél hranic krystalických zrn – obr.1 a) a transkrystalické (lom probíhá přes zrna- obr.1 b).



Audio 4.1 Křehký lom



a)



b)

Obrázek 1

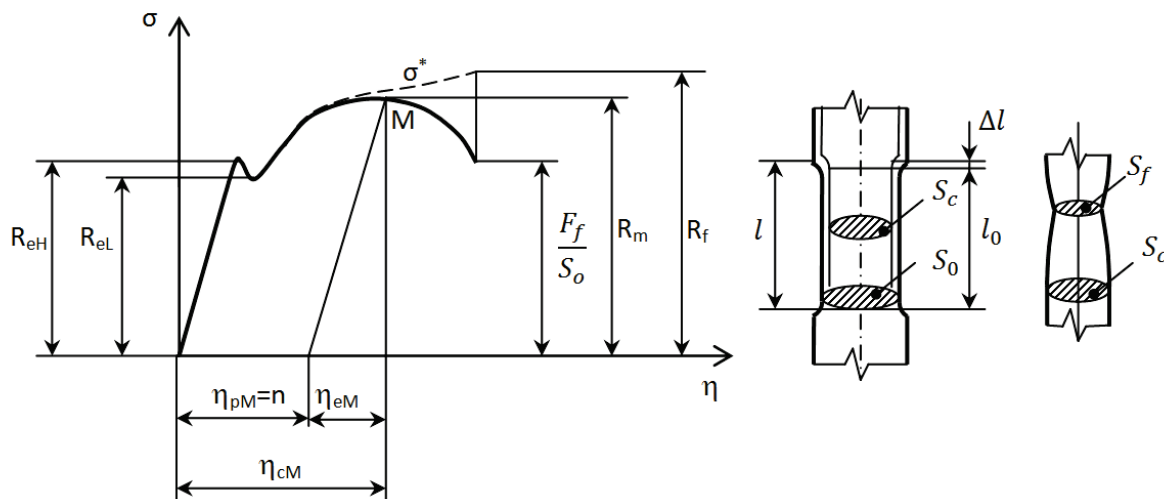
4.2 TAHOVÁ ZKOUŠKA

Je nejrozšířenější zkouškou k získání mechanických vlastností materiálu. Při této zkoušce se sleduje závislost mezi prodloužením zkušební tyče a působící silou, respektive závislost mezi normálovým napětím σ a logaritmickou deformací η . Závislost napětí σ na logaritmické deformaci η je znázorněna na obr.2.



Audio 4.2 Tahová zkouška





Obrázek 2

Normálové napětí σ je definováno jako podíl zátěžné síly F a počáteční plochy průřezu S_0 , tedy

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad (4.1)$$

Okamžitá (logaritmická) deformace η je rovna

$$\eta = \ln \frac{l}{l_0} = \ln \left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0} \right) = \ln(1 + \varepsilon) \cong \varepsilon \quad (4.2)$$

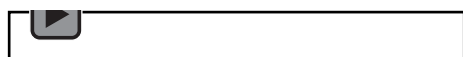
Skutečné napětí σ^* je rovno

$$\sigma^* = \frac{F}{S_c} \quad (4.3)$$

Průběh napětí σ^* je v obr. 2 vyznačen čárkovanou čarou. Pokud je napětí menší než mez kluzu Re (v obr.2 je ReH horní mez kluzu a ReL dolní mez kluzu), jsou deformace elastické. Po překročení meze kluzu materiálu dochází ke zpevňování materiálu, síla nutná k prodlužování vzorku vzrůstá stále pomaleji, až na mezi pevnosti (bod M) dosáhne maxima. Za tímto bodem dochází k zaškrcování vzorku. Zpevnění již nestačí vyvážit zužování příčného průřezu a zatěžující síla začne při pokračujícím prodlužování vzorku klesat.



Audio 4.3



Bod M nazýváme bodem nestability statické deformační křivky. Pro tento bod platí

$$F = S\sigma^* = konst. \quad (4.4)$$

Z podmínky konstantního objemu tyče

$$V = Sl = konst. \quad (4.5)$$

dostaneme

$$\frac{dS}{S} + \frac{dl}{l} = 0 \Rightarrow \frac{dS}{S} + d\eta = 0. \quad (4.6)$$

V bodě M je

$$dF = \sigma^* dS + S d\sigma^* = 0 \quad (4.7)$$

odtud

$$\frac{d\sigma^*}{\sigma^*} = -d\eta \quad (4.8)$$

Celková deformace η_{cM} je rovna součtu deformace elastické η_e a plastické η_p .

Pro bod M tedy platí

$$\eta_{cM} = \eta_{em} + \eta_{pM} = \frac{\sigma^*}{E} + \left(\frac{\sigma^*}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.9)$$



V rovnici (4.9) je pro výpočet plastické deformace η_{pM} použito Ramberg-Osgoodova vztahu. K je součinitel pevnosti a n exponent deformačního zpevnění materiálu.

Jestliže derivujeme rovnici (4.9) podle σ^* , obdržíme po úpravě

$$\eta_{pM} = n. \quad (4.10)$$

Dále se při tahové zkoušce zjišťuje tažnost A (poměrné prodloužení v %) a kontrakce Z (zúžení průřezu).



Audio 4.4



Tažnost A je poměr prodloužení délky zkušební tyče l_p po přetržení k počáteční měřené délce l_0 , vyjádřené v %, tedy

$$A = \frac{l_p - l_0}{l_0} \times 100\%. \quad (4.11)$$

Homogenní příčná kontrakce Z_c je definována následovně

$$Z_c = \frac{S_0 - S_c}{S_0} \quad (4.12)$$

kde S_0 je plocha počátečního průřezu a S_c je plocha příčného průřezu vzorku po přetržení mimo oblast zaškrcení. Dále je definována příčná kontrakce Z , která je vztažena k průřezu krčku S_f

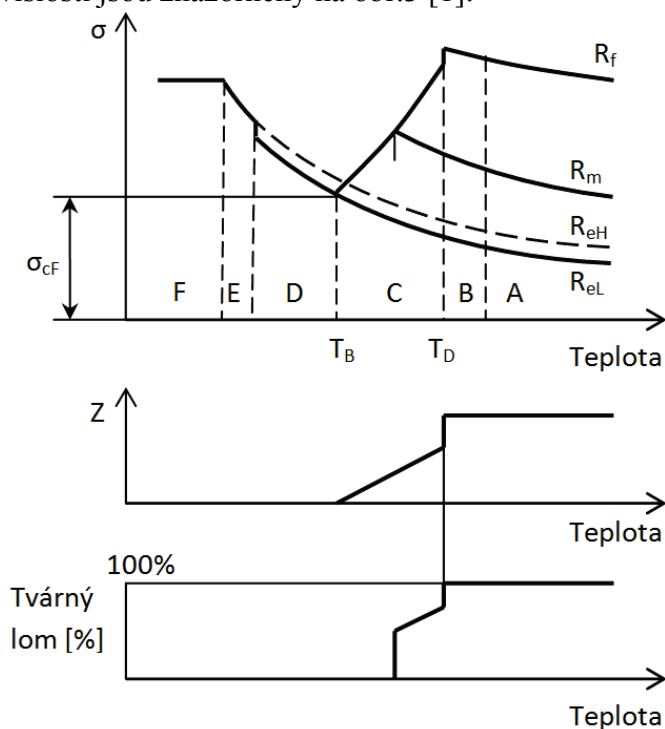
$$Z = \frac{S_0 - S_f}{S_0} \quad (4.13)$$

Smluvní napětí při přetržení je vyjádřeno vztahem $\frac{F_f}{S_0}$ (obr.2). Skutečné napětí při přetržení R_f je rovno

$$R_f = \frac{F_f}{S_0(1-Z)} \quad (4.14)$$

4.3 VLIV TEPLOT NA MECHANICKÉ VLASTNOSTI MATERIÁLU

Současná technika umožňuje provádět tahové zkoušky až do teploty kapalného helia, tj. -269°C . Teplotní závislosti jsou znázorněny na obr.3 [1].

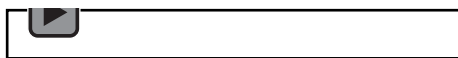


Obrázek 3

Z obr.3 je zřejmé, že se vzrůstající teplotou dochází k poklesu mechanických vlastností materiálu.



Audio 4.5 Vliv teplot na mechanické vlastnosti materiálu



Celou teplotní závislost lze rozdělit do několika oblastí A-F.

Oblast A – tvárný lom po velké plastické deformaci, velká hodnota kontrakce Z.

Oblast B – okraje vzorků – porušení štěpným lomem, střed tvárný.

Oblast C – lom štěpným způsobem, ale po určité plastické deformaci dané nenulovou kontrakci Z. Lomové napětí klesá k dolní mezi kluzu R_{el} .

Oblast D – lom na dolní mezi kluzu R_{el} . Zcela křehký lom.

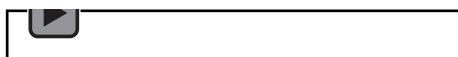
Oblast E – lom na horní mezi kluzu R_{eH} .

Oblast F – lom při napětí nižším než extrapolovaná mez kluzu .

V obr.3 jsou znázorněny dvě přechodové teploty - T_B - tranzitní teplota křehkosti a T_D - tranzitní teplota houževnatosti. V rozmezí těchto dvou teplot dochází ke změně charakteru lomu – z tvárného na štěpný.



Audio 4.6 Teploty



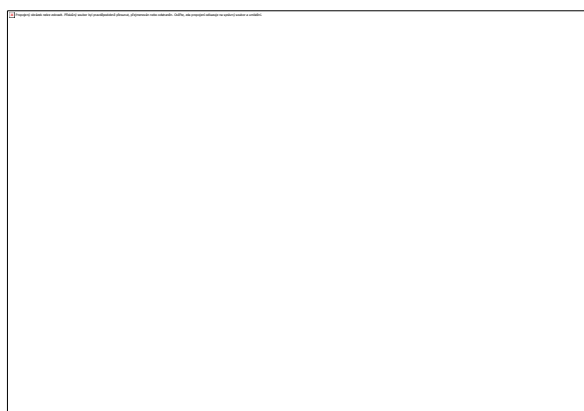
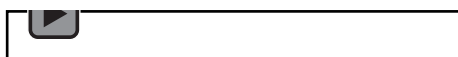
4.4 VLIV TLOUŠŤKY NA LOM TĚLES

Náchylnost ke křehkému lomu je rovněž závislá na tloušťce tělesa. U těles a součástí větších tloušťek nelze předpokládat rovnoměrnou strukturu materiálů po celé tloušťce.

Je zřejmé, že každý materiál vykazuje odpor proti šíření trhlin R. Experimenty bylo prokázáno, že odpor proti šíření trhlin závisí na tloušťce tělesa podle obr.4.



Audio 4.7 Vliv tloušťky na lom



Obrázek 4

V I. oblasti se jedná o velice malé tloušťky (cca do 1mm). U tělesa je předpokládán stav rovinné napjatosti RN. Odpor R je přímo úměrný tloušťce materiálu a mezi kluzu, tedy

$$R = 2R_e B \quad (4.15)$$

Pouze I. oblast lze popsat matematicky.



Ve II. oblasti dosahuje odpor proti šíření trhliny maxima. Tloušťka materiálu, v níž převládá rovinná napjatost u povrchů, nabývá zhruba stejného rozsahu jako oblast rovinné deformace (RD) uvnitř tělesa.

Ve III. oblasti odpor materiálu proti šíření trhliny klesá. Přebývá rovinná deformace RD. Plastická zóna není malá vzhledem k rozměrům tělesa a trhliny. Problematikou těles s trhlínami se zabývá elasticko-plastická lomová mechanika EPLM.

Ve IV. oblasti není již odpor materiálu proti šíření trhliny R závislý na tloušťce tělesa. Problematikou těles s trhlínami se zabývá lineární -elastická lomová mechanika LELM.

K zapamatování:

- Křehký lom - napětí menší než makroskopická mez kluzu.
- Lom je stabilní, jestliže k šíření trhliny je nutno z vnějšku přivádět další energii k překonání odporu materiálu proti jejímu růstu. Nestabilní lom přívod energie nepotřebuje, k destrukci materiálu postačí deformační energie akumulovaná v materiálu.
- Tvárný (houževnatý) lom - předchází větší plastická deformace.
- Štěpný lom - předchází minimální plastická deformace.
- Tahová zkouška – nejrozšířenější zkouška technických materiálů – určuje se mez kluzu R_e , mez pevnosti R_m , tažnost A a kontrakce (zúžení průřezu) Z .
- Mez kluzu R_e , mez pevnosti R_m - závislé na teplotě. Se vzrůstající teplotou pokles mechanických vlastností.
- Extrémně nízké teploty – lom při napětí nižším než extrapolovaná mez kluzu R_e .
- Dvě přechodové teploty - T_B - tranzitní teplota křehkosti a T_D - tranzitní teplota houževnatosti. V rozmezí těchto dvou teplot dochází ke změně charakteru lomu – z tvárného na štěpný.
- Náchylnost ke křehkému lomu - závislá na tloušťce tělesa.

4.5 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Kovová tyč o průměru $d_0 = 2\text{mm}$, délky $l_0 = 150\text{mm}$ byla zatížena silou $F = 1500\text{N}$ a její průměr se zmenšil na $d_1 = 1.8\text{mm}$. Vypočtěte délku zatížené tyče, smluvní napětí, smluvní deformaci tyče a logaritmickou deformaci tyče.

Řešení:

Smluvní napětí σ_s určíme ze vztahu

$$\sigma_s = \frac{F}{\frac{\pi}{4} d_0^2} = \frac{1500}{\frac{\pi}{4} \times 2^2} = 477.7\text{MPa}.$$

Skutečnou délku l_1 určíme z rovnosti objemu

$$V = S_0 l_0 = S_1 l_1$$

odtud

$$l_1 = l_0 \frac{S_0}{S_1} = l_0 \frac{d_0^2}{d_1^2} = 150 \times \left(\frac{2}{1.8}\right)^2 = 185\text{mm}.$$

Smluvní deformace ε je rovna

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \frac{185 - 150}{150} = 0.233$$

a logaritmická deformace η

$$\eta = \ln \frac{l_1}{l_0} = \ln \frac{185}{150} = 0.21.$$

Příklad 2



Vypočtete homogenní příčnou kontrakci Z_c tyče namáhané tahem, jestliže tažnost materiálu, ze kterého je tyč vyrobena je $A = 18\%$.

Řešení:

Homogenní příčná kontrakce Z je rovna

$$Z_c = \frac{S_0 - S_c}{S_0}$$

odtud

$$\frac{S_c}{S_0} = 1 - Z_c$$

Pro tažnost platí

$$A = \frac{l_c - l_0}{l_0} \times 100\%$$

Odtud

$$\frac{l_0}{l_c} = \frac{1}{1 + \frac{A}{100}}$$

Z podmínky rovnosti objemu

$$\frac{l_0}{l_c} = \frac{S_c}{S_0}$$

a odtud

$$Z_c = 1 - \frac{S_c}{S_0} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{A}{100}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{18}{100}} = 0.152$$

4.6 PŘÍKLADY NA PROCVIČENÍ

Příklad 1

Vypočtete skutečné napětí $\bar{\sigma}$ ocelové tyče namáhané jednoosým tahem, jestliže smluvní napětí $\sigma = 100MPa$ a modul pružnosti $E = 2 \times 10^5 MPa$.

Výsledek: $\bar{\sigma} = 100.05MPa$



4.7 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava, 2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Zemánková, J. *Technická mechanika I. Úvod do lomové mechaniky*. ČVUT Praha, 1981. 123s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Vlk, M. Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf
- [5] Wang, C.H. *Introduction to fracture mechanics*. Elektronický učební text. www.dsto.defence.gov.au/publications/1880/DSTO-GD-0103.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Lineární elastická lomová mechanika

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

5	LINEÁRNÍ ELASTICKÁ LOMOVÁ MECHANIKA	3
5.1	Lineární elastická lomová mechanika.....	4
5.2	Kriterium faktoru intenzity napětí (K- kriterium).....	4
5.2.1	Zkouška lomové houževnatosti <i>KIC</i>	5
5.3	Energetická kritéria	5
5.3.1	Griffithovo kriterium	6
5.3.2	Kriterium hnací síly trhliny.....	7
5.4	Řešené příklady	9
5.5	Příklady k procvičení.....	11
5.6	Literatura.....	13



5 LINEÁRNÍ ELASTICKÁ LOMOVÁ MECHANIKA



OBSAH KAPITOLY:

Lineární elastická lomová mechanika.

Kriterium faktoru intenzity napětí.

Zkouška lomové houževnatosti K_{IC} .

Energetická kritéria

Kriterium hnací síly trhliny.



MOTIVACE:

Abychom dokázali předejít lomům těles a konstrukcí je nutno posoudit přípustné délky trhlin. Pokud je velikost plastické zóny v kořeni trhliny malá v porovnání s ostatními rozměry tělesa a těleso se nachází ve stavu rovinné deformace, zabývá se posouzením přípustnosti trhlin lineární elastická lomová mechanika (mnohdy v literatuře označována zkratkou počátečních písmen LELM).

V této kapitole jsou aplikována kritéria lineární elastické lomové mechaniky pro posouzení přípustnosti těles s trhlínami.



CÍL:

Lineární elastická lomová mechanika.

Kriterium faktoru intenzity napětí.

Griffithovo kritérium.

Kriterium hnací síly trhliny.

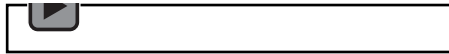


5.1 LINEÁRNÍ ELASTICKÁ LOMOVÁ MECHANIKA

Lineární elastická lomová mechanika (mnohdy v literatuře označována zkratkou počátečních písmen LELM) se zabývá tělesy s trhlinami, u kterých velikost plastické zóny v kořeni trhliny je malá v porovnání s ostatními rozměry tělesa a těleso se nachází ve stavu rovinné deformace. Plastické zóny malých rozměrů je dosaženo, jestliže podíl normálového napětí od vnějšího zatížení σ k mezi kluzu R_e je



Audio 5.1 LELM



$$\frac{\sigma}{R_e} < 0.3 \quad (5.1)$$

K posouzení přípustnosti trhlín používá lineární lomová mechanika dva druhy kritérií a to jednak

- Kritérium faktoru intenzity napětí
- Kritéria energetická



Audio 5.2 Posouzení přípustnosti trhlín



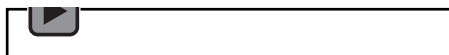
5.2 KRITERIUM FAKTORU INTENZITY NAPĚTÍ (K- KRITERIUM)

Jak už bylo uvedeno v předcházející kapitole, je základní veličinou lomové mechaniky faktor intenzity napětí K . S určením faktoru intenzity napětí pro jednotlivé módy zatížení jsme se seznámili v předcházející kapitole.

Aby nedošlo ke křehkému lomu tělesa s trhlinou, musí být hodnota faktoru intenzity napětí menší než kritická hodnota (lomová houževnatost).



Audio 5.3 K-kritérium



V současné době jsou vyšetřovány kritické hodnoty faktoru intenzity napětí pro I. mód zatížení. Platí tedy

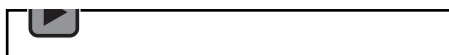
$$K_I < K_{IC} \quad (5.2)$$

kde K_{IC} je lomová houževnatost.

Lomová houževnatost je pro daný materiál a danou teplotu materiálovou konstantou.



Audio 5.4 Lomová houževnatost



Charakteristické hodnoty pro vybrané materiály jsou uvedeny v následující tabulce.

Materiál	Lomová houževnatost $MPa\sqrt{m}$
Sklo, křída	< 1
Keramika	< 14
Perlitické oceli	> 80
Oceli	< 200
Měď	< 400

Tabulka 1



5.2.1 Zkouška lomové houževnatosti K_{IC}

Při této zkoušce se postupně zatěžuje zkušební těleso - vzorek s trhlinou, za podmínek rovinné deformace až do lomu a zjišťuje se závislost rozevření vrubu v na působící síle F (obr.1).

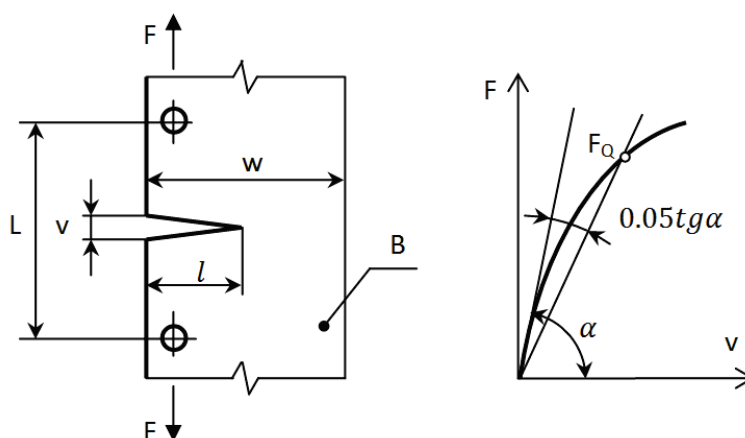


Audio 5.5 Zkouška lomové houževnatosti



Ze záznamu se určí síla F_Q v okamžiku dosažení určité odchylky od linearity. Ze síly F_Q se pro rozměry zkušebního vzorku vypočítá postupem uvedeným v normě (ČSN 420347-74) předběžná hodnota součinitele intenzity napětí K_Q . Pokud následná kontrola potvrdí, že byla splněna podmínka rovinné deformace je $K_{IC} = K_Q$. V opačném případě je nutno zkoušku opakovat. Aby lomová houževnatost byla materiálovou konstantou, musí být splněna podmínka

$$B, l, (w - l) \geq 2.5 \left(\frac{K_{IC}}{R_e} \right)^2. \quad (5.3)$$

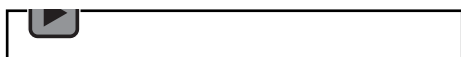


Obrázek 1

Vzhledem k tomu, že zkouška lomové houževnatosti je finančně dosti náročná, často se používá k odhadu lomové houževnatosti výsledků ze zkoušky rázem v ohybu, u které je pro vzorek s V-vrubem stanovena nárazová práce KV .



Audio 5.6



V literatuře je možno nalézt několik empirických vztahů, zabývajících se zmíněnou problematikou.

Uveďme např. vztahy

a) Barsom, Rolfe

$$K_{IC} = 0.0149\sqrt{E}(KV)^{3/4} \quad (5.4)$$

b) Sailors, Corten

$$K_{IC} = 0.0321\sqrt{E}(KV) \quad (5.5)$$

Ve výše uvedených vztazích jsou fyzikální jednotky: $K_{IC} [MPa\sqrt{m}]$, $E [MPa]$, $KV [J]$.

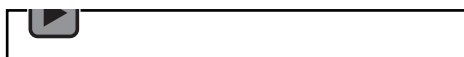
5.3 ENERGETICKÁ KRITÉRIA

Energetická kritéria vycházejí z podmínky nestability trhliny.





Audio 5.7 Energetická kritéria



Jestliže uvažujeme těleso bez trhliny namáhané tahem, je jeho potenciální energie

$$W_0 = \frac{\sigma^2}{2E} V. \quad (5.6)$$

Dojde-li ke vzniku trhliny, klesne potenciální energie na hodnotu W a uvolněná energie Γ se využije na tvorbu lomových ploch trhliny. Celková energie v soustavě je tedy rovna

$$E = W + \Gamma = W_0 - W_T + \Gamma \quad (5.7)$$

kde $-W_T$ je změna deformační elastické energie napjatosti v důsledku existence trhliny.

Ze zákona o zachování energie plyne

$$\frac{dE}{dS} = \frac{-dW_T}{dS} + \frac{d\Gamma}{dS} = 0 \quad (5.8)$$

Odtud

$$\frac{dW_T}{dS} = \frac{d\Gamma}{dS} \quad (5.9)$$

kde S je plocha povrchu průřezu trhliny.

Na základě této podmínky (podmínka nestability trhliny) je možno formulovat jednak Griffithovo kritérium a jednak kritérium hnací síly trhliny.



Audio 5.8



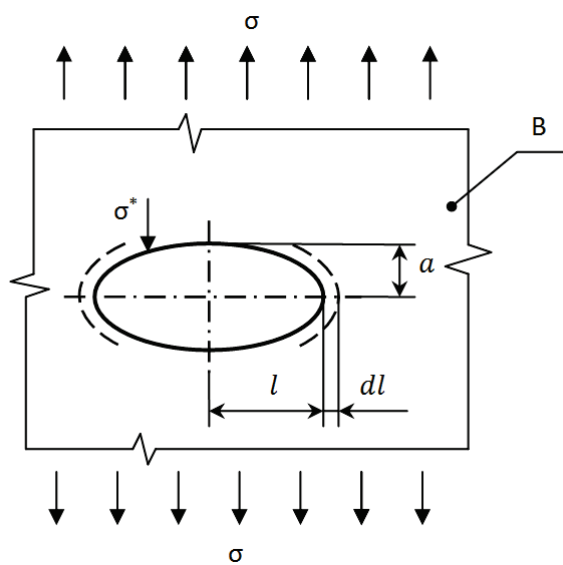
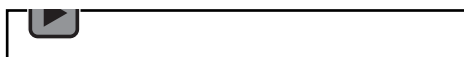
5.3.1 Griffithovo kritérium

A.A Griffith v r. 1920 zformuloval kritérium pro posouzení stability trhliny v ideálně křehkém materiálu (sklo).

Griffithovo kritérium vychází z předpokladu, že tahové napětí σ trhlínu rozevívá a tlakové napětí $\sigma^* \leq \sigma$ trhlínu uzavírá (obr.2). Práce nutná k uzavření trhliny je rovna [1]



Audio 5.9 Griffithovo kritérium



Obrázek 2

$$W_T = \frac{\pi B \sigma^2 l^2}{E^*} \quad (5.10)$$



Modul pružnosti E^* je roven $E^* = E$ v případě rovinné napjatosti a $E^* = E/(1 - \mu^2)$ v případě rovinné deformace.

Energie potřebná na tvorbu lomových ploch trhliny je rovna

$$\Gamma = \gamma S_p \quad (5.11)$$

kde

γ - měrná povrchová energie materiálu; pro ocel $\gamma = 2 \text{ J m}^{-2}$

a

S_p - je plocha povrchů trhliny.

V případě průchozí trhliny je

$$S_p = 2S = 2 \times 2lB = 4lB \quad (5.12)$$

a v případě povrchové trhliny je

$$S_p = 2S = 2lB \quad (5.13)$$

Ze vztahu (5.8) plyne

$$dW_T = \frac{\pi \sigma^2 B}{E^*} 2l dl \quad (5.14)$$

$$dS = 2B dl \quad (5.15)$$

$$d\Gamma = 4B \gamma dl \quad (5.16)$$

a dále

$$\frac{\pi \sigma^2}{E^*} l = 2\gamma. \quad (5.17)$$

Kritická délka trhliny je tedy rovna

$$l_c = \frac{2E^* \gamma}{\pi \sigma^2}. \quad (5.18)$$

Pokud je uvolněná energie při vzrůstu trhliny menší nežli energie nutná k vytvoření nových lomových ploch, k růstu trhliny nedojde.



Audio 5.10 Energie trhliny



5.3.2 Kriterium hnací síly trhliny

Kriterium hnací síly trhliny vychází z Griffithova kriteria.



Audio 5.11 Kriterium hnací síly



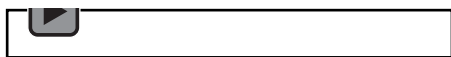
Veličina

$$G = \frac{dW_T}{dS} = \frac{\pi \sigma^2}{E^*} l \quad (5.19)$$

bývá nazývána hnací silou trhliny anebo rychlostí uvolňování deformační energie. Obecně představuje hnací síla trhliny energii, kterou soustava těleso-vnější síly uvolní, když se plocha trhliny zvětší o jednotku plochy. Hnací síla trhliny má rozměr $\text{J m}^{-2} = \text{Nm}^{-1}$ a lze ji považovat za sílu, působící na jednotku délky čela trhliny a konající při vzrůstu trhliny práci.

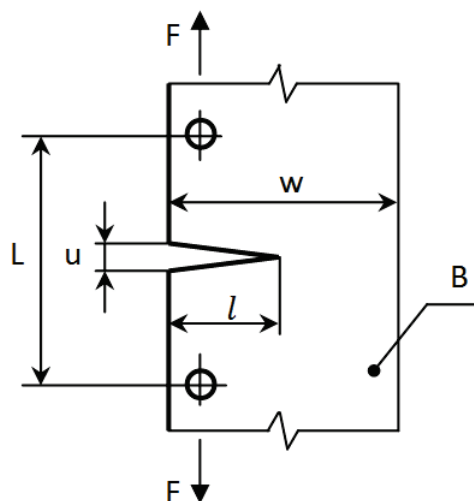


Audio 5.12



Hnací sílu trhliny lze odvodit z následujícího předpokladu. Uvažujeme desku s průchozí povrchovou trhlinou délky l (obr.3). V případě jednoosé napjatosti je potenciální energie rovna





Obrázek 3

$$W = \frac{1}{2} Fu \quad (5.20)$$

kde deformační posuv u vyjádříme pomocí poddajnosti C

$$u = CF \quad (5.21)$$

Dále obdržíme

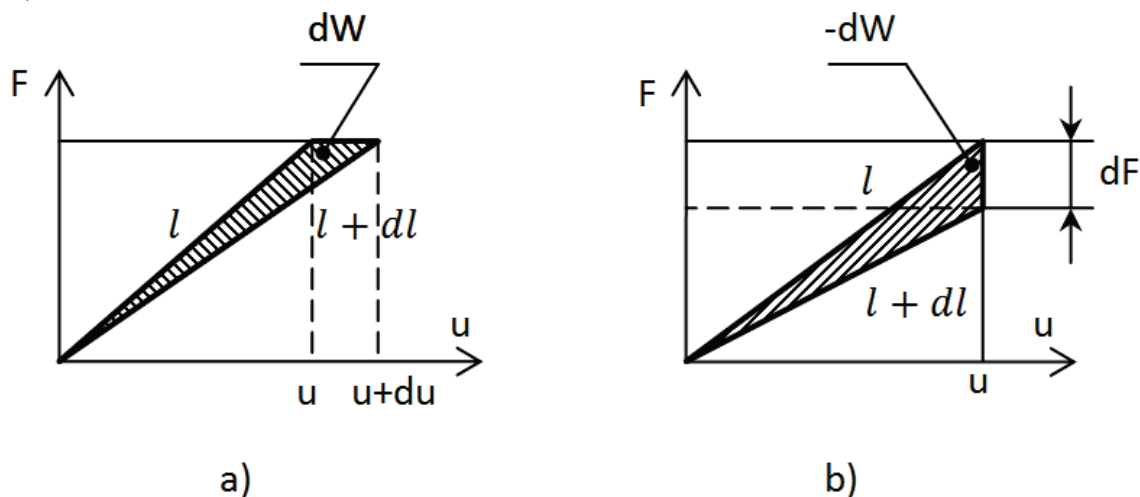
$$dW = \frac{1}{2} u dF + \frac{1}{2} F du \quad (5.22)$$

$$du = dCF + CdF \quad (5.23)$$

$$S = lB \quad (5.24)$$

$$dS = B dl \quad (5.25)$$

K růstu trhliny může docházet buď při konstantním zatížení anebo při konstantním posuvu (obr.4).



Obrázek 4

a) Růst trhliny při konstantním zatížení $F = konst.$ (obr.4a)

V tomto případě je

$$dF = 0, du = F dC \quad (5.26)$$

a po dosazení do (5.21) bude

$$dW = \frac{1}{2} F du = \frac{1}{2} F^2 dC \quad (5.27)$$

a hnací síla trhliny

$$G = \frac{dW}{dS} = \frac{1}{B} \left(\frac{dW}{dC} \right) = \frac{F^2}{2B} \frac{dC}{dC} \quad (5.28)$$



b) Růst trhliny při konstantním posuvu $u = konst.$ (obr.4b)

V tomto případě je

$$du = dCF + \frac{u}{F}dF = 0 \quad (5.29)$$

a odtud

$$dC = -\frac{u}{F^2}dF \quad (5.30)$$

$$dW = \frac{1}{2}udF = -\frac{1}{2}F^2dC \quad (5.31)$$

a hnací síla trhliny

$$G = \frac{dW}{dS} = \frac{1}{B} \left(\frac{dW}{dl} \right) = -\frac{F^2}{2B} \frac{dC}{dl} \quad (5.32)$$

Je zřejmé, že hnací síla trhliny je stejná pro oba způsoby zatěžování, liší se pouze znaménkem.

Lze odvodit, že platí závislost mezi hnací silou trhliny G a faktorem intenzity napětí K [1].

$$G_I = \frac{(1-\mu^2)}{E} K_I^2 \quad (5.33)$$

pro případ rovinné deformace (RD)

a

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad (5.34)$$

pro případ rovinné napjatosti RN.

Obdobné vztahy lze odvodit i pro druhý a třetí mód zatížení, tedy

$$G_{II} = \frac{(1-\mu^2)}{E} K_{II}^2 \quad (5.35)$$

a

$$G_{III} = \frac{(1+\mu)}{E} K_{III}^2 \quad (5.36)$$

Hnací síla trhliny je skalár – proto pro smíšený mód zatížení přibližně platí

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (5.37)$$

i přes to, že šíření trhliny při I. a II. módu zatížení, se děje v odlišných směrech, jak bude dokázáno v další kapitole.

K zapamatování:

- Lineární elastická lomová mechanika – posouzení těles s trhlínami, u kterých velikost plastické zóny v kořeni trhliny je malá v porovnání s ostatními rozměry tělesa a těleso se nachází ve stavu rovinné deformace.
- Posouzení přípustnosti trhlín - kritérium faktoru intenzity napětí, energetická kritéria.
- Lomová houževnatost – materiálová konstanta pro daný materiál a danou teplotu.
- Griffithovo kritérium – k šíření trhliny dojde, pokud úbytek elastické energie napjatosti v tělese v důsledku změny délky trhliny bude větší nežli přírůstek povrchové energie nově se tvořících ploch při růstu trhliny.
- Hnací síla trhliny- rychlost uvolňování deformační energie. Síla, působící na jednotku délky čela trhliny a konající při vzrůstu trhliny práci.

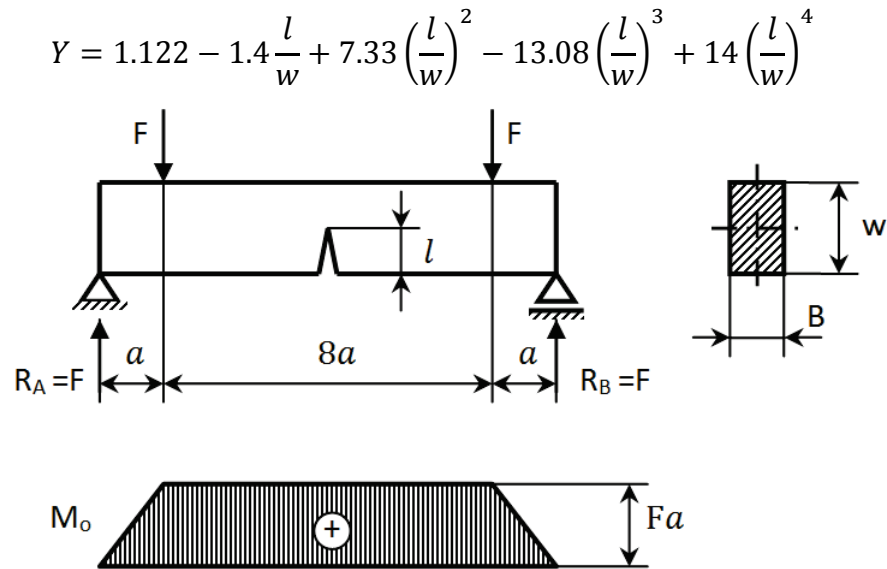
5.4 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Určit přípustnou délku trhliny v nosníku obdélníkového průřezu, namáhaného podle obr.1, jestliže je dáno: působící síla $F = 6000N$, délkové rozměry $a = 100mm$, $b = 20mm$, $h = 40mm$. Lomová houževnatost materiálu $K_{Ic} = 90MPa\sqrt{m}$. Bezpečnost vůči lomové houževnatosti $k = 3$.

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny





Obrázek 1

Řešení:

Napětí od ohybového momentu je rovno

$$\sigma_o = \frac{Fa}{\frac{1}{6}Bw^2} = \frac{6000 \times 100}{\frac{1}{6} \times 20 \times 40^2} = 112.5 \text{ MPa}$$

Vzhledem k tomu, že není známa délka trhliny, volíme funkci tvaru a způsobu zatížení trhliny $Y = 1$.

Z podmínky

$$\frac{K_{Ic}}{k} \geq \sigma \sqrt{\pi l} Y$$

bude

$$l \leq \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{k \sigma Y} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{90}{3 \times 112.5 \times 1} \right)^2 = 22.65 \text{ mm}$$

pro délku trhliny

$$l = 22.65 \text{ mm}$$

je funkce tvaru a způsobu zatížení

$$Y = 1.494$$

a faktor intenzity napětí K_I

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} Y = 112.5 \times \sqrt{\pi \times 0.02} \times 1.494 = 42.1 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

Bezpečnost vůči lomové houževnatosti

$$k = \frac{90}{42.1} = 2.137 < 3$$

což nevyhovuje požadovanému zadání.

Pro délku trhliny

$$l = 15 \text{ mm}$$

je

$$Y = 1.215$$

a

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} Y = 112.5 \times \sqrt{\pi \times 0.015} \times 1.215 = 29.7 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

a bezpečnost vůči lomové houževnatosti

$$k = \frac{90}{29.7} = 3.03 > 3$$

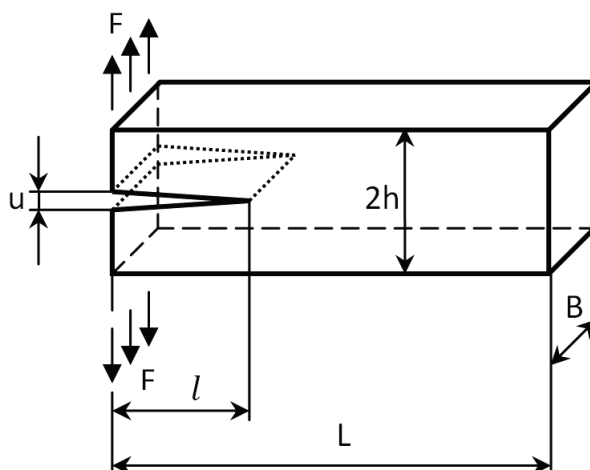
Je tedy přípustná délka trhliny



$$l = 15\text{mm.}$$

Příklad 2

Určete hnací sílu trhliny pro případ průchozí trhliny v nosníku podle obr.2.



Obrázek 2

Řešení:

Průhyb vetknutého nosníku zatíženého na volném konci silou F je roven

$$v = \frac{Fl^3}{3EI}$$

kde

$$I = \frac{Bh^3}{12}$$

Rozevření trhliny

$$u = 2v = \frac{2Fl^3}{3EI} = \frac{8Fl^3}{EBh^3}$$

Pro poddajnost C platí

$$C = \frac{u}{F} = \frac{8l^3}{EBh^3}$$

a

$$\frac{dC}{dl} = \frac{24l^2}{EBh^3}$$

Hnací síla trhliny je rovna

$$G = \frac{1}{2B} F^2 \frac{dC}{dl} = \frac{12F^2 l^2}{EB^2 h^3}$$

Hnací sílu trhliny je možno rovněž určit následujícím řešením:

Akumulovaná deformační energie je dána výrazem

$$U = 2 \int_0^a \frac{M^2(x)}{2EI} dx$$

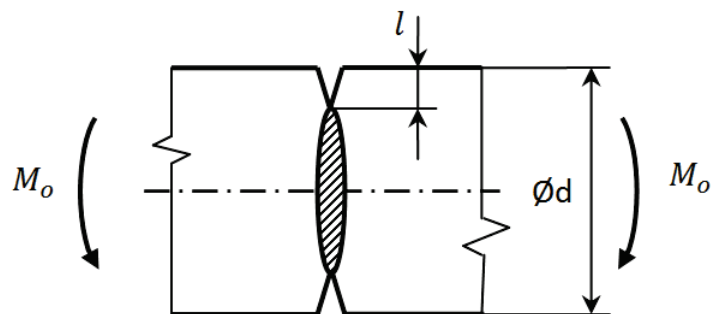
a dále

$$G = \frac{\partial U}{\partial S} = \frac{\partial U}{B \partial l} = \frac{M^2(x=a)}{EBI} = \frac{F^2 l^2}{EBI} = \frac{12F^2 l^2}{EB^2 h^3}$$

5.5 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ**Příklad 1**

Určete přípustný ohybový moment M_0 , kterým je namáhán hřídel s trhlinou podle obr.3, jestliže je dáno:





Obrázek 3

Délka trhliny: $l = 3 \text{ mm}$.

Průměr hřídele: $\varnothing d = 50 \text{ mm}$.

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny

$$Y_l = \frac{3}{8} \sqrt{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} \lambda + \frac{3}{8} \lambda^2 + \frac{5}{16} \lambda^3 + \frac{35}{128} \lambda^4 + 0.537 \lambda^5 \right)$$

kde $\lambda = 1 - \frac{2l}{d}$.

Lomová houževnatost materiálu $K_{IC} = 60 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$.

Pro výpočet ohybového napětí použijte vztah

$$\sigma_o = \frac{32M_o}{\pi(d - 2l)^3}$$

Výsledek: $M_o = 6755 \text{ Nm}$.



5.6 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava, 2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Zemánková, J. *Technická mechanika I. Úvod do lomové mechaniky*. ČVUT Praha, 1981. 123s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Vlk, M. Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf
- [5] Wang, C.H. *Introduction to fracture mechanics*. Elektronický učební text. www.dsto.defence.gov.au/publications/1880/DSTO-GD-0103.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Sihovo energetické kritérium

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

6	SIHOVO ENERGETICKÉ KRITERIUM.....	3
6.1	Sihovo kritérium	4
6.2	Iniciace trhliny podle I. způsobu zatížení	5
6.3	Iniciace trhliny podle II. způsobu zatížení.....	5
6.4	Iniciace trhliny podle smíšeného módu zatížení.....	6
6.5	Řešené příklady	7
6.6	Příklady k procvičení.....	9
6.7	Literatura.....	10



6 SIHOVO ENERGETICKÉ KRITÉRIUM



OBSAH KAPITOLY:

Faktor hustoty deformační energie.

Iniciace trhliny při I. způsobu zatížení.

Iniciace trhliny při II. způsobu zatížení.

Iniciace trhliny při smíšeném způsobu zatížení.

Sihovo kritérium.



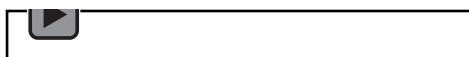
MOTIVACE:

V praktických případech se módy I, II a III nevyskytují samostatně, ale velmi často ve svých kombinacích, jako I-II, I-III nebo I-II-III. Posuzování takovýchto případů je potom komplikovanější než případů s jednotlivými samostatnými módy.

V praxi se k posuzování uvedených případů často používá kritérium Sihovo, které je založeno na objemové hustotě deformační energie. Toto kritérium neumožňuje posoudit pouze přípustnost trhliny, ale zároveň umožní i určit směr šíření trhliny.



Audio 6.1 Motivace



V této kapitole je aplikováno Sihovo kritérium, které umožňuje jednak posoudit přípustnost trhlín a zároveň umožňuje určit i směr šíření trhlín.



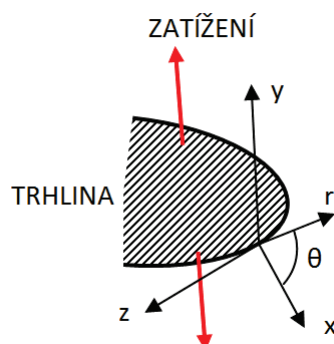
CÍL:

Sihovo kritérium nestabilního lomu. Iniciace trhliny při I. a II. způsobu zatížení.

Sihovo kritérium nestabilního lomu. Iniciace trhliny při smíšeném způsobu zatížení.

6.1 SIHOVO KRITERIUM

V případě obecně zatížené trhliny (obr.1), vznikají na čele trhliny složky napětí [1]



Obrázek 1

$$\sigma_x = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) - \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) + \dots \quad (6.1)$$

$$\sigma_y = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots \quad (6.2)$$

$$\sigma_z = 2\mu \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} - 2\mu \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \sin \frac{\theta}{2} + \dots \quad (6.3)$$

$$\tau_{xy} = \frac{k_1}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{k_2}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \dots \quad (6.4)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{k_3}{\sqrt{2r}} \sin \frac{\theta}{2} + \dots \quad (6.5)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{k_3}{\sqrt{2r}} \cos \frac{\theta}{2} + \dots \quad (6.6)$$

kde k_1, k_2, k_3 jsou faktory intenzity napětí podle Sihova zápisu

$$k_1 = \sigma_y \sqrt{l}; \quad k_2 = \tau_{xy} \sqrt{l}; \quad k_3 = \tau_{yz} \sqrt{l}. \quad (6.7)$$

Hustota elastické deformační energie akumulované v elementu objemu materiálu dV je rovna

$$dU = \left[\frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\mu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z) + \frac{1}{2G_s} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \right] dV \quad (6.8)$$

Po dosazení rovnic (6.1-6.6) do vztahu (6.8) dostaneme po úpravě

$$\frac{dU}{dV} = \frac{S}{r} = \frac{1}{r} (a_{11} k_1^2 + 2a_{12} k_1 k_2 + a_{22} k_2^2 + a_{33} k_3^2) \quad (6.9)$$

kde veličina

$$S = a_{11} k_1^2 + 2a_{12} k_1 k_2 + a_{22} k_2^2 + a_{33} k_3^2 \quad (6.10)$$

představuje faktor hustoty deformační energie.

Koeficienty $a_{11} - a_{33}$ v rovnici (6.10) jsou rovny

$$a_{11} = \frac{1}{16G_s} [(3 - 4\mu - \cos \theta)(1 + \cos \theta)] \quad (6.11)$$

$$a_{12} = \frac{1}{16G_s} 2 \sin \theta [\cos \theta - (1 - 2\mu)] \quad (6.12)$$

$$a_{22} = \frac{1}{16G_s} [4(1 - \mu)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)] \quad (6.13)$$

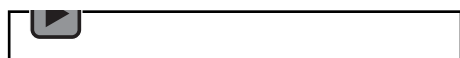
$$a_{33} = \frac{1}{4G_s} \quad (6.14)$$

Kritérium Sihovo je založeno na dvou hypotézách:

1. Trhlina se šíří ve směru minimální hustoty faktoru deformační energie.
2. Začátek šíření řídí kritická hodnota faktoru deformační energie S_c .



Audio 6.2 Sihovo kritérium



6.2 INICIACE TRHLINY PODLE I. ZPŮSOBU ZATÍŽENÍ

V tomto případě je

$$k_1 = \sigma\sqrt{l}; k_2 = k_3 = 0 \quad (6.15)$$

a

$$S = \frac{\sigma^2 l}{16G_S} [(3 - 4\mu - \cos\theta)(1 + \cos\theta)] \quad (6.16)$$

Minimální hodnotu faktoru hustoty deformační energie určíme z podmínky

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{\sigma^2 l}{8G_S} \sin\theta (\cos\theta + 1 - 2\mu) = 0 \quad (6.17)$$

Tato rovnice dává řešení pro

a) $\theta = 0$

b) $\cos\theta = 1 + 2\mu$.

Dále bude

$$\frac{d^2 S}{d\theta^2} = \frac{\sigma^2 l}{8G_S} [\cos^2\theta + (1 - 2\mu)\cos\theta - \sin^2\theta] \quad (6.18)$$

Pro $\theta = 0$ je

$$\frac{d^2 S}{d\theta^2} = \frac{\sigma^2 l}{8G_S} [1 + (1 - 2\mu)] > 0 \quad (6.19)$$

a funkce S nabývá minima a trhlina se bude šířit ve svém původním směru.

Je tedy

$$S_{min} = \frac{\sigma^2 l}{4G_S} (1 - 2\mu) \quad (6.20)$$

Uvážení, že

$$K_{IC} = \sqrt{\pi} k_{IC} \quad (6.21)$$

dostaneme kritickou hodnotu faktoru hustoty deformační energie

$$S_c = \frac{\sigma_c^2 l_c}{4G_S} (1 - 2\mu) = \frac{k_{IC}^2 (1 - 2\mu)}{4G_S} = \frac{K_{IC}^2 (1 - 2\mu)}{4\pi G_S} \quad (6.22)$$

6.3 INICIACE TRHLINY PODLE II. ZPŮSOBU ZATÍŽENÍ

V tomto případě je

$$k_2 = \tau\sqrt{l}; k_1 = k_3 = 0 \quad (6.23)$$

a

$$S = \frac{\tau^2 l}{16G_S} [4(1 - \mu)(1 - \cos\theta) + (1 + \cos\theta)(3\cos\theta - 1)] \quad (6.24)$$

Obdobně jako v předchozím případě určíme úhel θ , při kterém funkce S nabývá minima. Je tedy

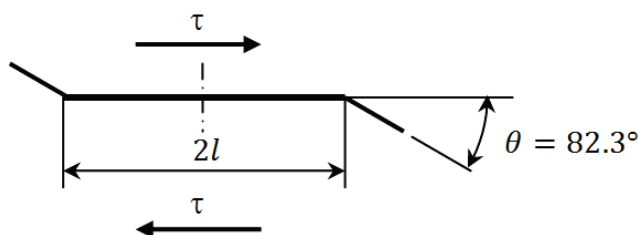
$$\cos\theta = \left(\frac{1-2\mu}{3}\right) \quad (6.25)$$

a odtud

$$S_{min} = \frac{\tau^2 l}{12G_S} [2(1 - \mu) - \mu^2]. \quad (6.26)$$

Pro $\mu = 0.3$ je $\theta = 82.3^\circ$.

Směr šíření trhliny je znázorněn na obr.2

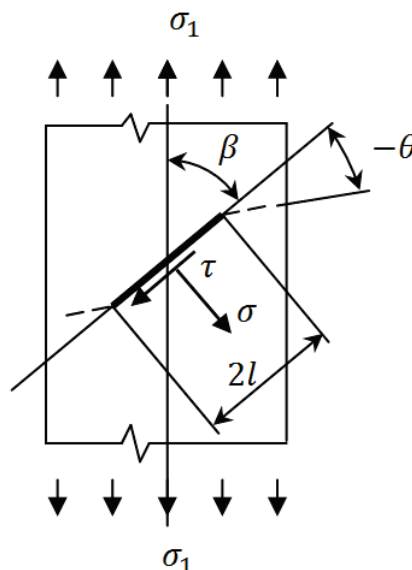


Obrázek 2



6.4 INICIACE TRHLINY PODLE SMÍŠENÉHO MÓDU ZATÍŽENÍ

Nejdůležitější je aplikace Sihova kritéria na smíšený mód zatížení a to buď při tahovém anebo tlakovém zatížení (obr.3)



Obrázek 3

Složky normálového a smykového napětí jsou rovny

$$\sigma = \sigma_1 \sin^2 \beta \quad (6.27)$$

a

$$\tau = \sigma_1 \sin \beta \cos \beta \quad (6.28)$$

a součinitelé intenzity napětí v Sihově zápisu

$$k_1 = \sigma_1 \sqrt{l} \sin^2 \beta \quad (6.29)$$

$$k_2 = \sigma_1 \sqrt{l} \sin \beta \cos \beta. \quad (6.30)$$

Faktor hustoty deformační energie je roven

$$S = \sigma_1^2 l [a_{11} \sin^2 \beta + 2a_{12} \sin \beta \cos \beta + a_{22} \cos^2 \beta] \sin^2 \beta \quad (6.31)$$

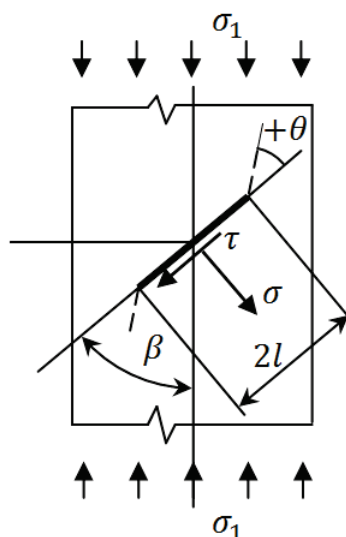
Směr šíření trhliny plyne z rovnice

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad (6.32)$$

tedy

$$(1 - 2\mu) \sin(\theta - 2\beta) - \sin[2(\theta - \beta)] - \frac{1}{2} \sin 2\theta = 0 \quad (6.33)$$

Pro záporné úhly θ vyjde řešení odpovídající tahovému napětí σ_1 (obr.3), pro kladné úhly θ vyjde řešení odpovídající tlakovému napětí σ_1 (obr.4).



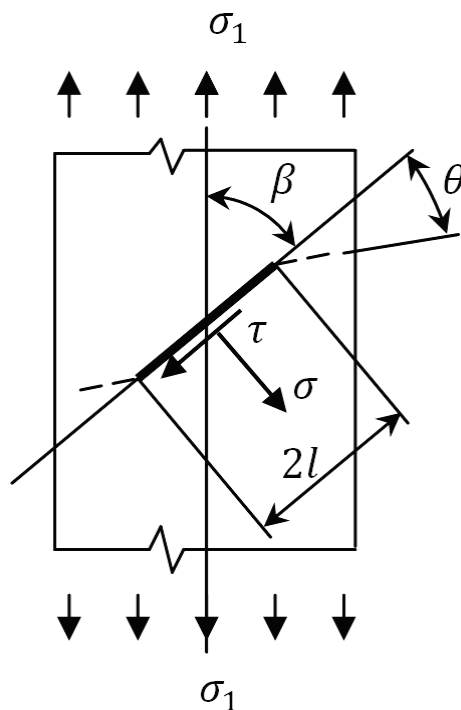
Obrázek 4

K zapamatování:

- Sihovo kritérium – posuzování obecně orientovaných trhlin. Umožňuje určit směr šíření trhliny.
- Kritérium Sihovo je založeno na dvou hypotézách:
- Trhlina se šíří ve směru minimální hustoty faktoru deformační energie.
- Začátek šíření řídí kritická hodnota faktoru deformační energie S_c .

6.5 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY**Příklad 1**

V pásnici namáhané tahovým napětím byla nalezena průchozí trhlina o délce $2l$ svírající úhel β s osou pásnice (obr.1). Jaká je kritická délka trhliny l_c , je-li dáno:



Obrázek 1



$$\sigma_1 = 185 \text{ MPa}, \beta = 40^\circ, K_{IC} = 120 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}, E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}, \mu = 0,3.$$

Bezpečnost vzhledem k délce trhliny $k_l=6$.

Řešení:

Normálové a smykové napětí je rovno

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_1 \sin^2 \beta \\ \tau &= \sigma_1 \sin \beta \cos \beta\end{aligned}$$

Součinitelé intenzity napětí (v Sihově zápisu) jsou

$$\begin{aligned}k_1 &= \sigma_1 \sqrt{l} \sin^2 \beta \\ k_2 &= \sigma_1 \sqrt{l} \sin \beta \cos \beta\end{aligned}$$

a faktor hustoty deformační energie

$$S = a_{11}k_1^2 + 2a_{12}k_1k_2 + a_{22}k_2^2$$

kde

$$\begin{aligned}a_{11} &= \frac{1}{16G_S} [(3 - 4\mu - \cos \theta)(1 + \cos \theta)] \\ a_{12} &= \frac{1}{16G_S} 2 \sin \theta [\cos \theta - (1 - 2\mu)] \\ a_{22} &= \frac{1}{16G_S} [4(1 - \mu)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)].\end{aligned}$$

Po dosazení

$$S = \sigma_1^2 l [a_{11} \sin^2 \beta + 2a_{12} \sin \beta \cos \beta + a_{22} \cos^2 \beta] \sin^2 \beta.$$

Úhel θ , určující směr šíření trhliny určíme z podmínky

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0$$

tedy

$$(1 - 2\mu) \sin(\theta - 2\beta) - \sin[2(\theta - \beta)] - \frac{1}{2} \sin 2\theta = 0.$$

Řešením rovnice dostaneme

$$\begin{aligned}\theta_1 &= -145,4^\circ \\ \theta_2 &= 112,6^\circ \\ \theta_3 &= -55,42^\circ \\ \theta_4 &= 19,31^\circ\end{aligned}$$

Zároveň musí být splněna podmínka

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0.$$

Tato podmínka je splněna pouze pro úhel

$$\theta = \theta_3 = -55,42^\circ$$

Po dosazení obdržíme

$$\begin{aligned}a_{11} &= \frac{1,932}{16G_S} \\ a_{12} &= -\frac{0,2768}{16G_S} \\ a_{22} &= \frac{2,314}{16G_S}\end{aligned}$$

a dále

$$\begin{aligned}S_{min} &= \frac{\sigma_1^2 l}{16G_S} 0,778 \\ G_S &= \frac{E}{2 \times (1 + \mu)} = \frac{2 \times 10^5}{2 \times (1 + 0,3)} = 7,7 \times 10^4 \text{ (MPa)}\end{aligned}$$



Kritická hodnota faktoru hustoty deformační energie je dána výrazem

$$S_c = \frac{K_{IC}^2(1-2\mu)}{4\pi G_s} = \frac{120^2 \times (1-0.3)}{4 \times \pi \times 7.7 \times 10^4} = 5,959 \times 10^{-3}$$

Kritickou délku trhliny určíme z podmínky

$$S_{min} = S_c$$

Po dosazení bude

$$\frac{\sigma_1^2 l_c}{16G_s} 0,778 = 5,959 \times 10^{-3}.$$

Odtud

$$l_c = \frac{16G_s S_c}{\sigma_1^2 \times 0,778} = 0,2754m.$$

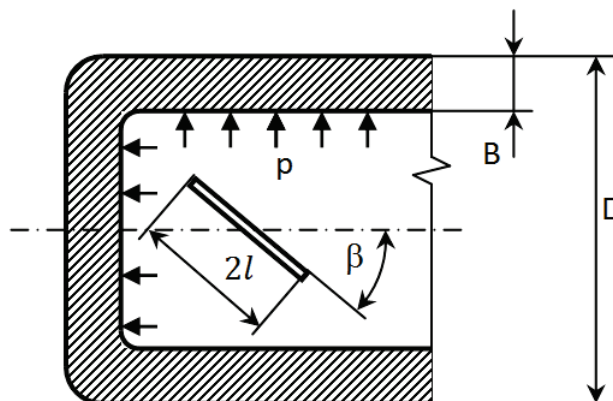
Dovolená délka trhliny

$$l_D = \frac{l_c}{6} = \frac{0,2754}{6} = 0,0459m$$

6.6 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Najděte přípustnou délku trhliny ve stěně tlakové nádoby (obr.2), jestliže je dáno: $D = 1000mm$; $B = 20mm$; $p = 4MPa$; $\beta = 20^\circ$; $K_{IC} = 75MPa\sqrt{m}$; $E = 2 \times 10^5 MPa$; $\mu = 0.3$. Součinitel bezpečnosti vůči lomové houževnatosti $k_l = 5$.



Obrázek 2

Výsledek: $l = 40mm$.



6.7 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Nestabilní lom ocelových těles při statickém a dynamickém zatížení*. VŠB-TU Ostrava, 2006. 297s. Skriptum. ISBN 80-248-1268-1.
- [2] Zemánková, J. *Technická mechanika I. Úvod do lomové mechaniky*. ČVUT Praha, 1981. 123s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Vlk, M. Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf
- [5] Wang, C.H. *Introduction to fracture mechanics*. Elektronický učební text. www.dsto.defence.gov.au/publications/1880/DSTO-GD-0103.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Únavový lom

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

7	ÚNAVOVÝ LOM	3
7.1	Úvod	4
7.2	Druhy cyklického zatěžování	4
7.3	Mez únavy hladkých těles, Wöhlerova křivka	5
7.4	Tělesa namáhána pod mezí únavy, Diagram Kitawaga-Takahashi.....	7
7.5	Fyzikální podstata únavového poškození.....	8
7.6	Řešené příklady	9
7.7	Příklady k procvičení.....	10
7.8	Literatura.....	11



7 ÚNAVOVÝ LOM



OBSAH KAPITOLY:

Cyklické zatěžování.

Mez únavy hladkých těles. Wöhlerova křivka.

Diagram Kitawaga-Takahashi.

Fyzikální podstata únavového poškození.

Určování únavových parametrů materiálu.



MOTIVACE:

V praktických případech jsou mnohdy strojní součásti podrobeny zatížení, které se mění s časem (tzv. cyklické zatěžování) a výsledné poškození je způsobeno únavou materiálu.

Na praktických příkladech je zde proveden výpočet únavových parametrů materiálů a stanovení životnosti součástí.



CÍL:

Únava materiálu. Základní pojmy.

Wöhlerův diagram. Diagram Kitawaga-Takahashi

Základní fáze únavového poškození

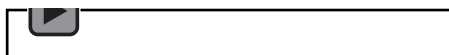


7.1 ÚVOD

Části strojů a konstrukcí jsou často vystaveny působení cyklického zatěžování, v důsledku čehož dochází k poškození v mikroobjemu materiálu. Se vzrůstajícím počtem cyklů dochází ke kumulaci poškození a k lomům dochází při napětí nižším, než je konvenční mez kluzu R_e . Poškození a lom způsobený cyklickým zatěžováním bylo nazváno v roce 1839 J.V. Ponceletem únavou materiálu.



Audio 7.1 Úvod



Tento název je používán dodnes. Zkoumáním únavového poškození se rovněž zabýval v polovině 19.stol v Německu August Wöhler, který zkoumal příčiny lomů železničních náprav. Wöhler potvrdil, že únavové poškození není ovlivněno pouze cyklickým napětím, ale rovněž i doprovázejícím statickým (středním napětím). Vlivem středního napětí na únavové poškození se rovněž zabývali Gerber a Goodman (viz další text).

7.2 DRUHY CYKlickÉHO ZATĚŽOVÁNÍ

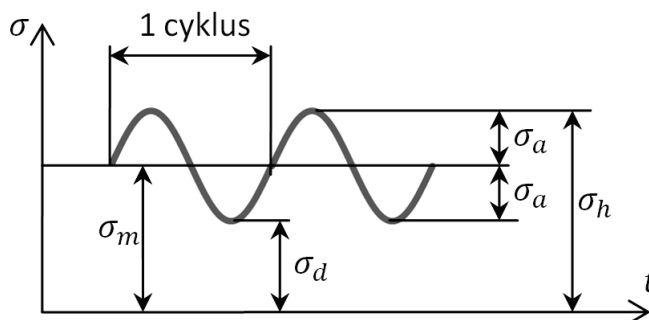
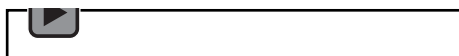
Předpokládáme, že vnější síly a napětí se mění zpravidla periodicky od jisté minimální hodnoty (dolní napětí) po maximální hodnotu (horní) napětí. Průběh napětí je zpravidla znázorňován funkcí sinus.

Obecný průběh cyklického napětí můžeme považovat za průběh vzniklý superpozicí statické složky

σ_m a amplitudy napětí σ_a .



Audio 7.2



Obrázek 1

Pro střední napětí cyklu σ_m a amplitudu napětí σ_a platí následující vztahy

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_d}{2} \quad (7.1)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_h - \sigma_d}{2} \quad (7.2)$$

kde σ_h je horní napětí cyklu a σ_d je dolní napětí cyklu.

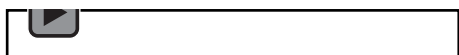
Mnohdy se rovněž zavádí pojem rozkmit napětí $\Delta\sigma$

$$\Delta\sigma = \sigma_h - \sigma_d = 2\sigma_a. \quad (7.3)$$

Pomocí amplitudy napětí σ_a a středního napětí σ_m se definuje součinitel nesymetrie cyklu R



Audio 7.3



$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} \quad (7.4)$$

Pomocí součinitele nesymetrie cyklu můžeme vyjádřit amplitudu napětí σ_a a střední napětí σ_m následovně

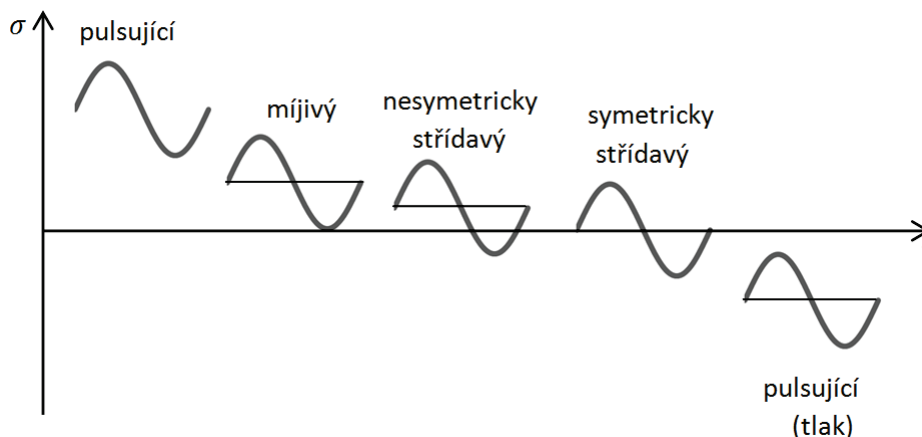
$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_h}{2} (1 - R) \quad (7.5)$$

a

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h}{2} (1 + R) \quad (7.6)$$

Obdobné vztahy je možné použít pro další veličiny, jakými jsou například síly F , ohybové a kroutící momenty M_o, M_k , deformace ϵ .

Základním druhům klasické pružnosti odpovídají při cyklickém zatěžování tyto cykly (obr.2).



Obrázek 2

V případě symetrického střídavého cyklu v tahu-tlaku je součinitel nesymetrie cyklu

$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = -1 \quad (7.7)$$

a v případě míjivého cyklu

$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = 0. \quad (7.8)$$

7.3 MEZ ÚNAVY HLADKÝCH TĚLES, WÖHLEROVA KŘIVKA

Vliv cyklického zatěžování byl poprvé zkoumán v druhé polovině 19. století Augustem Wöhlerem při studiu kolejnic. Bylo třeba vysvětlit, proč se při cyklickém zatěžování materiál porušuje při napětích menších než mez kluzu, aniž by docházelo k plastickým deformacím. Při zkouškách byly zkušební vzorky zatěžované symetrickým střídavým cyklem o dané amplitudě napětí a zjišťoval se počet cyklů do porušení. Zkušební vzorky musí být ze stejného materiálu, mít stejný tvar a být stejně opracovány. Zpravidla se jedná o zkušební tyčinky o průměru $7 \div 10\text{mm}$ s leštěným povrchem.

Závislost mezi amplitudou napětí a životností součástí je znázorněna Wöhlerovou křivkou. V technické praxi se zpravidla Wöhlerova křivka znázorňuje v semilogaritmických souřadnicích, přičemž na osu pořadnic se vynáší amplituda napětí a na osu úseček cykly v logaritmických souřadnicích (obr.3). Celý Wöhlerův diagram je možno rozdělit na tři úseky. V prvním úseku ($N \cong 10^3$ cyklů), kdy počet cyklů je malý, se jedná o oblast kvazistatických lomů.

Ve druhém úseku amplituda napětí klesá. Jedná se o tzv. úsek časové pevnosti s omezenou životností. Dochází k porušení nízkocyklovou únavou.

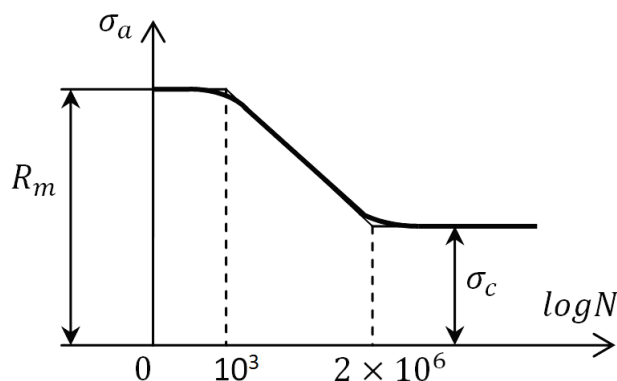
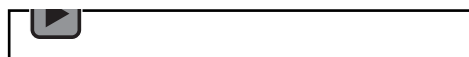
Ve třetím úseku, asi při $N \geq 2 \times 10^6$ cyklů, je zřejmé, že amplituda napětí se nemění. To znamená, že při této amplitudě vydrží materiál neomezeně dlouho. Hovoříme o mezi únavy



materiálu. Mez únavy lze definovat jako největší napětí, které nevede k lomu ani po překonání smluvní hranice 10^7 cyklů. Tato definice platí u ocelí; slitiny hliníku nemají konstantní mez únavy.

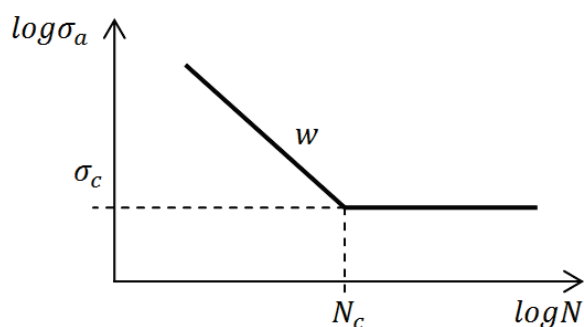


Audio 7.4



Obrázek 3

Mnohdy je Wöhlerův diagram znázorněn v log-log souřadnicích (obr.4). V tomto případě se závislost mezi amplitudou napětí a počtem cyklů do lomu zobrazí jako přímky. Počet cyklů do lomu N_c je závislý na pevnosti ocelí (tabulka 1).



Obrázek 4

Pevnost oceli R_m [MPa]	< 700	< 1000	< 1250	< 1700
Počet cyklů N_c	$10^6 \div 5$ $\times 10^6$	$10^7 \div 2$ $\times 10^7$	$2 \times 10^7 \div 4$ $\times 10^7$	4×10^7 $\div 10^8$

Tabulka 1

K analytickému popisu Wöhlerovy křivky uvádí literatura celou řadu vztahů. Nejjednodušší je lineární popis šikmé větve Wöhlerovy křivky v log-log souřadnicích, použitelný v rozmezí amplitud od meze kluzu R_e do meze únavy σ_c

$$\log N + w \log \sigma_a = \text{konst.} \quad (7.9)$$

anebo

$$\sigma_a^w N = C \quad (7.10)$$

kde konstanta C a exponent w se určí na základě statistického vyhodnocení experimentálních výsledků.

Mnohdy se rovněž používá mocninná aproximace šikmé větve Wöhlerovy křivky od meze kluzu R_e do meze únavy σ_c v závislosti na počtu půlcyklů do lomu

$$\sigma_a = \sigma_f (2N)^b \quad (7.11)$$



kde

σ'_f - únavová pevnost materiálu,

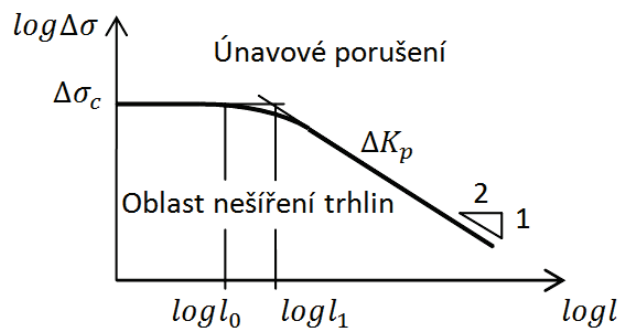
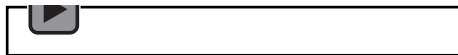
b - exponent únavové pevnosti.

7.4 TĚLESA NAMÁHÁNA POD MEZÍ ÚNAVY, DIAGRAM KITAWAGA-TAKAHASHI

V předchozí kapitole bylo poznamenáno, že nedojde k poškození únavou, jestliže amplituda napětí bude menší než mez únavy. Na základě poznatků z lineární elastické lomové mechaniky ovšem platí, že nedochází k šíření únavových trhlin, jestliže faktor intenzity napětí je menší než prahová hodnota K_p . Tato skutečnost platí pouze v případě makroskopických trhlin, kdy délka trhlina je delší než délka typické strukturní veličiny, zpravidla zrna materiálu.



Audio 7.5



Obrázek 5

Jestliže znázorníme v logaritmických souřadnicích závislost amplitudy napětí na délce trhliny dostaneme jednak vodorovnou přímku ($\Delta\sigma = \sigma_c$) a dále přímku se směrnicí 0.5 (viz obr. 5). Směrnice 0.5 plyne z následujícího řešení:

Jestliže pro prahovou hodnotu rozkmitu faktoru intenzity napětí platí

$$\Delta K_p = \Delta\sigma\sqrt{\pi l}Y \quad (7.12)$$

dostaneme logaritmováním

$$\log\Delta\sigma = \log\frac{\Delta K_p}{\sqrt{\pi}Y} - \frac{1}{2}\log l \quad (7.13)$$

kde Y – funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny.

Průsečík obou přímek určuje kritickou délku trhliny l_1

$$l_1 = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\Delta K_p}{\Delta\sigma_c}\right)^2 \quad (7.14)$$

Kritická délka trhliny je v rozmezí $l_1 = 1 \div 1000\mu m$ a klesá se zvyšující se pevností ocelí.

Ve skutečnosti je mez únavy konstantní pouze do velikosti zrna l_0 , dále je závislost meze únavy na délce trhliny znázorněna křivkou plynule přecházející v přímku se směrnicí 0.5.

Tato střední oblast může být podle Murakamiha a Endoa (1994) vyjádřena rovnicí

$$\Delta\sigma = C\frac{(H_v+120)}{(\sqrt{A})^{1/6}} \quad (7.15)$$

kde

H_v – Vickersova tvrdost,

C – konstanta ($C=1.43$ pro povrchové trhliny a $C=1.56$ pro vnitřní trhliny),

A – plocha defektu [μm].



Z diagramu Kitawaga-Takahashi vyplývají následující závěry:

1. Na mezi únavy existují v materiálu trhliny o minimálních rozměrech, srovnatelnými s velikostí krystalického zrna
2. S délkou trhlin se mez únavy snižuje



Audio 7.6

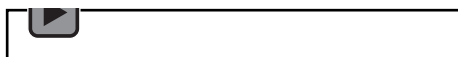


7.5 FYZIKÁLNÍ PODSTATA ÚNAVOVÉHO POŠKOZENÍ

Únavové poškození můžeme rozdělit do čtyř fází



Audio 7.7



1. Nukleace únavových mikrotrhlin

Ve skutečnosti jsou všechny materiály nehomogenní a anizotropní. Například kovy jsou tvořeny velkým množstvím krystalických zrn nepravidelných tvarů. Krystalická zrna mohou být prostoupena čárovými poruchami krystalické mřížky (tzv. dislokacemi), anebo jsou v nich vakantní místa nebo naopak intersticiální atomy. Rovněž hranice mezi zrny patří k materiálovým nehomogenitám. V důsledku nehomogenit dochází k nárůstu napětí a ke vzniku (nukleaci) únavových mikrotrhlin. K nukleaci únavových mikrotrhlin dochází zpravidla na povrchu, případně v jeho těsné blízkosti.

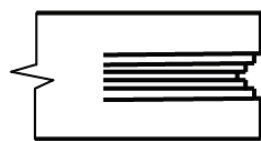


Audio 7.8

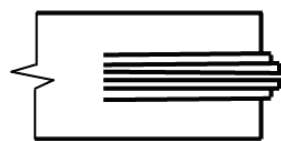


Existují v podstatě tři typy nukleacích míst:

- a) Únavová skluzová pásma. Skluzová pásma jsou oblasti, kde je deformace způsobena smykem krystalografických rovin. Dojde-li ke skluzu v jedné rovině krystalického zrna oceli, zpevní se tak, že další skluz nastane v sousední rovině. Při cyklickém zatěžování dochází ke vzniku intruzí a extruzí, které zakončují na povrchu únavová skluzová pásma (obr.5).



intruze



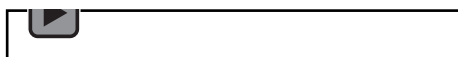
extruze

Obrázek 6

- b) Hranice mezi zrny. Hranice zrn omezují spojitost deformací a uplatňují se při velkých amplitudách deformace zvláště při vysokých teplotách.
- c) Rozhraní mezi základním materiálem (matricí) a nekovovými inkluzemi (vměstky). K tomuto způsobu nukleace dochází především v povrchových vrstvách vysocepevnostních ocelí.



Audio 7.9



2. Iniciace a spojování mikrotrhlin



Velká většina mikrotrhlin se brzy zastavuje a neproniká do větší hloubky než několika desetin mm. Pouze některé z nich rostou dále, v místech největšího nakupení mikrotrhlin dochází k jejich vzájemnému spojování v delší povrchové trhliny. Po dosažení určité délky se mikrotrhliny začínají šířit do hloubky materiálu pod povrch. V této etapě roste zpravidla trhlina jedna – tzv. magistralní trhlina. Po dosažení hloubky přibližně desetinásobku průměru krystalického zrna se trhlina orientuje i v hloubce pod povrchem na největší hlavní napětí a není závislá na krystalické struktuře kovu.



Audio 7.10

3. Šíření únavové trhliny

Makroskopická trhlina je orientována ve směru kolmém na největší hlavní napětí, chování trhliny je dáno velikostí plastické zóny na jejím čele. Plastická zóna je složena jednak z části statické a dále z menší části cyklické. Rozměr cyklické plastické zóny je oproti statické části asi čtyřikrát menší. V plastické zóně probíhá změna mechanických vlastností materiálů, zpevňování anebo změkčování.



Audio 7.11

4. Konečný náhlý lom

Lomy, způsobené únavou materiálu se zpravidla vyznačují dvěma charakteristickými, ostře ohraničenými lomovými plochami. První plocha je hladká, má často lasturovitý vzhled, jsou na ní zřetelné čáry, odpovídající vrstevnicím, které ukazují, jak se lom šířil po ploše průřezu. Druhá plocha je hrubozrnná a vzniká při náhlém zlomení (obr.7).



Audio 7.12



Obrázek 6

K zapamatování:

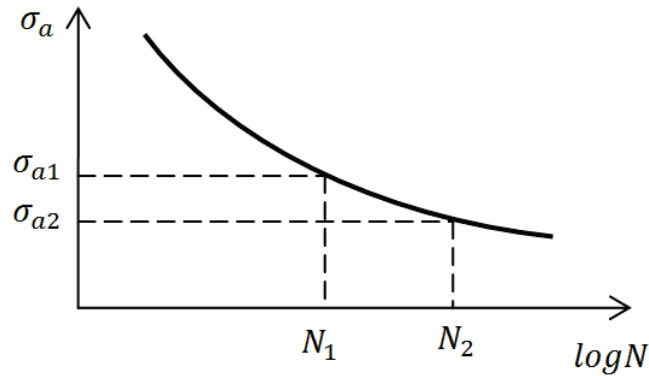
- Únava materiálu - poškození a lom způsobený cyklickým zatěžováním.
- Wöhlerův diagram – závislost mezi amplitudou napětí a životností součásti.
- Diagram Kitawaga-Takahashi – závislost meze únavy na délce mikrotrhliny
- Únavové poškození lze rozdělit do čtyř fází - nukleace únavových mikrotrhlin, iniciace a spojování mikrotrhlin, šíření trhlin a lom.

7.6 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1



Pro křivku životnosti $\sigma_a - N$ (obr.1) jsou známy body $[N_1, \sigma_{a1}]$ a $[N_2, \sigma_{a2}]$. Určete únavovou tažnost σ'_f a exponent únavové tažnosti b .



Obrázek 1

Řešení:

Z Basquinova vztahu plyne

$$\sigma_{a1} = \sigma'_f (2N_1)^b$$

a

$$\sigma_{a2} = \sigma'_f (2N_2)^b$$

odtud

$$\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^b$$

Logaritmováním obdržíme

$$\ln\left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}}\right) = b \ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right)$$

odtud

$$b = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a2}}\right)}{\ln\left(\frac{N_1}{N_2}\right)} = \frac{\ln\sigma_{a1} - \ln\sigma_{a2}}{\ln N_1 - \ln N_2}$$

Pro vypočtený exponent únavové tažnosti b bude únavová tažnost

$$\sigma'_f = \frac{\sigma_{a1}}{(2N_1)^b} = \frac{\sigma_{a2}}{(2N_2)^b}$$

7.7 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Pro ocel 12050 byly zjištěny tyto hodnoty:

smluvní mez kluzu: $R_{p0.2} = 325 \text{ MPa}$,

mez pevnosti v tahu: $R_m = 540 \text{ MPa}$,

mez únavy v symetrickém střídavém tahu – tlaku (pro leštěný vzorek $\varnothing 5 \text{ mm}$) $\sigma_c = 200 \text{ MPa}$,

únavová pevnost materiálu $\sigma'_f = 948 \text{ MPa}$,

součinitel únavové pevnosti $b = -0.092$.

Určete životnost součásti pro amplitudu napětí $\sigma_a = 270 \text{ MPa}$.

Výsledek: $N \cong 4.2 \times 10^5$ cyklů.



7.8 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [3] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [4] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Mez únavy hladkých těles, faktory, ovlivňující mez únavy

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

8	MEZ ÚNAVY HLADKÝCH TĚLES, FAKTORY, OVLIVŇUJÍCÍ MEZ ÚNAVY....	3
8.1	Mez únavy hladkých těles	4
8.2	Faktory, ovlivňující mez únavy	4
8.2.1	Vliv teploty na únavu materiálu.....	4
8.2.2	Vliv velikosti součástí	5
8.2.3	Vliv gradientu napětí.....	5
8.2.4	Vliv jakosti povrchu	7
8.3	Řešené příklady	8
8.4	Příklady k procvičení.....	9
8.5	Literatura.....	10



8 MEZ ÚNAVY HLADKÝCH TĚLES, FAKTORY, OVLIVŇUJÍCÍ MEZ ÚNAVY



OBSAH KAPITOLY:

Mez únavy hladkých těles.

Vliv teploty na únavu materiálu.

Vliv velikosti součástí.

Vliv gradientu napětí.

Vliv jakosti povrchu.



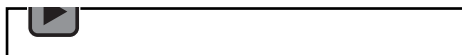
MOTIVACE:

Mez únavy hladkého tělesa není obecně materiálovou konstantou, ale je závislá na celé řadě faktorů. Jednotlivé faktory jsou náplní této přednášky.

V technické praxi jsou často k dispozici meze únavy hladkého leštěného vzorku určitého průměru. Na uvedených příkladech je vysvětlen postup stanovení meze únavy strojních součástí konkrétních rozměrů.



Audio 8.1 Motivace



CÍL:

Mez únavy hladkých těles. Uveďte hlavní vlivy na mez únavy hladkých těles.



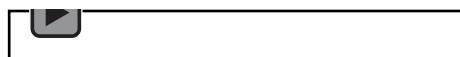
8.1 MEZ ÚNAVY HLADKÝCH TĚLES

Za hladké těleso považuje součást bez koncentrátorů napětí. Zpočátku mez únavy hladkých těles byla považována za veličinu charakteristickou pro daný materiál, podobně jako mez pevnosti při statické zkoušce tahem. Pozdější výzkumy ale ukázaly, že mez únavy hladkého tělesa (bez koncentrátorů napětí) je závislá na celé řadě faktorů, k nimž zejména patří velikost tělesa, jakost povrchu, nesymetrie zatěžovacího cyklu, vliv víceosé napjatosti.

Mez únavy se dá určit jednak experimentálně, rovněž ale bylo prokázáno, že mez únavy hladkých těles je funkcí konvenční pevnosti R_m .



Audio 8.2 Mez únavy



Pro konstrukční oceli s mezí pevnosti $R_m = (500 \div 1500) \text{MPa}$ platí následující vztahy

$$\text{Tah-tlak } \sigma_c = 0.36R_m + 13$$

$$\text{Míjivý tah } \sigma_{hc} = 0.59R_m + 38$$

$$\text{Plochý ohyb } \sigma_{o,c} = 0.29R_m + 111$$

$$\text{Míjivý ohyb } \sigma_{o,hc} = 0.4R_m + 317$$

$$\text{Krut } \tau_c = 0.21R_m + 49$$

$$\text{Míjivý krut } \tau_{hc} = 0.1R_m + 485$$

$$\text{Ohyb za rotace } \sigma_{oR,c} = 0.36R_m + 44.$$

Informativní hodnoty meze únavy šedé litiny jsou uvedeny v tabulce 1

	Pevnost v tahu R_m [MPa]	160	220	320	370
Mez únavy	v tahu- tlaku	46	50	120	140
[MPa]	ve střídavém ohybu	63	85	140	150
	ve střídavém krutu	77	85	120	150

Tabulka 1

V kapitole 7 bylo uvedeno, že mez únavy hliníkových slitin není konstantní, ale s počtem cyklů nad 10^7 klesá. Mez únavy tvářených slitin hliníku můžeme podle Heywooda vypočítat ze vztahu

$$\sigma_c = R_m \frac{1 + \frac{3.1n^4}{10^3 + 6.5R_m}}{1 + 3.1 \times 10^{-3}n^4} \quad (8.1)$$

kde

$$n = \log N \quad (8.2)$$

a N je počet cyklů do lomu, pro který mez únavy počítáme.

8.2 FAKTORY, OVLIVŇUJÍCÍ MEZ ÚNAVY

Jak už bylo výše poznamenáno, mez únavy hladkého tělesa (bez koncentrátorů) napětí je závislá na celé řadě faktorů, k nimž zejména patří teplotní vlivy, velikost tělesa, jakost povrchu, nesymetrie zatěžovacího cyklu, vliv víceosé napjatosti.

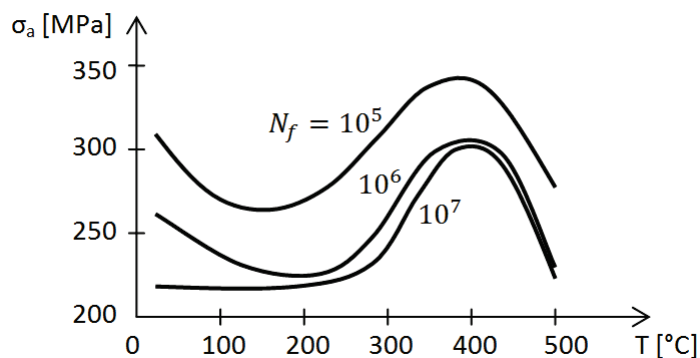
8.2.1 Vliv teploty na únavu materiálu

Oceli mají obecně při nižších teplotách vyšší mez únavy. Při nižších teplotách dochází ale rovněž k poklesu lomové houževnatosti.



Audio 8.3 Vliv teploty





Obrázek 1

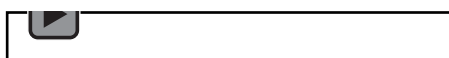
Závislost meze únavy i životnosti na teplotě pro vzorky z válcované oceli ($R_e = 290\text{MPa}$, $R_m = 450\text{MPa}$) je znázorněna na obr.1. Mez únavy i životnost rostou s poklesem teploty pod normální teplotu. Za mírně zvýšené teploty u ocelí klesají, dosahují lokálního minima v rozmezí teplot 100-200°C a pak zase rostou až k maximumu kolem teploty 350-400°C. Při teplotách nad 400°C začnou klesat. Při teplotách vyšších než 400°C dochází zároveň k tečení materiálu (creep). Podíl poškození materiálu způsobeného creepem závisí především na poměru provozní teploty materiálu k teplotě tavení materiálu. Pokud je tento podíl vysoký, dochází ke změně charakteru lomu z transkrystalického na interkrystalický.

8.2.2 Vliv velikosti součásti

Mez únavy s rostoucím rozměrem vzorku poněkud klesá, což je dáno odlišnostmi povrchových vrstev a jádra průřezu, která je zpravidla u větších vzorků horší.



Audio 8.4 Vliv velikosti součásti



Podle Němce a Puchnera je možno vliv velikosti vyjádřit následovně

$$v = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{D}{d}} \quad (8.3)$$

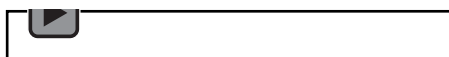
kde d je rozměr menšího vzorku a D rozměr většího.

8.2.3 Vliv gradientu napětí

Na základě experimentů je prokázáno, že mez únavy v ohybu a krutu u vzorků malých rozměrů je vždy větší než mez únavy v tahu-tlaku. Tento jev je způsoben nerovnoměrným rozložením napětí, tzv. gradientem napětí.



Audio 8.5 Vliv gradientu napětí



Je-li ohybové napětí v krajním vlákně vzorku

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{M_o d}{2J_y} \quad (8.4)$$

je poměrný gradient napětí

$$\chi_\sigma = \frac{1}{\sigma_o} \frac{d\sigma}{dz} = \frac{1}{\sigma_o} \frac{d}{dz} \left| \frac{M_o z}{J_y} \right| = \frac{1}{\sigma_o} \frac{2\sigma_o}{d} = \frac{2}{d} \quad (8.5)$$

Gradient napětí je tedy u malých vzorků velký a naopak (pro $d \rightarrow \infty$ se gradient napětí blíží k nule). Na základě zkoušek předpokládáme, že u velkých průměrů se gradient napětí již



neuplatňuje (zhruba pro $D \geq 50\text{mm}$). V případě tahového (tlakového) namáhání je gradient napětí nulový.

Výpočet součinitele gradientu napětí navrhl například Heywood.

Součinitel gradientu napětí v_g je roven

$$v_g = 1 + \sqrt{c\chi_\sigma} = 1 + \sqrt{\frac{2c}{d}} \quad (8.6)$$

Kde c je materiálová konstanta, závislá na pevnosti oceli (tab.2).

Materiál	R_e [MPa]	R_m [MPa]	c [mm]
Měkká ocel	150	-	0.1
	200	-	0.05
	400	-	0.022
Zušlechtněná ocel	400	-	0.022
	500	-	0.0078
	900	-	0.0014
Austenitická ocel	200	-	0.215
	400	-	0.1
Ocel na odlitky	-	400	0.250
	-	600	0.215
Šedá litina	-	180	0.38
	-	300	0.25
Slitiny Al, Mg	100	-	0.027
	300	-	0.008
Dural	300	-	0.074
	400	-	0.046
Mosaz	100	-	0.103
	250	-	0.021

Tabulka 2

Další způsob výpočtu gradientu napětí navrhl Němec [3], který definuje gradient napětí vztahem

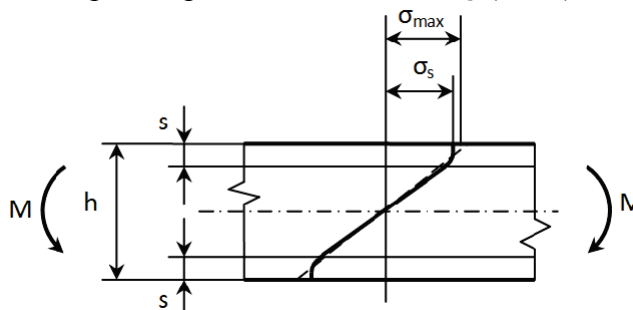
$$v_g = 1 + \sqrt{c\chi_\sigma} = 1 + \sqrt{\frac{2c}{d}} \quad (8.7)$$

kde

σ_{max} je maximální (elastické napětí) v povrchové vrstvě

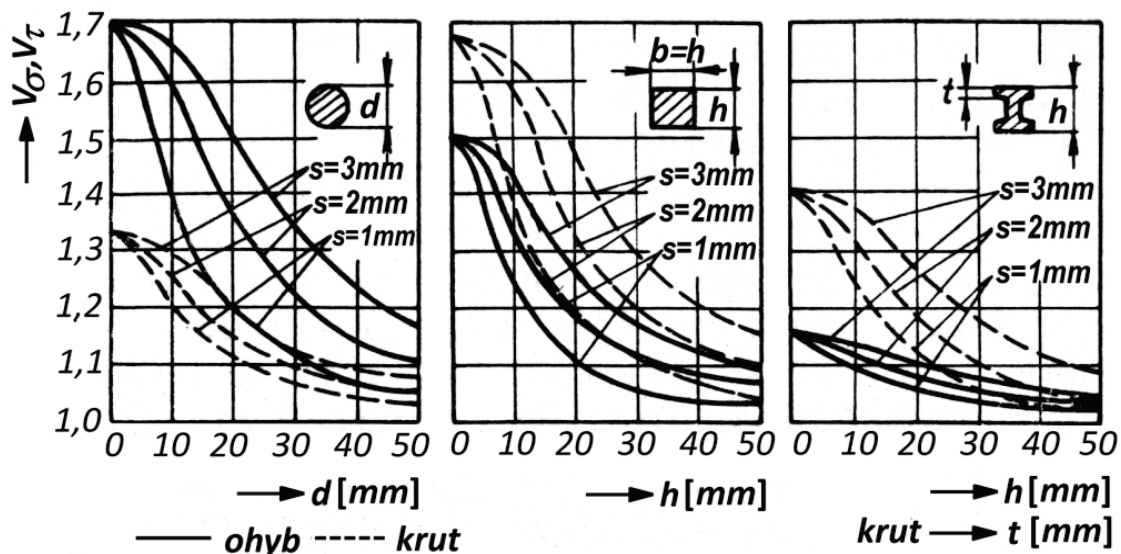
a

σ_s je skutečné napětí v povrchové vrstvě. Změna mechanických vlastností v povrchových vrstvách způsobuje pokles napětí na povrchu na hodnotu σ_s (obr.2).



Obrázek 2

Hodnoty součinitelů gradientů napětí jsou pro různé tloušťky povrchových vrstev uvedeny v obr.3.



Obrázek 3

Celkový součinitel velikosti součástí, namáhané střídavým ohybem v_σ (krutem v_τ), je tedy závislý na součiniteli gradientu napětí v_g a součiniteli velikosti, tedy

$$v_\sigma = f(v_g, v) \quad (8.8)$$

a

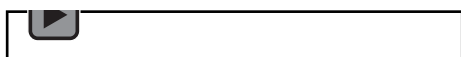
$$v_\tau = f(v_g, v). \quad (8.9)$$

8.2.4 Vliv jakosti povrchu

Protože k nukleaci trhlin dochází zpravidla v povrchové vrstvě, je mez únavy ovlivňována jakostí povrchu. Při únavových zkouškách bylo dokázáno, že nejvyšší mez únavy vykazují tyče s dokonale hladkým (jemně leštěným povrchem). Každý jiný způsob opracování má za následek snížení meze únavy.

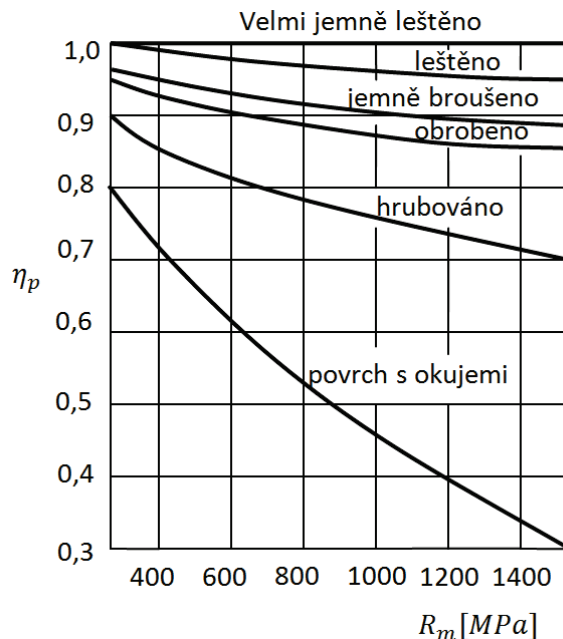


Audio 8.6 Vliv jakosti povrchu



Všechny následky obrábění, ke kterým patří např. rýhy, vrypy, trhlínky, působí jako ostré vruby a jsou často východiskem únavových lomů. Vliv jakosti povrchu je ve výpočtech zohledněn součinitelem jakosti povrchu η_p , který je definován jako podíl meze únavy součástí s daným povrchem k mezi únavy součástí s povrchem leštěným. Studium jakosti povrchu v závislosti na mezi pevnosti R_m se zabývali Siebel a Mailänder. Závislost součinitele jakosti povrchu η_p na mezi pevnosti R_m je znázorněna na obr.4.





Obrázek 1

Vhodnými technologickými úpravami povrchu lze významně zvýšit mez únavy součástí. K těmto úpravám patří zejména jednak úpravy mechanické (válečkování, kuličkování, prokování povrchových vrstev součástí) a rovněž tepelná zpracování (povrchové kalení, cementování, nitridování). V důsledku těchto procesů dochází v povrchových vrstvách ke vzniku tlakového vlastního napětí I.druhu, které se za provozu superponuje s tahovým napětím, čímž výsledné tahové napětí rozhodující o únavě bude menší.

Účinek galvanického pokovování není dosud jednoznačně objasněn, ale má spíše nepříznivý vliv.

Z vlivů snižujících mez únavy je nutno uvést zvláště korosivní prostředí, které ovlivňuje únavový proces chemickými reakcemi jak při iniciaci trhlin, tak i při jejich šíření.

Při namáhání krutem je součinitel jakosti povrchu roven

$$\eta_{pk} = \frac{1+\eta_p}{2}. \quad (8.10)$$

Mez únavy hladké části (bez vrubu) v tahu- tlaku nebo ohybu je pak definována následovně

$$\sigma_c^x = \sigma_c v_\sigma \eta_p \quad (8.11)$$

a v krutu

$$\tau_c^x = \tau_c v_\tau \eta_{pk}. \quad (8.12)$$

K zapamatování:

- Mez únavy materiálu v případě ocelí se dá určit přibližně z meze pevnosti.
- Vliv velikosti součástí – mez únavy s rostoucím rozměrem klesá.
- Vliv gradientu napětí – mez únavy v ohybu větší než mez únavy v tahu –tlaku.
- Vliv jakosti povrchu – nejvyšší mez únavy leštěné součástí – každý jiný způsob opracování vede ke snížení meze únavy.

8.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Vypočítejte mez únavy hladkého hřídele, namáhaného

a) Na ohyb

b) Na tah

je-li jeho průměr:



1. 5 mm,
2. 20 mm.

Dáno: Mez únavy leštěného vzorku v tahu $\sigma_{cT(5)} = 140 \text{ MPa}$, mez kluzu $R_e = 600 \text{ MPa}$, povrch broušený.

Řešení:

1a) Mez únavy hladkého hřídele $\varnothing = 5 \text{ mm}$, namáhaného na ohyb

Součinitel jakosti povrchu pro $R_e = 600 \text{ MPa}$ a broušený povrch určíme z obr.4 (přednáška 8). Je tedy

$$\eta_p = 0.9$$

V případě namáhání ohybem je nutno určit velikost součinitele gradientu napětí v_g .

Z obr .3 (přednáška 8) je

$$v_g(5) = 1.6$$

a tedy

$$\sigma_{co(5)}^x = \sigma_{cT(5)} v_g(5) \eta_p = 140 \times 1.6 \times 0.9 = 201.6 \text{ MPa}$$

1b) Mez únavy hladkého hřídele $\varnothing = 5 \text{ mm}$, namáhaného na tah.

V tomto případě je nutno uvažovat pouze vliv součinitele jakosti povrchu η_p .

Je tedy

$$\sigma_{cT(5)}^x = \sigma_{cT(5)} \eta_p = 140 \times 0.9 = 126 \text{ MPa}.$$

2a) Mez únavy hladkého hřídele $\varnothing = 20 \text{ mm}$, namáhaného na ohyb

Součinitel gradientu napětí $v_g(20)$ je roven

$$v_g(20) = 1.2.$$

Dále je nutno uvažovat součinitel velikosti součásti v

$$v = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{D}{d}} = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{20}{4}} = 0.833$$

a po dosazení

$$\sigma_{co(20)}^x = \sigma_{cT(5)} v_g(20) v \eta_p = 140 \times 1.2 \times 0.833 \times 0.9 = 126 \text{ MPa}$$

2b) Mez únavy hladkého hřídele $\varnothing = 20 \text{ mm}$, namáhaného na tah.

$$\sigma_{cT(20)}^x = \sigma_{cT(5)} v \eta_p = 140 \times 0.833 \times 0.9 = 105 \text{ MPa}$$

8.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Vypočtete mez únavy hladkého hřídele $\varnothing = 20 \text{ mm}$, namáhaného na ohyb, jestliže je dáno:

Mez únavy leštěného vzorku v ohybu $\sigma_{co(5)} = 230 \text{ MPa}$, mez kluzu $R_e = 600 \text{ MPa}$, povrch broušený.

Výsledek: $\sigma_{co(20)}^x = 185 \text{ MPa}$



8.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Vliv středního napětí na únavovou pevnost, smyčkové diagramy

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

9	VLIV STŘEDNÍHO NAPĚTÍ NA ÚNAVOVOU PEVNOST, SMYČKOVÉ DIAGRAMY	3
9.1	Vliv středního napětí na životnost součásti	4
9.1.1	Haighův diagram	4
9.1.2	Smithův diagram	6
9.1.3	Gerber-Weyrauchův diagram	7
9.2	Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy	7
9.3	Řešené příklady	8
9.4	Příklady k procvičení.....	10
9.5	Literatura.....	11



9 VLIV STŘEDNÍHO NAPĚTÍ NA ÚNAVOVOU PEVNOST, SMYČKOVÉ DIAGRAMY



OBSAH KAPITOLY:

Smyčkové diagramy (Haighův diagram, Smithův diagram, Gerber-Weyrauchův diagram).

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy.



MOTIVACE:

K posouzení vlivu středního napětí na životnost součástí slouží smyčkové diagramy. V přednášce je vysvětlena konstrukce a použití jednotlivých diagramů.

V této kapitole je posouzen vliv nesymetrie cyklu na mez únavy.



CÍL:

Vliv středního napětí na únavovou pevnost. Smyčkové diagramy.

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy při asymetrickém cyklu.

Mez únavy hladkých těles.

Uved'te hlavní vlivy na mez únavy hladkých těles.



9.1 VLIV STŘEDNÍHO NAPĚTÍ NA ŽIVOTNOST SOUČÁSTI

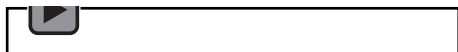
Skutečné zatěžování těles a konstrukcí je zpravidla nesymetrické, se statickou (střední) složkou napětí σ_m různou od nuly. Experimentálně bylo prokázáno, že pokud zvětšíme střední složku napětí σ_m , musíme zmenšit amplitudu napětí σ_a , aby životnost zůstala zachována.

K posouzení vlivu středního napětí na mez únavy slouží tzv. smyčkové diagramy a to zejména:

- Haighův diagram- udávající závislost $\sigma_a = f(\sigma_m)$
- Smithův diagram- udávající závislost $\sigma_h, \sigma_d = f(\sigma_m)$
- Gerber-Weyrauchův - udávající závislost $\sigma_d = f(\sigma_h)$



Audio 9.1 Smyčkové diagramy



Jednotlivými smyčkovými diagramy se nyní budeme zabývat podrobněji.

9.1.1 Haighův diagram

Na obr.1 je znázorněna mezní křivka Haighova diagramu. Libovolný bod mezní křivky souvisí se součinitelem nesymetrie cyklu R podle vztahu

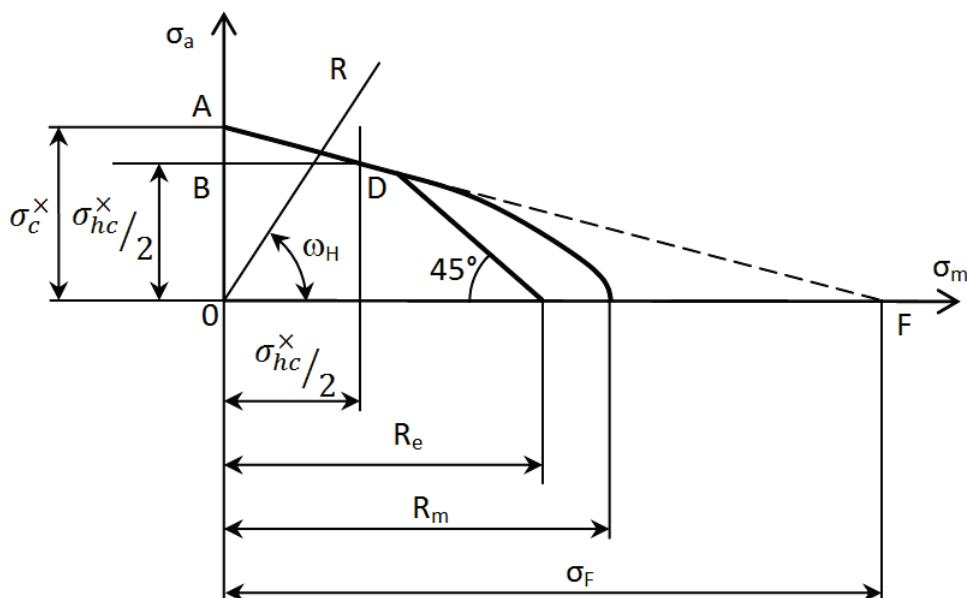
$$tg \omega_H = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-R}{1+R} \quad (9.1)$$

Ve skutečnosti pro konstrukci Haighova diagramu stačí znát mez únavy v symetrickém střídavém cyklu σ_c a v mívivém cyklu σ_{hc} (v obrázku jsou uvedeny meze únavy pro hladká tělesa $\sigma_c^x, \sigma_{hc}^x$).

V případě symetrického střídavého cyklu jsou střední napětí σ_m a amplituda napětí σ_a rovny $\sigma_m = 0; \sigma_a = \sigma_c^x$ (9.2)

a v případě mívivého cyklu

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{hc}^x}{2} \quad (9.3)$$



Obrázek 1

Část mezní křivky mezi body Haighova diagramu, znázorňující symetrický střídavý cyklus (bod A) a mívivý cyklus (bod D) je málo zakřivena a v praxi ji nahrazujeme přímkou, která vytíná na vodorovné ose úsek, odpovídající fiktivnímu napětí σ_F . Toto napětí můžeme určit z podobnosti trojúhelníků ABD a AOF, tedy



$$\sigma_F = \frac{\sigma_c^x}{2 \frac{\sigma_c^x}{\sigma_{hc}^x} - 1} = \frac{\sigma_c}{\psi} \quad (9.4)$$

kde

ψ - koeficient citlivosti k asymetrii cyklu.

V oblasti vysokocyklové únavy nepřipustíme napětí vyšší než mez kluzu materiálu R_e . Proto jsou v obr.1 střední složka napětí σ_m a amplituda napětí σ_a omezeny přímkou pod úhlem 45° .

K popisu mezních křivek se nejčastěji používají následující aproximace (obr.2):

a) Modifikovaná Goodmanova přímka

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (9.5)$$

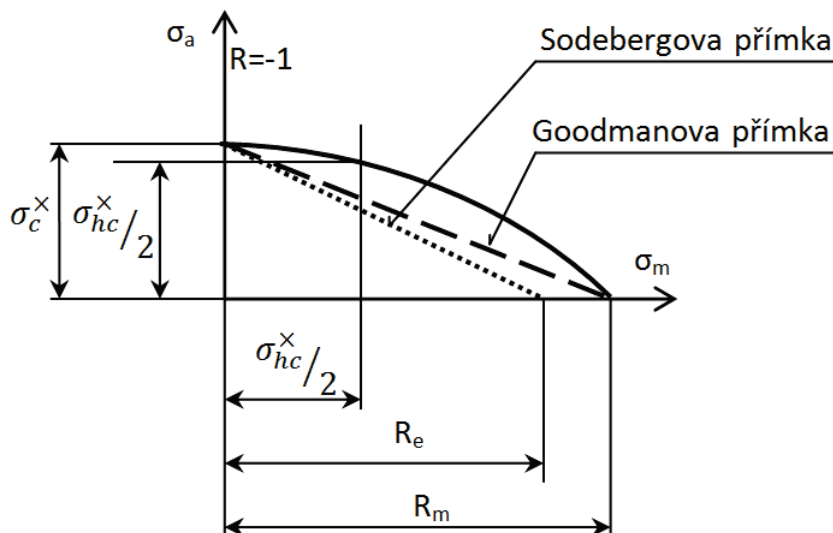
b) Sodebergova přímka – (v případě konstrukcí, jejichž porucha by měla katastrofické následky)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (9.6)$$

c) Gerberova parabola

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \quad (9.7)$$

tato rovnice dobře charakterizuje únavovou pevnost tvářených materiálů při tahovém předpětí; v oblasti záporných středních napětí $\sigma_m < 0$ nevede k růstu přípustných amplitud napětí σ_a . V těchto případech je vhodnější použít modifikovanou Goodmanovu přímku.



Obrázek 2

V případě namáhání krutem lze psát obdobné rovnice, ve kterých ovšem nezáleží na smyslu středního smyčkového napětí τ_m , tedy

$$\frac{\tau_a}{\tau_c^x} = 1 - \left(\frac{|\tau_m|}{\tau_p} \right)^k \quad (9.8)$$

kde

$$\tau_p = \frac{M_{kp}}{W_k} \quad (9.9)$$

M_{kp} - statický kroutící moment, vedoucí k lomu

W_k - moment odporu v krutu.

V rovnici (9.8) je exponent $k = 1$ pro modifikovanou Goodmanovu přímku a $k = 2$ pro Gerberovu parabolu.



9.1.2 Smithův diagram

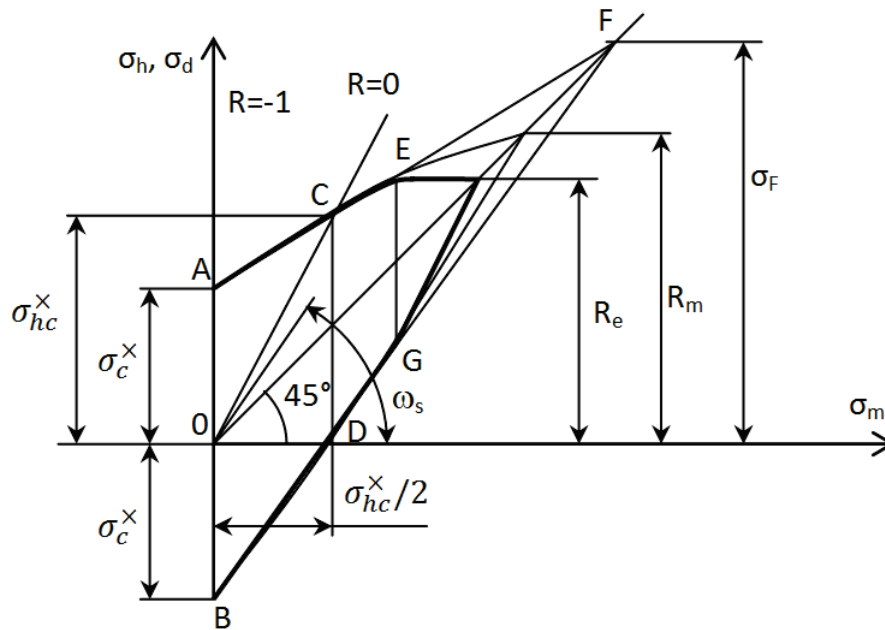
Obdobně jako u Haighova diagramu stačí pro konstrukci Smithova diagramu znát mez únavy v symetrickém střídavém cyklu σ_c^x a v mívivém cyklu σ_{hc} . V případě symetrického střídavého cyklu je

$$\sigma_m = 0; \sigma_h = -\sigma_d = \sigma_c^x \quad (9.10)$$

(body A a B v obrázku)

a v případě mívivého cyklu

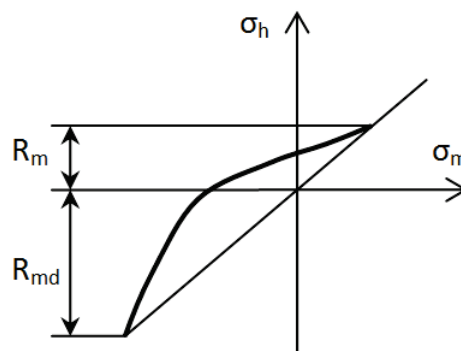
$$\sigma_m = \frac{\sigma_{hc}^x}{2}; \sigma_h = \sigma_{hc}^x; \sigma_d = 0 \quad (9.11)$$



Obrázek 2

$$\operatorname{tg} \omega_s = \frac{\sigma_h}{\sigma_m} = \frac{2}{1+R}. \quad (9.12)$$

V případě šedé litiny je Smithův diagram nesymetrický (obr.4). (R_{md} je mez pevnosti v tlaku).



Obrázek 4

Pro případ kladného středního napětí $\sigma_m > 0$ slouží k popisu mezní křivky následující rovnice [1]

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c^x} = \frac{1 - \frac{\sigma_m}{R_m}}{1 + \frac{\sigma_m}{R_m}} \quad (9.13)$$



9.1.3 Gerber-Weyrauchův diagram

V případě symetrického střídavého cyklu je

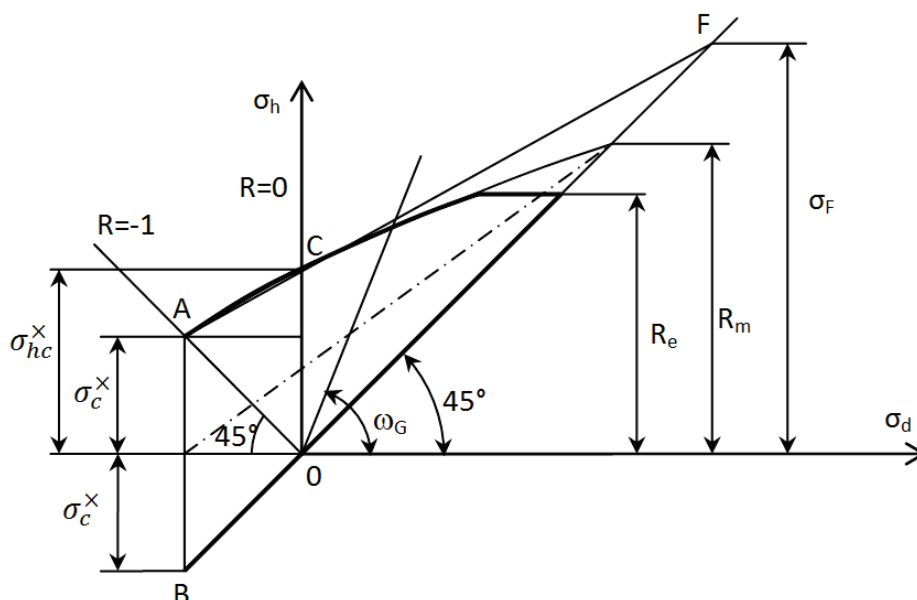
$$\sigma_h = -\sigma_d = \sigma_c^{\times} \quad (9.14)$$

(bod A v obrázku 5)

a v případě míjivého cyklu

$$\sigma_h = \sigma_{hc}^{\times}; \sigma_d = 0 \quad (9.15)$$

(bod C v obrázku 5).



Obrázek 5

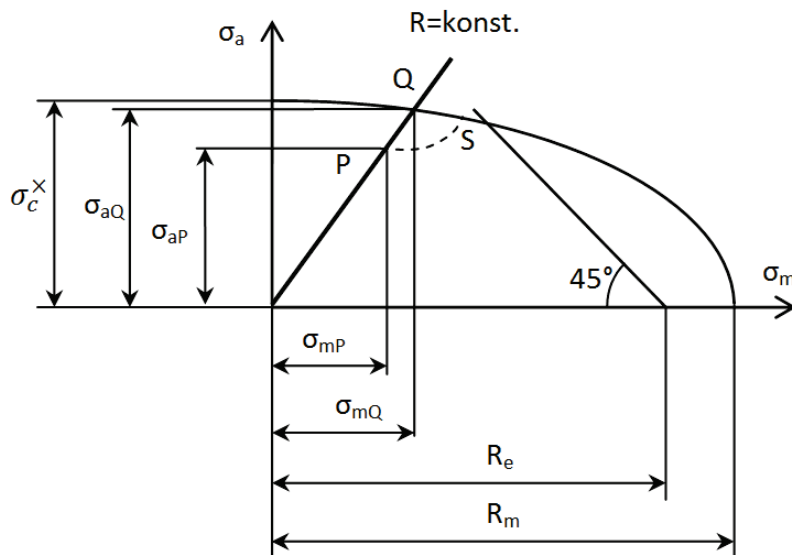
Diagram je opět tvořen dvěma větvemi. Horní větev určuje křivka procházející body AC, dolní větví je přímka, svírající s vodorovnou osou úhel 45° . Úhel ω_G souvisí se součinitelem nesymetrie cyklu podle vztahu

$$\operatorname{tg} \omega_G = \frac{\sigma_h}{\sigma_d} = \frac{1}{R}. \quad (9.16)$$

9.2 STANOVENÍ BEZPEČNOSTI VŮČI MEZI ÚNAVY

Namáhání dané součásti odpovídá v Haighově diagramu bod P, charakterizován středním napětím σ_{mP} a amplitudou napětí σ_{aP} . Bezpečnost vůči únavovému poškození závisí na změně těchto veličin v případě přetížení součásti. Nejjednodušší situace nastane, jestliže střední napětí i amplituda rostou při konstantním součiniteli nesymetrie cyklu R . Meznímu stavu odpovídá v Haighově diagramu bod Q (obr.6).





Obrázek 6

Součinitel bezpečnosti je tedy

$$k = \frac{\sigma_{aQ}}{\sigma_{aP}} = \frac{\sigma_{mQ}}{\sigma_{mP}}. \quad (9.17)$$

V mnohých případech však parametry cyklu vzrůstají nikoli podle přímky $R = konst.$, ale podle obecné křivky \widehat{PS} . V tomto případě je součinitel bezpečnosti definován následovně:

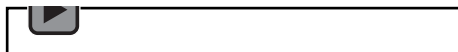
$$k_a = \frac{\sigma_{aS}}{\sigma_{aP}}; \quad k_m = \frac{\sigma_{mS}}{\sigma_{mP}} \quad (9.18)$$

K zapamatování:

- Skutečné zatěžování těles - zpravidla nesymetrické, se statickou (střední) složkou napětí σ_m různou od nuly.
- K posouzení vlivu středního napětí na mez únavy slouží smyčkové diagramy. Ke konstrukci každého diagramu nutno znát – mez únavy v symetrickém střídavém cyklu σ_c a v míjivém cyklu σ_{hc} , dále mez kluzu R_e a mez pevnosti R_m .



Audio 9.2 K zapamatování

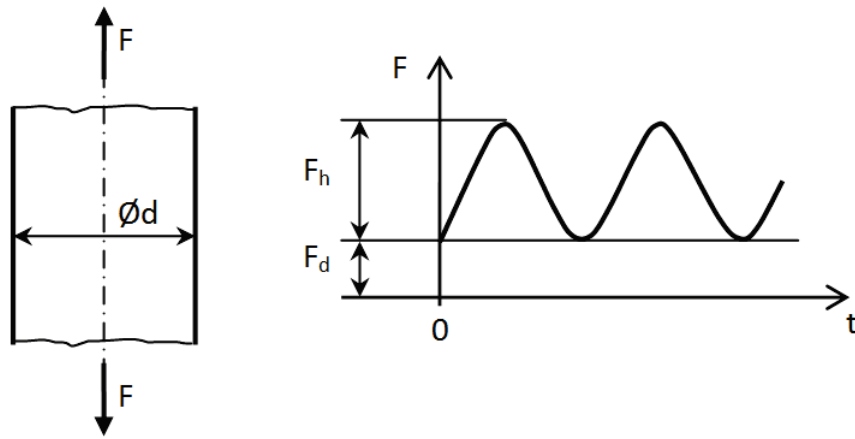


9.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Určete bezpečnost vůči mezi únavy u ocelového táhla, které je namáháno pulsující tahovou silou (obr. 1), jestliže je dáno:





Obrázek 1

Velikost zátěžných sil: $F_h = 100\text{kN}$, $F_d = 30\text{kN}$.

Mechanické vlastnosti materiálu: mez pevnosti $R_m = 690\text{MPa}$, mez kluzu $R_e = 470\text{MPa}$, mez únavy v symetrickém střídavém cyklu $\sigma_{ct(5)} = 260\text{MPa}$.

Povrch součásti je obroben.

K výpočtu aproximace Haighova diagramu použijte Goodmanovu přímku.

Řešení:

Součinitel nesymetrie cyklu je

$$R = \frac{F_d}{F_h} = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = 0.3$$

Horní napětí cyklu σ_h bude

$$\sigma_h = \frac{F_h}{\frac{\pi}{4}d^2} = \frac{100 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 30^2} = 141.5\text{MPa}$$

Zbývající napětí je možno vyjádřit pomocí součinitele nesymetrie cyklu

$$\sigma_d = R\sigma_h = 0.3 \times 141.5\text{MPa} = 42.45\text{MPa}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_h - \sigma_d}{2} = \frac{\sigma_h}{2}(1 - R) = \frac{141.5}{2} \times (1 - 0.3) = 49.5\text{MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_d}{2} = \frac{\sigma_h}{2}(1 + R) = \frac{141.5}{2} \times (1 + 0.3) = 92\text{MPa}$$

Pro $R_m = 690\text{MPa}$ a obrobený povrch určíme z diagramu (obr.4 – kapitola 8) součinitel jakosti povrchu $\eta_p = 0.89$.

Součinitel velikosti součásti v určíme ze vztahu (8.3 – kapitola 8)

$$v = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{D}{d}} = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{30}{10}} = 0.852.$$

Mez únavy tedy bude

$$\sigma_c^x = \sigma_{ct(30)} = \sigma_{ct(5)} v \eta_p = 260 \times 0.852 \times 0.89 = 197.15\text{MPa}$$

Přípustnou amplitudu napětí σ_{ap} určíme z Haighova diagramu (obr.2). Z počátku souřadnicového systému vedeme přímku pod úhlem $\omega_H = \arctg \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \arctg \frac{1-R}{1+R} = 28.3^\circ$ a průsečík této přímky s mezní přímku Goodmanovou určuje přípustné napětí σ_{ap} .

Zmíněné napětí σ_{ap} je možno rovněž určit analyticky na základě rovnice Goodmanovy přímky

$$\frac{\sigma_{ap}}{\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_{mp}}{R_m}$$

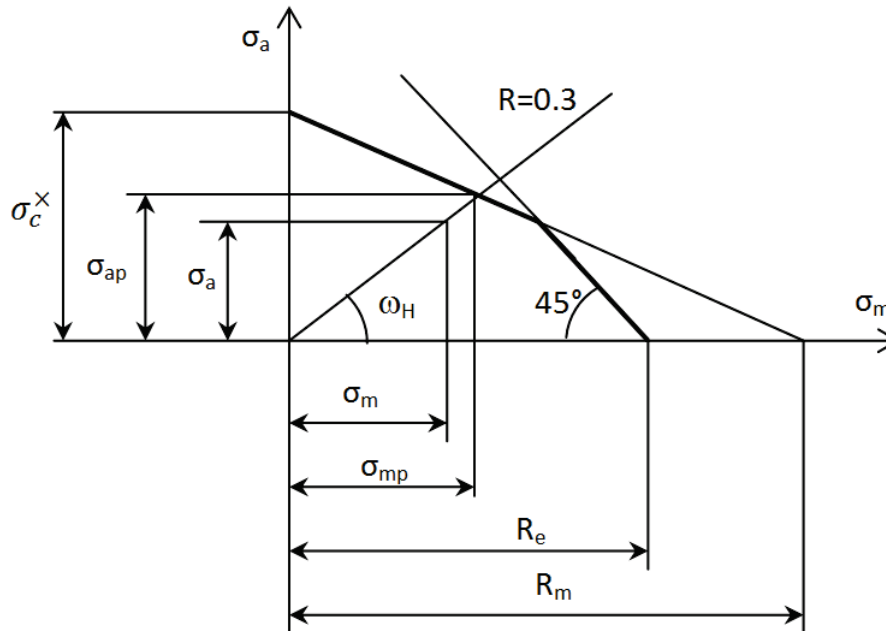
a po dosazení za σ_{ap} a σ_{mp} obdržíme



$$\frac{\sigma_{hp}(1-R)}{2\sigma_c^x} = 1 - \frac{\sigma_{hp}(1+R)}{2R_m}$$

Odtud

$$\sigma_{hp} = \frac{1}{\frac{1-R}{2\sigma_c^x} + \frac{1+R}{2R_m}} = \frac{1}{\frac{1-0.3}{2 \times 197.15} + \frac{1+0.3}{2 \times 690}} = 368 \text{ MPa}$$



Obrázek 2

a

$$\sigma_{ap} = \frac{\sigma_{hp}}{2} = \frac{368}{2} (1 - 0.3) = 128.9 \text{ MPa}$$

Součinitel bezpečnosti bude

$$k = \frac{\sigma_{ap}}{\sigma_a} = \frac{128.9}{49.5} = 2.6$$

9.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Určete bezpečnost vůči mezi únavy u ocelového táhla z příkladu č.1, jestliže je táhlo namáháno symetricky střídavým tahem-tlakem.

Výsledek $k = 3.98$



9.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Vliv vrubu na mez únavy, součinitel vrubu

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

10	VLIV VRUBU NA MEZ ÚNAVY, SOUČINITEL VRUBU	3
10.1	Mez únavy těles s vruby	4
10.2	Smyčkové diagramy částí s vruby	5
10.3	Řešené příklady	7
10.4	Příklady k procvičení.....	11
10.5	Literatura.....	12



10 VLIV VRUBU NA MEZ ÚNAVY, SOUČINITEL VRUBU



OBSAH KAPITOLY:

Mez únavy těles s vruby.

Smyčkové diagramy součástí s vruby.



MOTIVACE:

Většina součástí, se kterými se setkáváme v technické praxi, nejsou prizmatického charakteru (nemají konstantní průřez). Přednáška se zabývá posouzením vrubových účinků na mez únavy.

V kapitole je na názorných příkladech posouzen vliv vrubového účinku na mez únavy.



CÍL:

Mez únavy těles s vruby. Součinitel vrubu.

Smyčkové diagramy částí s vruby

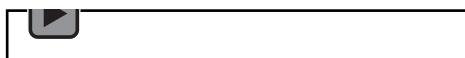


10.1 MEZ ÚNAVY TĚLES S VRUBY

V reálných součástech existují vždy koncentrátoři napětí, ve kterých se přednostně iniciují trhliny. Účinek vrubu je vyjádřen součinitelem vrubu β , který je definován jako podíl meze únavy části bez vrubu σ_c^x k mezi únavy částí s vrubem σ_c^*



Audio 10.1 Mez únavy



$$\beta = \frac{\sigma_c^x}{\sigma_c^*} \quad (10.1)$$

Součinitel vrubu β je možno stanovit podle několika teorií.

Nejstarší vztah pochází od Thuma-Buchmana, který definuje součinitel vrubové citlivosti q

$$q = \frac{\beta-1}{\alpha_t-1} \quad (10.2)$$

kde α_t je součinitel koncentrace napětí.

Vzhledem k tomu, že $\beta \leq \alpha_t$, je součinitel vrubové citlivosti $q \leq 1$.

Hodnoty q a β je podle Petersna možno určit z následujícího vztahu

$$q = \frac{1}{1+\frac{a}{\rho}} \quad (10.3)$$

Kde ρ je poloměr křivosti vrubu a a je materiálová konstanta, mající délkový rozměr. Hodnoty konstanty a jsou pro některé materiály uvedené v následující tabulce.

Materiál	a [mm]
Slitiny hliníku	0.51
Žíhané nízkouhlíkové oceli	0.25
Kalené a popouštěné oceli	0.064

Tabulka 1

Peterson rovněž dokázal, že veličina a je závislá u ocelí na mezi pevnosti v tahu podle následujícího vztahu [4]

$$\log a = 2.654 \times 10^{-7} R_m^2 - 1.309 \times 10^{-3} R_m + 0.01103 \quad (10.4)$$

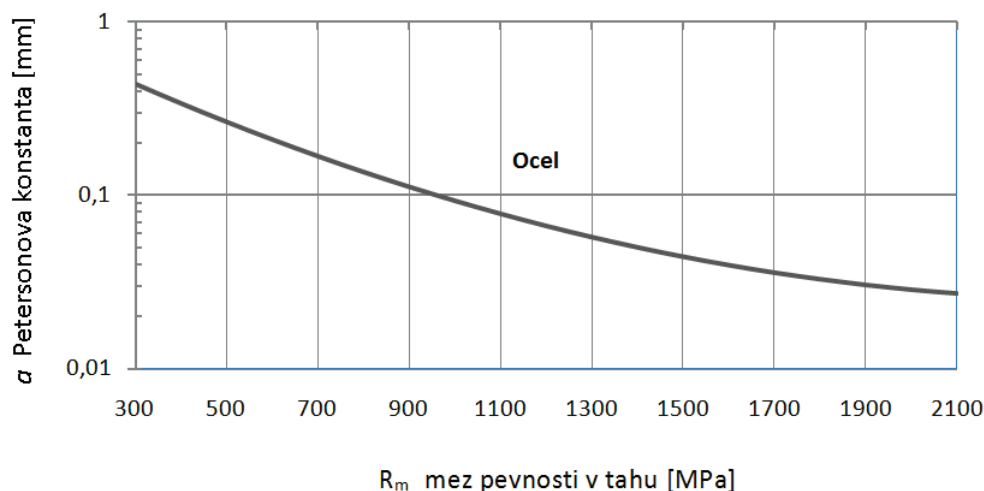
odtud

$$a = 10^{\log a} \quad (10.5)$$

Uvedené vztahy jsou platné pro

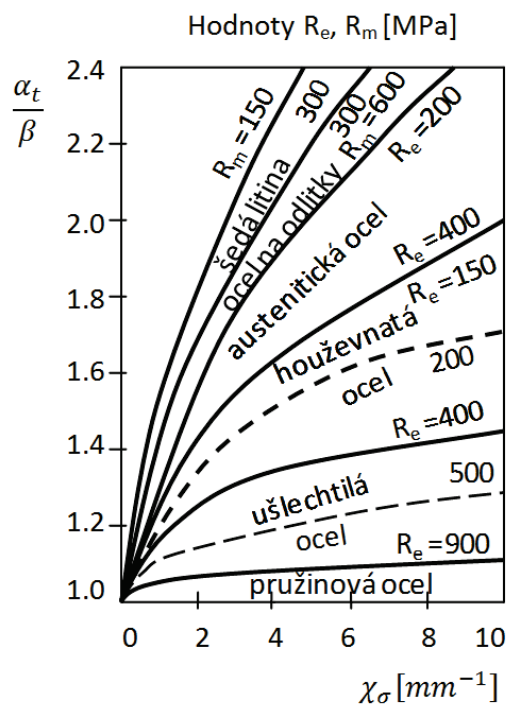
$$345 \leq R_m \leq 2070 \text{ MPa}. \quad (10.6)$$

Závislost Petersonovy konstanty na mezi pevnosti v tahu je znázorněna na obr. 1



Obrázek 1





Další jednoduchý způsob výpočtu součinitele vrubu navrhli na základě experimentů Siebela a Stielera, podle nichž je

$$\frac{\alpha_t}{\beta} = 1 + \sqrt{c\chi_\sigma} \quad (10.7)$$

kde χ_σ je poměrný gradient napětí a c je materiálová konstanta. Graficky jsou průběhy rovnice (10.7) znázorněny na obr.2.

Mez únavy částí s vruby σ_c^* je pak definována následovně

$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_c^\times}{\beta} = \frac{\sigma_c v_\sigma}{\beta} \eta_p \quad (10.8)$$

a

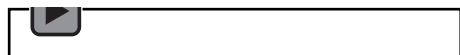
$$\tau_c^* = \frac{\tau_c^\times}{\beta} = \frac{\tau_c v_\tau}{\beta} \eta_{pk}. \quad (10.9)$$

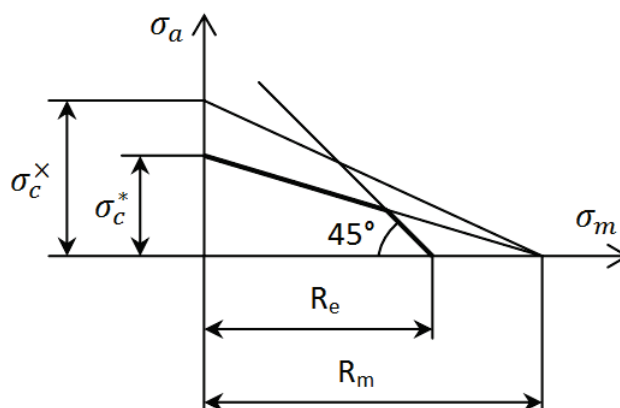
10.2 SMYČKOVÉ DIAGRAMY ČÁSTÍ S VRUBY

U houževnatých materiálu se účinek vrubu projevuje pouze na střídané složce cyklu, kde ovlivňuje velikost amplitudy napětí (obr.3), střední napětí zůstává nezměněno. U křehkých materiálů vruby ovlivňují i statické mechanické vlastnosti (obr.4).



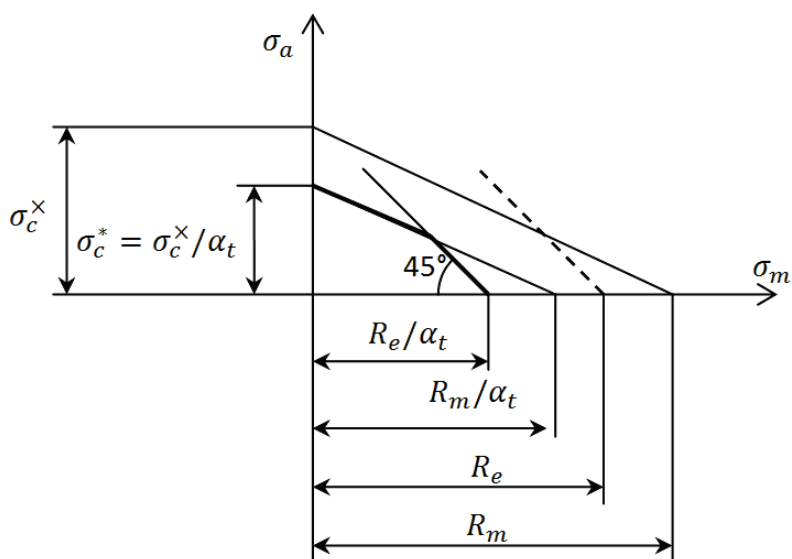
Audio 10.2 Smyčkové diagramy



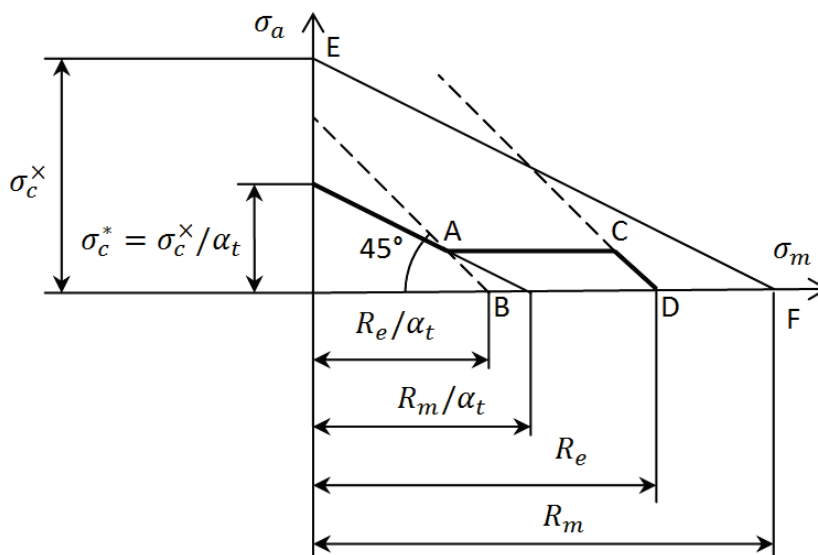


Obrázek 3

U materiálů s vysokým poměrem meze kluzu k mezi pevnosti navrhl Gunn konstrukci mezní čáry založené na předpokladu, že součinitel vrubové citlivosti $q = 1$, tj. $\alpha = \beta$ (obr.5). Na rozdíl od Haighova diagramu pro křehké materiály (obr.3) není po dosažení meze kluzu v kořeni vrubu (bod A) při zvýšení středního napětí σ_m snižovat amplitudu napětí σ_a podle přímky \overline{AB} . V této oblasti diagramu horní napětí $\sigma_h = \sigma_m + \sigma_a$ se jen málo mění, neboť u kořene vrubu vznikají plastické deformace. V bodě C je dosaženo meze kluzu v celém průřezu pod vrubem. Při dalším zvýšení středního napětí σ_m je již nutno pro stejnou životnost snižovat amplitudu podle přímky \overline{CD} .



Obrázek 4



Obrázek 5

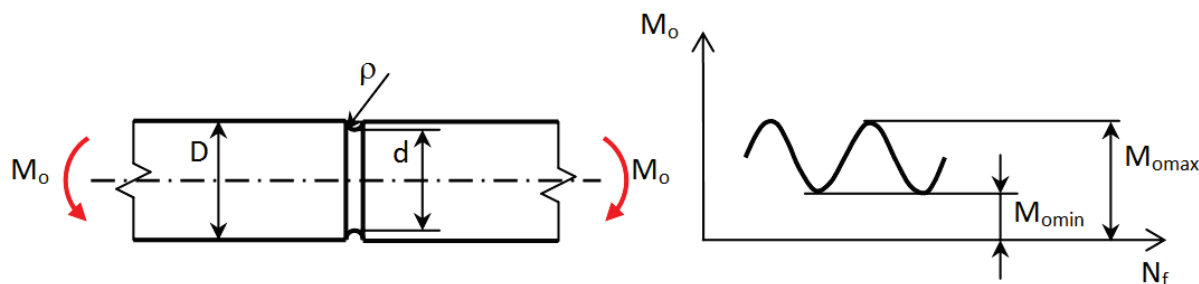
K zapamatování:

- Součinitel vrubu - definován jako podíl meze únavy části bez vrubu k mezi únavy částí s vrubem.
- Součinitel vrubu – vždy menší než součinitel koncentrace napětí.
- V případě houževnatých materiálů vrub ovlivňuje pouze velikost amplitudy napětí, v případě křehkých materiálů vrub ovlivňuje i střední složku napětí.

10.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY**Příklad 1**

Hřídel se zápichem (obr.1) je namáhán ohybovým momentem M_0 . Posuďte jeho bezpečnost vůči mezi únavy, jestliže je dáno: $M_{0max} = 1.4Nm$, $M_{0min} = 0.4Nm$, $R_m = 650MPa$, $R_e = 520MPa$, $D = 8mm$, $d = 6mm$, $\rho = 0,6mm$.

Povrch vrubu jemně broušený. K posouzení bezpečnosti použijte Gerberovy paraboly.



Obrázek 1

Řešení:

Výpočet normálových napětí od ohybového momentu

$$\sigma_h = \frac{32M_{0max}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 1.4 \times 10^3}{\pi \times 6^3} = 66MPa$$

$$\sigma_d = \frac{32M_{0min}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 0.4 \times 10^3}{\pi \times 6^3} = 18.9MPa$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_h - \sigma_d}{2} = 23.6MPa$$



$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_d}{2} = 42.4 \text{ MPa}$$

Součinitel nesymetrie cyklu je roven

$$R = \frac{\sigma_d}{\sigma_h} = 0.286$$

Mez únavy v ohybu za rotace leštěného vzorku $\varnothing - 10 \text{ mm}$ je možno určit podle [1]

$$\sigma_{oR,C}^{\times}(10) = 0.36R_m + 44 = 0.36 \times 650 + 44 = 278 \text{ MPa}$$

Pro výpočet meze únavy broušeného hřídele $\varnothing - 6 \text{ mm}$ je nutno uvážit jednak vliv součinitele jakosti povrchu η_p , dále součinitel gradientu napětí v_g a součinitel velikosti součásti v (viz obr. 3 a 4 – přednáška 8)

Je tedy

$$\begin{aligned} \eta_p &= 0.91 \\ v_g(6) &= 1.55 \\ v_g(10) &= 1.36 \\ v &= 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{10}{6}} = 0.899 \end{aligned}$$

a

$$\sigma_{oR,C}^{\times}(6) = \sigma_{oR,C}^{\times}(10) \frac{v_g(6)}{v_g(10)} \frac{1}{v} \eta_p = 278 \times \frac{1.55}{1.36} \times \frac{1}{0.899} \times 0.91 = 321 \text{ MPa}$$

Při stanovení součinitele vrubu β uvážíme $\beta = \alpha_t$ (jsme na straně větší bezpečnosti). Součinitel koncentrace napětí α_t můžeme např. určit z obr.3 – přednáška 1.

Je tedy

$$\beta = \alpha_t = f\left(\frac{\rho}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{0.6}{6}; \frac{8}{6}\right) \Rightarrow \beta = 1.84$$

Mez únavy součásti s vrubem

$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_{oR,C}^{\times}(6)}{\beta} = \frac{321}{1.84} = 174.4 \text{ MPa}$$

Přípustnou amplitudu napětí σ_{aG} (obr.2) určíme z rovnice Gerberovy paraboly

$$\frac{\sigma_{aG}}{\sigma_c^*} = 1 - \left(\frac{\sigma_{mG}}{R_m}\right)^2$$

Jestliže dosadíme za

$$\sigma_{mG} = \sigma_{aG} \frac{1+R}{1-R}$$

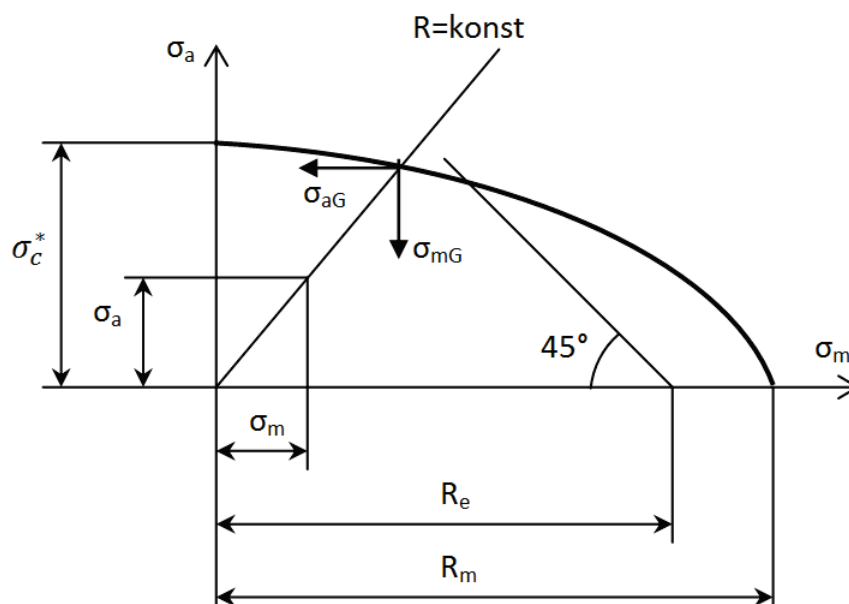
dostaneme po vyřešení

$$\begin{aligned} \sigma_{aG} &= 145.9 \text{ MPa} \\ \sigma_{mG} &= 262.7 \text{ MPa} \end{aligned}$$

a bezpečnost vůči mezi únavy bude

$$k = \frac{\sigma_{aG}}{\sigma_a} = \frac{\sigma_{mG}}{\sigma_m} = \frac{145.9}{23.6} = \frac{262.7}{42.4} = 6.18$$

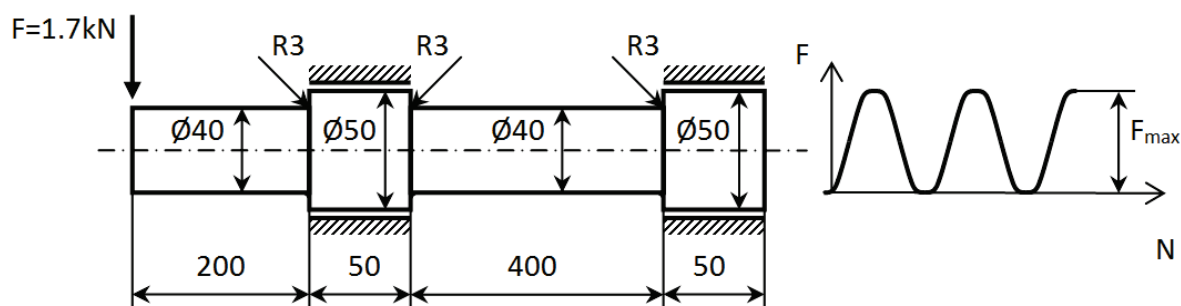




Obrázek 2

Příklad 2

Hřídel zatížený a uložený podle obr.3 je namáhán mĭjivým cyklem. Je povrchově kalena a jemně broušen. Stanovte bezpečnost vůči mezi únavy. Z materiálových podkladů je: $\sigma_{co(10)} = 270\text{MPa}$, $R_e = 295\text{MPa}$, $R_m = 510\text{MPa}$. K výpočtu použijte Goodmanovu přímku.

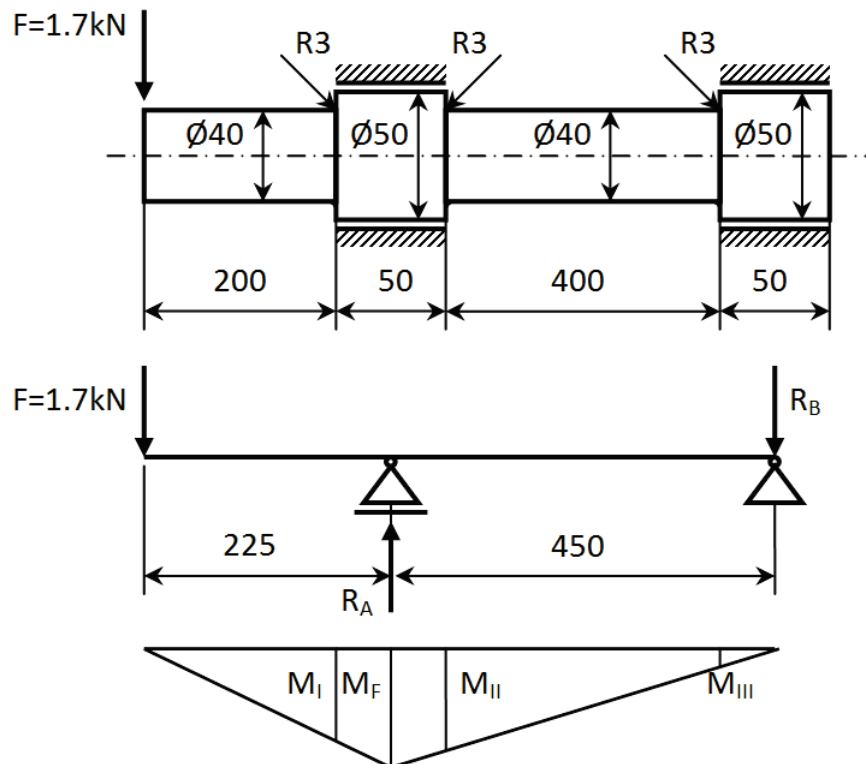


Obrázek 3

Řešení:

Výpočet reakcí a stanovení maximálního ohybového momentu





Obrázek 4

$$R_B = F \times \frac{225}{450} = 1700 \times \frac{225}{450} = 850N$$

$$M_I = F \times 200 = 1700 \times 200 = 340000Nmm$$

$$M_F = F \times 225 = 1700 \times 225 = 382500Nmm$$

$$M_{II} = R_B \times 425 = 850 \times 425 = 361250Nmm$$

$$M_{III} = R_B \times 25 = 850 \times 25 = 21250Nmm$$

Z řešení vyplývá, že největší namáhání bude v místě II.

Výpočet ohybových napětí v místě II

$$\sigma_h = \frac{32M_{II}}{\pi d^3} = \frac{32 \times 361250 \times 10^3}{\pi \times 40^3} = 57.5MPa$$

Střední složka napětí σ_m a amplituda napětí σ_a v případě mívivého cyklu jsou rovny

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_h}{2} = 28.9MPa$$

Mez únavy hladké součásti $\phi = 40mm$

$$\sigma_{co(40)}^x = \sigma_{co(10)} \frac{v_g(40)}{v_g(10)} v \eta_p$$

kde

$$v_g(40) = 1.23$$

$$v_g(10) = 1.38$$

$$v = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{40}{10}} = 0.833$$

$$\eta_p = 0.93$$

Po dosazení je

$$\sigma_{co(40)}^x = \sigma_{co(10)} \frac{v_g(40)}{v_g(10)} v \eta_p = 270 \times \frac{1.23}{1.38} \times 0.833 \times 0.93 = 186.4MPa$$

Součinitel vrubu β



$$\beta \cong \alpha_t = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{3}{40}; \frac{50}{40}\right) = 1.75$$

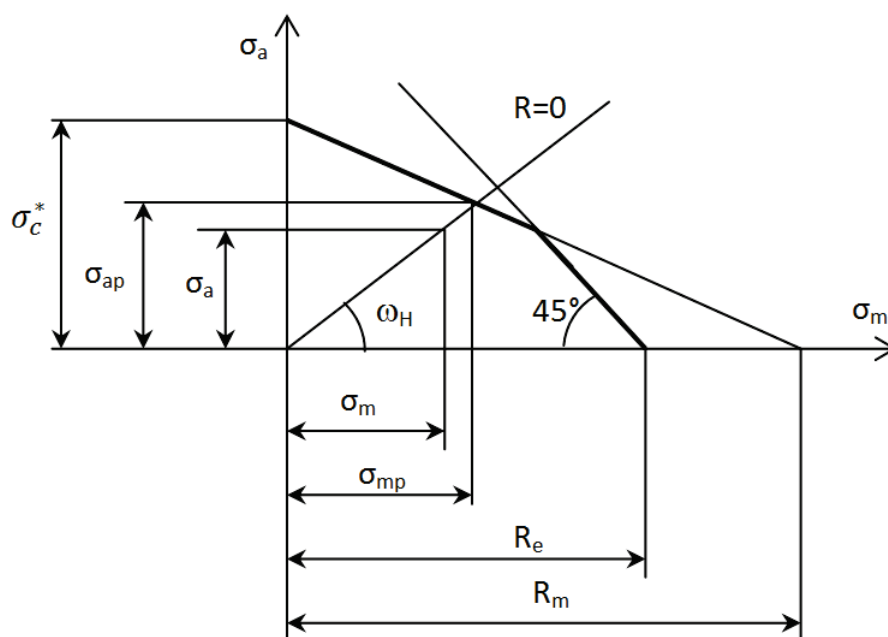
Mez únavy součásti s vrubem

$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_{co(40)}^*}{\beta} = \frac{186.4}{1.75} = 106.5 \text{ MPa}$$

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy

Při aproximaci Goodmanovou přímkou bude (obr.5)

$$\frac{\sigma_{ap}}{\sigma_c^*} = 1 - \frac{\sigma_{mp}}{R_m}$$



Obrázek 5

V případě mívivého cyklu bude

$$\sigma_{ap} = \frac{\sigma_c^* R_m}{R_m + \sigma_c^*} = \frac{106.5 \times 510}{510 + 106.5} = 88.1 \text{ MPa}$$

a bezpečnost vůči mezi únavy

$$k_c = \frac{\sigma_{ap}}{\sigma_a} = \frac{88.1}{28.9} = 3$$

10.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Stanovte bezpečnost vůči mezi únavy z předešlého příkladu, jestliže hřídel je namáhán symetrickým střídavým cyklem.

Výsledek $k_c = 1.85$



10.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

11	VLIV VÍCEOSÉ NAPJATOSTÍ NA MEZ ÚNAVY HLADKÝCH TĚLES	3
11.1	Proporcionální a neproporcionální zatěžování	4
11.2	Kriterium kritické roviny.....	4
11.3	Řešené příklady	6
11.4	Příklady k procvičení.....	9
11.5	Literatura.....	10



11 VLIV VÍCEOSÉ NAPJATOSTÍ NA MEZ ÚNAVY HLADKÝCH TĚLES



OBSAH KAPITOLY:

Proporcionální a neproporcionální zatěžování.

Kriteria kritické roviny.



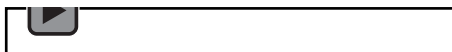
MOTIVACE:

V předcházejících kapitolách byla zkoumána únava materiálu při jednoosé napjatosti. Části strojů a konstrukcí jsou ale za provozu mnohdy namáhány víceosým napětěovým stavem. Posouzením vlivu víceosé napjatosti na mez únavy se zabývají kriteria uvedená v přednášce.

Na ukázkovém příkladu je prezentováno stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy při víceosé napjatosti podle jednotlivých kritérií.



Audio 11.1 Motivace



CÍL:

Vliv víceosé napjatosti na mez únavy hladkých těles. Přístupy kritické roviny.



11.1 PROPORCIONÁLNÍ A NEPROPORCIONÁLNÍ ZATĚŽOVÁNÍ

Napjatost v bodě tělesa je dána tenzorem napětí

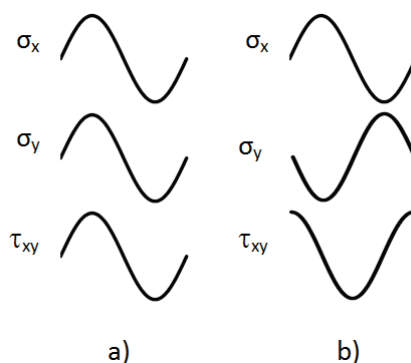
$$T_{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (11.1)$$

Pro smykové složky tenzoru napětí platí, že absolutní hodnoty sdružených napětí jsou stejné, tedy

$$|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|, |\tau_{xz}| = |\tau_{zx}|, |\tau_{yz}| = |\tau_{zy}|, \quad (11.2)$$

takže napětěový stav je obecně definován šesti složkami napětí: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$.

Jednotlivé složky tenzoru napětí mohou působit ve fázi – jedná se o tzv. proporcionální zatěžování (obr. 1a) anebo mimo fázi – neproporcionální zatěžování (obr. 1b). Nepříznivější je případ soufázového napětí, neboť vede ke kratším životnostem.

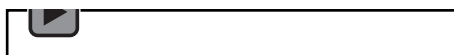


Obrázek 1

V případě víceosé napjatosti je nutno stanovit ekvivalentní napětí σ_{ek} , zahrnující do výpočtu složky tenzoru napětí. Mez únavy σ_c v případě víceosé napjatosti pak může být definována jako limitní hodnota ekvivalentního napětí σ_{ek} , pod kterou nedochází k iniciaci únavových trhlin.



Audio 11.2 Složky tenzoru napětí

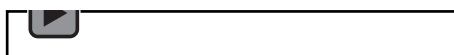


11.2 KRITERIUM KRITICKÉ ROVINY

Z makroskopického hlediska je únavový proces řízen jednak složkou normálového napětí a dále složkou smykového napětí.



Audio 11.3 Kritická rovina



Na porušení má vliv střední normálové napětí σ_m

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (11.3)$$

a smyková složka napětí τ .

Maximální smykové napětí je možno určit pomocí Guestovy hypotézy

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}, \quad (11.4)$$

přičemž platí podmínka

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3. \quad (11.5)$$

Jiný možný způsob je určení smykového napětí τ_o na oktaedrické rovině



$$\tau_o = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}, \quad (11.6)$$

které je až na konstantu úměrné redukovanému napětí podle hypotézy HMM

$$\sigma_{HMM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}. \quad (11.7)$$

Vlivem středního napětí σ_m a smykového napětí τ na únavovou životnost se zabývají následující kritéria:

1. Crosslandovo kritérium

K únavovému poškození dojde, jestliže v libovolném časovém okamžiku t platí

$$\sigma_{ek}(t) = \sigma_{aHMM}(t) + \alpha_C \sigma_{m,max} > \sigma_{CC} \quad (11.8)$$

kde

$\sigma_{m,max}$ je maximální střední napětí v průběhu zatěžovacího cyklu.

V případě proporcionálního zatěžování, kdy složky napětí jsou ve fázi je možno Crosslandovo kritérium psát ve tvaru

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2} + \alpha_C \sigma_{m,max} > \sigma_{CC} \quad (11.9)$$

Veličiny α_C a σ_{CC} se určí z únavových zkoušek pro jednoosou napjatost pro dva různé součinitele nesymetrie cyklu.

V případě symetrického střídavého cyklu ($R=-1$) je

$$\sigma_{1a} = \sigma_c; \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.10)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_c; \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0. \quad (11.11)$$

a po dosazení

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2\sigma_c^2} + \alpha_C \frac{\sigma_c}{3} = \sigma_c + \alpha_C \frac{\sigma_c}{3} = \sigma_{CC} \quad (11.12)$$

V případě míjivého cyklu ($R=0$) je

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_{hc}}{2}; \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.13)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_{hc}; \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0. \quad (11.14)$$

a po dosazení

$$\sigma_{ekC} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_{hc}}{2} \right)^2} + \alpha_C \frac{\sigma_{hc}}{3} = \frac{\sigma_{hc}}{2} + \alpha_C \frac{\sigma_{hc}}{3} = \sigma_{CC} \quad (11.15)$$

Srovnáním (11.12) a (11.15) obdržíme

$$\alpha_C = \frac{3(\sigma_c - \frac{\sigma_{hc}}{2})}{\sigma_{hc} - \sigma_c} \quad (11.16)$$

a

$$\sigma_{CC} = \sigma_c + \alpha_C \frac{\sigma_c}{3} \quad (11.17)$$

2. Dang Vanovo kritérium

K únavovému poškození dojde, jestliže v libovolném časovém okamžiku t platí

$$\sigma_{ek}(t) = \tau_a(t) + \alpha_{DV} \sigma_{m,max} > \sigma_{cDV} \quad (11.18)$$

V případě proporcionálního zatěžování, kdy složky napětí jsou ve fázi je možno Dang Vanovo kritérium psát ve tvaru

$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_{1a} - \sigma_{3a}}{2} + \alpha_{DV} \sigma_{m,max} > \sigma_{cDV} \quad (11.19)$$

V případě symetrického střídavého cyklu ($R=-1$) je

$$\sigma_{1a} = \sigma_c; \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.20)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_c; \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0 \quad (11.21)$$

a po dosazení

$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_c}{2} + \alpha_{DV} \frac{\sigma_c}{3}. \quad (11.22)$$

V případě míjivého cyklu ($R=0$) je

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_{hc}}{2}; \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.23)$$

$$\sigma_{1max} = \sigma_{hc}; \sigma_{2max} = \sigma_{3max} = 0. \quad (11.24)$$

a po dosazení



$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_{hc}}{4} + \alpha_{DV} \frac{\sigma_{hc}}{3} = \sigma_{cDV} \quad (11.25)$$

Srovnáním (11.22) a (11.25) obdržíme

$$\alpha_{DV} = \frac{3\left(\frac{\sigma_c - \sigma_{hc}}{4}\right)}{\sigma_{hc} - \sigma_c} \quad (11.26)$$

a

$$\sigma_{cDV} = \frac{\sigma_c}{2} + \alpha_{DV} \frac{\sigma_c}{3} \quad (11.27)$$

3. Sinesovo kritérium

Toto kritérium vychází z předpokladu, že o únavovém poškození rozhoduje amplituda oktaedrického smykového napětí τ_{oa} a střední normálové napětí σ_m .

V případě proporcionálního zatěžování, Sinesovo kritérium psát ve tvaru

$$\sigma_{eks} = \tau_{oa} + \alpha_S(3\sigma_m) > \sigma_{cS} \quad (11.28)$$

kde

$$\tau_{oa} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2} \quad (11.29)$$

a

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m}) \quad (11.30)$$

V případě symetrického střídavého cyklu ($R=-1$) je

$$\sigma_{1a} = \sigma_c; \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.31)$$

$$\sigma_{1m} = \sigma_{2m} = \sigma_{3m} = 0. \quad (11.32)$$

a po dosazení

$$\sigma_{cS} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c \quad (11.33)$$

V případě míjivého cyklu ($R=0$) je

$$\sigma_{1a} = \frac{\sigma_{hc}}{2}; \sigma_{2a} = \sigma_{3a} = 0 \quad (11.34)$$

$$\sigma_{1m} = \frac{\sigma_{hc}}{2}; \sigma_{2m} = \sigma_{3m} = 0. \quad (11.35)$$

a po dosazení

$$\frac{\sqrt{2}}{6} \sigma_{hc} + \alpha_S \frac{\sigma_{hc}}{2} = \sigma_{cS} \quad (11.36)$$

Po dosazení za σ_{cS} z rovnice (11.33) obdržíme

$$\alpha_S = \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c - \frac{\sqrt{2}}{6} \sigma_{hc} \right) \frac{2}{\sigma_{hc}} \quad (11.37)$$

K zapamatování:

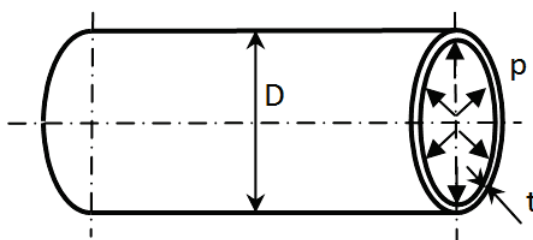
- Proporcionální zatěžování – složky tenzoru napětí jsou ve fázi.
- Neproporcionální zatěžování – složky tenzoru napětí jsou mimo fázi.
- V případě víceosé napjatosti má na únavové poškození vliv složka normálového napětí a dále složka smykového napětí.

11.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Tlaková nádoba (obr.1) o průměru $D = 1m$ a tloušťce $t = 10mm$ je namáhána cyklickým tlakem. Stanovte bezpečnost vůči mezi únavy podle Crosslandova kriteria, Dang Vanova kriteria a Sinesova kriteria, jestliže je dáno:





Obrázek 1

Průměr: $D = 1m$

Tloušťka stěny nádoby: $t = 12mm$

Tlakové zatížení: $p_{max} = 3MPa$, $p_{min} = 0.8MPa$

Mez únavy v symetrickém střídavém cyklu: $\sigma_c = 140MPa$

Mez únavy v mívivém cyklu: $\sigma_{hc} = 260MPa$.

Řešení:

Předpokládáme, že tloušťka stěny nádoby je vzhledem k průměru malá a napětí v nádobě určíme podle teorie tenkostěnných nádob.

Podle Laplaceovy teorie jsou hlavní napětí

$$\sigma_1 = \sigma_m = \frac{pD}{2t}; \sigma_2 = \sigma_t = \frac{pD}{4t} = \frac{\sigma_1}{2}; \sigma_3 = 0$$

a amplitudy napětí

$$\sigma_{1a} = \frac{p_a D}{2t}; \sigma_{2a} = \frac{p_a D}{4t}; \sigma_{3a} = 0$$

kde

$$p_a = \frac{p_{max} - p_{min}}{2}$$

a) Výpočet bezpečnosti podle Croslandova kritéria

Podle (11.9 – kapitola 11) je

$$\sigma_{ekc} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2} + \alpha_c \sigma_{m,max}$$

kde

$$\sigma_{m,max} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_1}{2}\right) = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{p_{max} D}{4t}$$

Po dosazení obdržíme

$$\sigma_{ekc} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sigma_{1a}^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1\right)} + \alpha_c \sigma_{m,max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(p_{max} - p_{min}) D}{4} \frac{D}{t} + \alpha_c \frac{p_{max} D}{4t}$$

Dosazením zadaných hodnot obdržíme

$$\alpha_c = \frac{3\left(\sigma_c - \frac{\sigma_{hc}}{2}\right)}{\sigma_{hc} - \sigma_c} = \frac{3 \times \left(140 - \frac{260}{2}\right)}{260 - 140} = 0.25$$

a

$$\sigma_{ekc} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(p_{max} - p_{min}) D}{4} \frac{D}{t} + \alpha_c \frac{p_{max} D}{4t} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{(3 - 0.8) \times 1000}{4 \times 12} + 0.25 \times \frac{3 \times 1000}{4 \times 12} = 55.315 [MPa]$$

Mez únavy je podle (11.17)

$$\sigma_{cc} = \sigma_c + \alpha_c \frac{\sigma_c}{3} = 140 + 0.25 \times \frac{140}{3} = 151.7 [MPa]$$

Součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy

$$k_C = \frac{\sigma_{cc}}{\sigma_{ekc}} = \frac{151.7}{55.315} = 2.74$$

(a)



b) Výpočet bezpečnosti podle Dang Vanova kritéria
Podle (11.19) je

$$\sigma_{ekDV} = \frac{\sigma_{1a} - \sigma_{3a}}{2} + \alpha_{DV} \sigma_{m,max}$$

kde

$$\sigma_{m,max} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_1}{2}\right) = \frac{\sigma_1}{2} = \frac{p_{max}D}{4t}$$

a

$$\frac{\sigma_{1a}}{2} = \frac{p_a D}{4t} = \frac{(p_{max} - p_{min})D}{8t}$$

Po dosazení obdržíme

$$\sigma_{ekDV} = \frac{(p_{max} - p_{min})D}{8t} + \alpha_{DV} \frac{p_{max}D}{4t}$$

Dosazením zadaných hodnot obdržíme

$$\alpha_{DV} = \frac{3\left(\frac{\sigma_c}{2} - \frac{\sigma_{hc}}{4}\right)}{\sigma_{hc} - \sigma_c} = \frac{3 \times \left(\frac{140}{2} - \frac{260}{4}\right)}{260 - 140} = 0.125$$

a

$$\begin{aligned} \sigma_{ekDV} &= \frac{(p_{max} - p_{min})D}{8t} + \alpha_{DV} \frac{p_{max}D}{4t} = \\ &= \frac{(3 - 0.8) \times 1000}{8 \times 12} + 0.125 \times \frac{3 \times 1000}{4 \times 12} = 30.37 [MPa] \end{aligned}$$

Mez únavy je podle (11.22)

$$\sigma_{cDV} = \frac{\sigma_c}{2} + \alpha_{DV} \frac{\sigma_c}{3} = \frac{140}{2} + 0.125 \times \frac{140}{3} = 75.83 [MPa]$$

Součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy

$$k_{DV} = \frac{\sigma_{cDV}}{\sigma_{ekDV}} = \frac{75.83}{30.37} = 2.5 \quad (b)$$

c) Výpočet podle Sinesova kritéria

Podle (11.28) je

$$\sigma_{eks} = \tau_{oa} + \alpha_S(3\sigma_m)$$

kde

$$\tau_{oa} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_{1a} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(p_{max} - p_{min})D}{12t}$$

a

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m}) = \frac{1}{3}\left(\sigma_{1m} + \frac{\sigma_{1m}}{2}\right) = \frac{\sigma_{1m}}{2} = \frac{(p_{max} + p_{min})D}{8t}$$

Dosazením zadaných hodnot obdržíme

$$\alpha_S = \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c - \frac{\sqrt{2}}{6} \sigma_{hc} \right] \frac{2}{\sigma_{hc}} = \left[\frac{\sqrt{2}}{3} \times 140 - \frac{\sqrt{2}}{6} \times 260 \right] \times \frac{2}{260} = 0.0363$$

$$\begin{aligned} \sigma_{eks} &= \tau_{oa} + \alpha_S(3\sigma_m) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{(p_{max} - p_{min})D}{12t} + 3\alpha_S \frac{(p_{max} + p_{min})D}{8t} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}} \times \frac{(3 - 0.8) \times 1000}{12 \times 12} + 3 \times 0.0363 \times \frac{(3 + 0.8) \times 1000}{8 \times 12} = 23 [MPa] \end{aligned}$$

Mez únavy je podle (11.33)

$$\sigma_{cS} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_c = \frac{\sqrt{2}}{3} \times 140 = 66 [MPa]$$

Součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy



$$k_S = \frac{\sigma_{cS}}{\sigma_{ekS}} = \frac{66}{23} = 2.87 \quad (\text{c})$$

Ze vztahů (a-c) je patrné, že výpočet součinitelů bezpečnosti vůči mezi únavy podle jednotlivých kritérií se liší nepatrně.

11.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Stanovte bezpečnost vůči mezi únavy z předešlého příkladu, jestliže $p_{min} = 0$.

Výsledek: $k_c = 2.17$, $k_{DV} = 1.95$, $k_S = 2.28$.



11.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy při kombinovaném namáhání

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

12 STANOVENÍ BEZPEČNOSTI VŮČI MEZI ÚNAVY PŘI KOMBINOVANÉM NAMÁHÁNÍ.....	3
12.1 Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy	4
12.2 Řešené příklady	5
12.3 Příklady k procvičení.....	6
12.4 Literatura.....	7



12 STANOVENÍ BEZPEČNOSTI VŮČI MEZI ÚNAVY PŘI KOMBINOVANÉM NAMÁHÁNÍ



OBSAH KAPITOLY:

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy při kombinovaném namáhání ohybem a krutem.

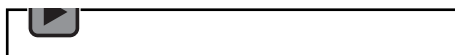


MOTIVACE:

K nejčastějším případům víceosé napjatosti, vyskytující se v technické praxi patří kombinace ohybu a krutu, respektive tahu a krutu. Stanovením bezpečnosti vůči mezi únavy při kombinovaném namáhání se zabývá následující přednáška a cvičení.



Audio 12.1 Úvod



CÍL:

Stanovení bezpečnosti vůči mezi únavy při kombinovaném namáhání ohybem a krutem

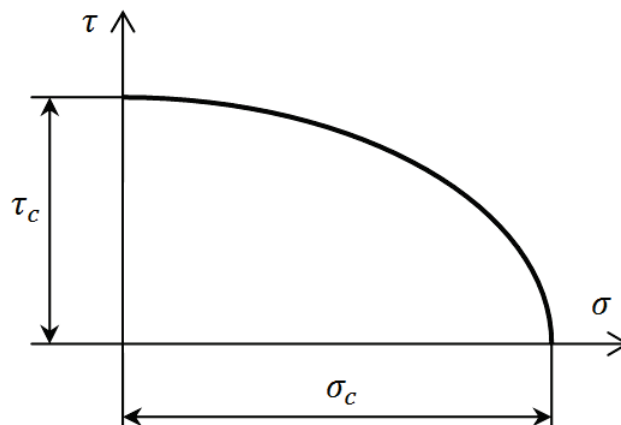


12.1 STANOVENÍ BEZPEČNOSTI VŮČI MEZI ÚNAVY

Působí-li maximální napětí od jednotlivých druhů namáhání ve stejném místě a vždy současně, platí pro redukované napětí vztah

$$\sigma_{red}^2 = \sigma_a^2 + k\tau_a^2 \quad (12.1)$$

kde $k = 3$ pro hypotézu HMH a $k = 4$ pro hypotézu Guestovu. Dělíme-li tuto rovnici kvadrátem meze únavy $\sigma_c^2 = k\tau_c^2$, dostaneme pro mezní čáru (obr.1), pro kterou je $\sigma_{red} = \sigma_c$, vztah



Obrázek 1

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 = 1 \quad (12.2)$$

Jiný empirický vztah je vztah navržený Goughem

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_c} - 1\right) + \frac{\sigma_a}{\sigma_c} \left(2 - \frac{\sigma_c}{\tau_c}\right) = 1 \quad (12.3)$$

kde poměr veličin σ_c/τ_c je uveden v následující tabulce (1).

Materiál	σ_c/τ_c
Šedá litina	0.9-1.3
Hladké ocelové vzorky	1.5-2.0
Ocelové tyče s vruby	1-1.5

Tabulka 1

V případě Guestovy hypotézy je $\frac{\sigma_c}{\tau_c} = 2$ a rovnice (12.3) přejde v rovnici (12.2).

Při kombinovaném namáhání ohybem a krutem je součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy definován následovně:

$$k_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_{red}} \quad (12.4)$$

Z rovnice (12.2) dostaneme

$$\frac{1}{k_c^2} = \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 \quad (12.5)$$

Dosadíme-li jednotlivé součinitele bezpečnosti

$$k_\sigma = \frac{\sigma_c}{\sigma_a}; \quad k_\tau = \frac{\tau_c}{\tau_a} \quad (12.6)$$

po dosazení obdržíme

$$k_c = \frac{k_\sigma k_\tau}{\sqrt{k_\sigma^2 + k_\tau^2}} \quad (12.7)$$

K zapamatování:

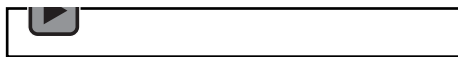
- V případě kombinovaného namáhání je nutno určit redukované napětí podle některé teorie pevnosti.



- Součinitel bezpečnosti definován jako podíl meze únavy k redukovanému napětí.



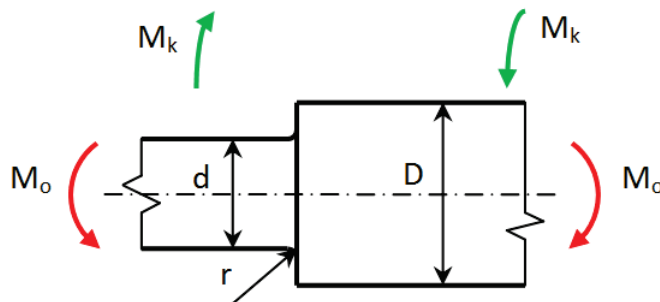
Audio 12.2 K zapamatování



12.2 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

Válec z oceli na odlitky je namáhán ohybem a krutem při soufázovém symetrickém střídavém cyklu. Určete součinitel bezpečnosti vůči mezi únavy, jestliže je dáno:



Obrázek 1

Rozměry hřídele: $D = 700 \text{ mm}$, $d = 450 \text{ mm}$, $r = 100 \text{ mm}$.

Zatížení: $M_o = 250 \text{ kNm}$, $M_k = 300 \text{ kNm}$.

Materiálové hodnoty: mez pevnosti $R_m = 500 \text{ MPa}$; meze únavy leštěných vzorků v ohybu a krutu $\sigma_{co(10)} = 224 \text{ MPa}$, $\tau_{c(10)} = 154 \text{ MPa}$.

Součinitel jakosti povrchu: $\eta_p = 0.9$, $\eta_{pk} = \frac{1+\eta_p}{2} = 0.95$.

Součinitel velikosti součástí je roven:

$$v = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{D}{d}} = 1 - \sqrt{0.02 \ln \frac{450}{10}} = 0.724$$

Součinitel gradientů napětí určíme z obrázku 3 – kapitola 8.

$$v_{go(10)} = 1.37, v_{go(45)} = 1.07, v_{gk(10)} = 1.20, v_{gk(45)} = 1.03.$$

Meze únavy hladké součásti:

- v ohybu

$$\sigma_c^x = \sigma_{co(10)} v \frac{v_{go(45)}}{v_{go(10)}} \eta_p = 224 \times 0.724 \times \frac{1.07}{1.37} \times 0.9 = 114 \text{ MPa}$$

- v krutu

$$\tau_c^x = \tau_{c(10)} v \frac{v_{gk(45)}}{v_{gk(10)}} \eta_p = 154 \times 0.724 \times \frac{1.03}{1.2} \times 0.9 = 86.1 \text{ MPa}$$

Součinitel vruby:

$$\beta_o \cong \alpha_o = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{100}{450}; \frac{700}{450}\right) = 2.7$$

$$\beta_k \cong \alpha_k = f\left(\frac{r}{d}; \frac{D}{d}\right) = f\left(\frac{100}{450}; \frac{700}{450}\right) = 2.2.$$

Meze únavy částí s vruby:

$$\sigma_c^* = \frac{\sigma_c^x}{\beta_o} = \frac{114}{2.7} = 42.2 \text{ MPa}$$



$$\tau_c^* = \frac{\tau_c^x}{\beta_k} = \frac{86.1}{2.2} = 39.1 \text{ MPa.}$$

Výpočtová napětí:

$$\sigma_o = \frac{M_o}{W_o} = \frac{32M_o}{\pi d^3} = \frac{32 \times 250 \times 10^6}{\pi \times 450^3} = 28 \text{ MPa}$$

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_k} = \frac{16M_k}{\pi d^3} = \frac{16 \times 300 \times 10^6}{\pi \times 450^3} = 16.8 \text{ MPa}$$

Dílčí bezpečnosti:

$$k_\sigma = \frac{\sigma_c^*}{\sigma_o} = \frac{42.2}{28} = 1.5$$

$$k_\tau = \frac{\tau_c^*}{\tau_k} = \frac{39.1}{16.8} = 2.32$$

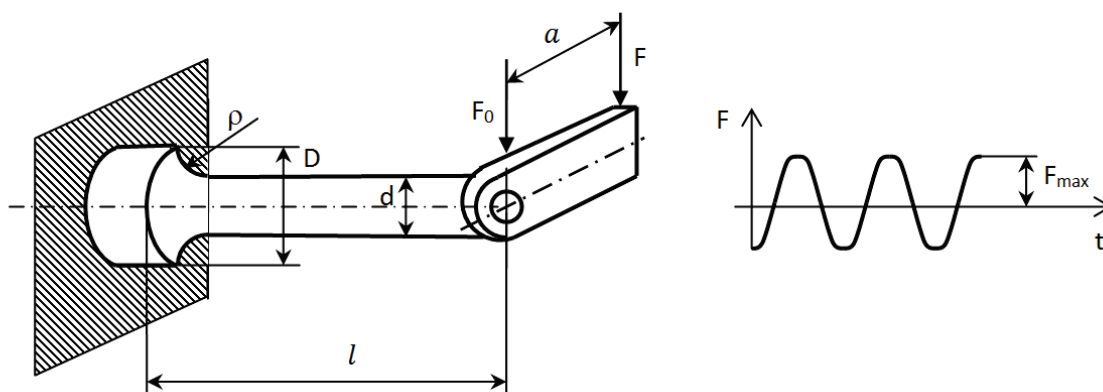
Celková bezpečnost vůči mezi únavy

$$k_c = \frac{k_\sigma k_\tau}{\sqrt{k_\sigma^2 + k_\tau^2}} = \frac{1.5 \times 2.32}{\sqrt{1.5^2 + 2.32^2}} = 1.26$$

12.3 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ

Příklad 1

Strojní součást je zatížena podle obrázku 2 konstantní silou F_0 a proměnlivou silou F . Stanovte bezpečnost vůči mezi únavy k_c , jestliže je dáno:



Obrázek 2

Rozměry součásti: $D = 80 \text{ mm}$, $d = 40 \text{ mm}$, $\rho = 2 \text{ mm}$, $a = 0.1 \text{ mm}$, $l = 0.4 \text{ m}$.

Zatížení: $F_0 = \text{konst.} = 160 \text{ N}$, $F_{\max} = 500 \text{ N}$. Součinitel nesymetrie cyklu $R = -1$.

Materiálové hodnoty: $R_m = 600 \text{ MPa}$, $R_e = 320 \text{ MPa}$, $\sigma_{c0}(40) = 250 \text{ MPa}$, $\tau_c(40) = 150 \text{ MPa}$.

Povrch součásti je hrubován.

Výsledek: $k_c = 2.4$.



12.4 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

**VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
FAKULTA STROJNÍ**



ÚNAVA MATERIÁLU

Iniciace a šíření únavových trhlin

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila
© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava
ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

13	INICIACE A ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN	3
13.1	Iniciace únavových trhlin	4
13.2	Růst únavových trhlin	4
13.3	Řešené příklady	7
13.4	Příklady k procvičení:	10
13.5	Literatura.....	11



13 INICIACE A ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN



OBSAH KAPITOLY:

Iniciace únavových trhlin.

Rychlost šíření únavových trhlin – Paris –Erdoganova rovnice.



MOTIVACE:

Pro známou hodnotu počáteční délky trhliny (kterou např. zjistíme defektoskopickou kontrolou) je nutno stanovit potřebný počet cyklů, při kterém trhlina dosáhne kritické délky, vedoucí k lomu součástí. Uvedenou problematikou se zabývá předložená přednáška.

Na následujících příkladech je ukázána aplikace Paris - Erdoganovy rovnice.



Audio 13.1 Motivace



CÍL:

Iniciace a růst únavových trhlin. Paris-Erdoganova rovnice.

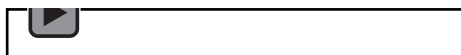


13.1 INICIACE ÚNAVOVÝCH TRHLIN

Životnost součástí je dána počtem cyklů do lomu N_f . Z hlediska únavového poškození lze životnost součástí rozdělit do tří stádií. V prvním stadiu dochází ke změnám mechanických vlastností, které probíhají ve větším objemu materiálu (makroobjemu), ve druhém stadiu, které probíhá v mikroobjemech materiálů, dochází k nukleaci a spojování únavových mikrotrhlin. Ve třetím stadiu dochází k šíření únavové trhliny. První dvě stadia lze shrnout do jednoho – hovoříme o tzv. iniciaci únavové trhliny.



Audio 13.2 Iniciace trhlin



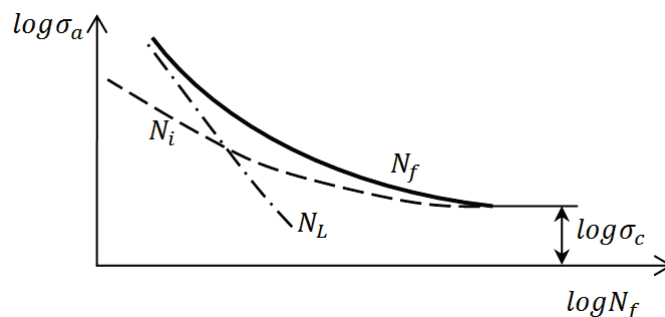
Celkový počet cyklů do lomu je dán vztahem

$$N_f = N_i + N_L \quad (13.1)$$

kde N_i - počet cyklů do iniciace trhliny

N_L - počet cyklů do rozšíření trhliny

Závislost počtu cyklů na amplitudě napětí je graficky znázorněna na obr. 1



Obrázek 1

V případě vysokocyklové únavy je N_i relativně velké, se zvyšující se amplitudou napětí N_i se zmenšuje a převládá N_L .

Počet cyklů do iniciace únavové trhliny udává např. řešení Mansonovo [1]

$$N_i = N_f - CN_f^{-c} \quad (13.2)$$

kde C, c jsou materiálové konstanty.

Pro martenzitickou vytvrditelnou ocel je

$$C = 14; c = -0.6 \quad (13.3)$$

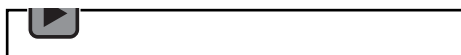
13.2 RŮST ÚNAVOVÝCH TRHLIN

V průběhu cyklického zatížení dochází během každého cyklu k růstu únavových trhlin.

Rychlost šíření únavových trhlin $\frac{dl}{dN}$ při konstantní amplitudě napětí je zřejmě závislá na amplitudě faktoru intenzity napětí K_a (respektive na jeho rozkmitu ΔK_I), součiniteli nesymetrie cyklu R , historii zatěžování a vnějších faktorech (např. koroze, teplota).



Audio 13.3 Růst trhlin



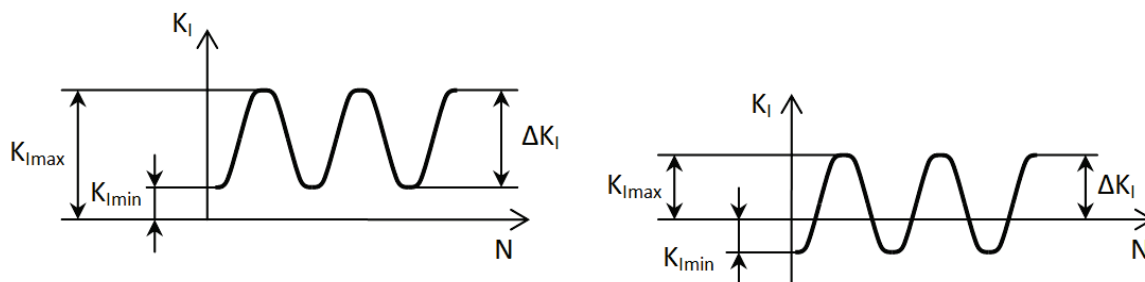
V této kapitole je uvažován pouze vliv faktoru intenzity napětí a nesymetrie cyklu na rychlost šíření únavových trhlin. Tato závislost byla v 60. letech minulého století formulována Parisem a Erdoganem vztahem



$$\frac{dl}{dN} = A(\Delta K_I)^m \quad (13.4)$$

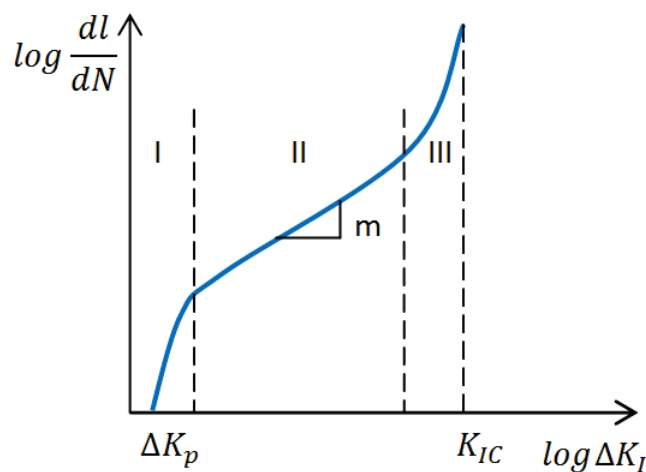
kde A, m jsou materiálové konstanty.

Je nutno podotknout, že tlaková část cyklu má tendenci trhliny uzavřít. Z těchto důvodů je nutno uvažovat rozkmit faktoru intenzity napětí jako rozkmit tahové části cyklu (obr.2)



Obrázek 2

Závislost rychlosti šíření únavových trhlin na rozkmitu faktoru intenzity napětí ΔK_I v logaritmických souřadnicích je znázorněna na obr.3.



Obrázek 3

Křivka, znázorňující rychlost šíření únavových trhlin může být rozdělena do tří oblastí:

1. Prahová oblast - rychlost šíření únavových trhlin je nulová anebo velice malá. V obr. 3 veličina ΔK_p je rozkmit prahové hodnoty faktoru intenzity napětí. Pod touto hodnotou se únavové trhliny nešíří.
2. Střední oblast – závislost rychlosti šíření únavových trhlin na faktoru intenzity napětí v logaritmických souřadnicích je téměř lineární. V této oblasti platí Paris-Erdoganův zákon.
3. Nestabilní oblast – trhliny rostou velice rychle a následuje lom.

Vliv prahové hodnoty faktoru intenzity napětí na rychlost šíření únavových trhlin vyjadřuje Klesnil-Lukášův vztah

$$\frac{dl}{dN} = A(\Delta K_I^m - \Delta K_p^m). \quad (13.5)$$

Pro $\Delta K_I \rightarrow \Delta K_p$ klesá rychlost šíření trhliny k nule, zatímco pro větší hodnoty ΔK_I je vliv prahové hodnoty ΔK_p vlivem exponentu m na rychlost šíření únavových trhlin zanedbatelný.

Prahová hodnota ΔK_p závisí na odporu materiálu proti šíření trhlin K_{apz} a dále na velikosti vlastních napětí v plastické zóně trhliny.

Platí

$$\Delta K_p = K_{apz}^{(1-\alpha)} \Delta K_I^\alpha$$



kde α je konstanta ($0 \leq \alpha \leq 1$).

Hodnoty odporu materiálu proti šíření trhliny K_{apz} jsou uvedeny v tabulce 1. Další materiálové konstanty jsou uvedeny v tabulkách 2 a 3 (převzato z [1]).

Materiál	Ocel 12013	Ocel 12010	Ocel 12060	Hliník	Měď	Mosaz	Titan	Nikl	Austenit
$K_{apz} [MPa\sqrt{m}]$	4.0	4.0	4.0	0.5	1.3	1.5	1.1	2.9	2.9

Tabulka 1

Ocel	$R_m [MPa]$	$\sigma_c [MPa]$	A	m	α
ČSN 12013	324	177	1.0539×10^{-11}	3.0522	0.360
ČSN 12010	441	209	1.699×10^{-11}	2.831	0.445
ČSN 12060	736	294	2.3660×10^{-11}	2.648	0.590
ČSN 12060 zušlechtěná	912	441	2.6088×10^{-11}	2.534	0.642

Tabulka 2

Ocel	A	m	$K_{apz} [MPa\sqrt{m}]$
11458	1.89×10^{-11}	2.80	6.9
14260	3.78×10^{-11}	2.60	4.9
15241.6	2.17×10^{-11}	2.85	4.8
15320.6	2.57×10^{-11}	2.40	6.2
15335	5.05×10^{-12}	3.05	3.5
16436.8	5.51×10^{-11}	2.15	4.7
16720	1.99×10^{-11}	2.75	4.9

Tabulka 3

Potřebný počet cyklů do lomu dostaneme integrací Paris-Erdoganovy rovnice (13.4).

Úpravou obdržíme

$$N_{if} = \int_{l_0}^{l_{cr}} \frac{dl}{A(\Delta K)^m} = \int_{l_0}^{l_{cr}} \frac{dl}{A(\Delta\sigma\sqrt{\pi l} Y)^m} \quad (13.6)$$

kde l_0 – počáteční délka trhliny,

l_{cr} - kritická délka trhliny.

Kritickou délku trhliny určíme ze vztahu

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi l_{cr}} Y = \frac{K_{Ic}}{k}. \quad (13.7)$$

Odtud

$$l_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{k\sigma Y} \right)^2 \quad (13.8)$$

Integrací rovnice (13.6) dostaneme

$$N_{if} = \frac{l_{cr}^{1-m/2} - l_0^{1-m/2}}{A(\Delta\sigma\sqrt{\pi} Y)^m (1-m/2)} \quad (13.9)$$

pro $m \neq 2$

a

$$N_{if} = \frac{1}{A(\Delta\sigma\sqrt{\pi} Y)^m} \ln \frac{l_{cr}}{l_0} \quad (13.10)$$

pro $m = 2$.

K zapamatování:

Iniciace – nukleace a spojování únavových mikrotrhlin.

- Rychlost šíření únavových trhlin – závislá na rozkmitu tahové části faktoru intenzity napětí.
- Pod prahovou hodnotou faktoru intenzity napětí nedochází k šíření únavových trhlin.





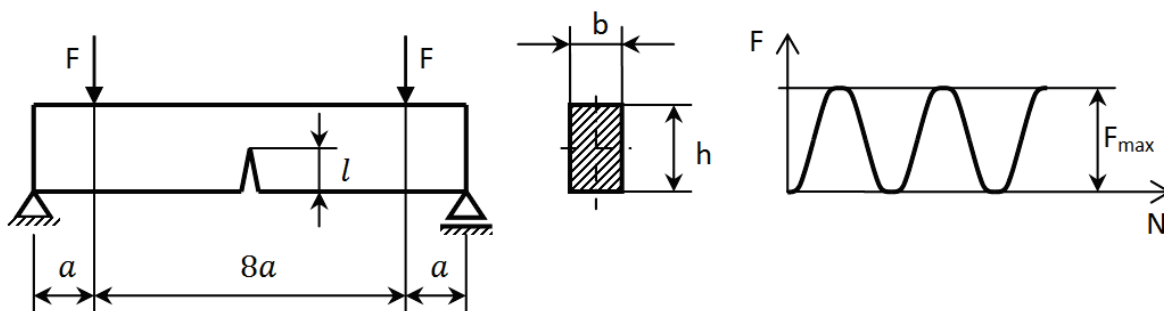
Audio 13.4 K zapamatování



13.3 ŘEŠENÉ PŘÍKLADY

Příklad 1

V nosníku obdélníkového průřezu (obr.1) je situována průchozí trhlina délky l . Určete počet cyklů do lomu, jestliže je dáno:



Obrázek 2

Délka trhliny: $l_0 = 0.005m$

Rozměry nosníku: $a = 0.1m$; $b = 0.01m$; $h = 0.1m$

Mez kluzu: $R_e = 1400MPa$

Lomová houževnatost: $K_{Ic} = 70MPa\sqrt{m}$

Součinitel bezpečnosti: $k = 1.5$

Materiálové konstanty: $A = 1 \times 10^{-13}m^7MN^{-4}$, $m = 4$

Maximální zátěžná síla $F_{max} = 42kN$.

Řešení:

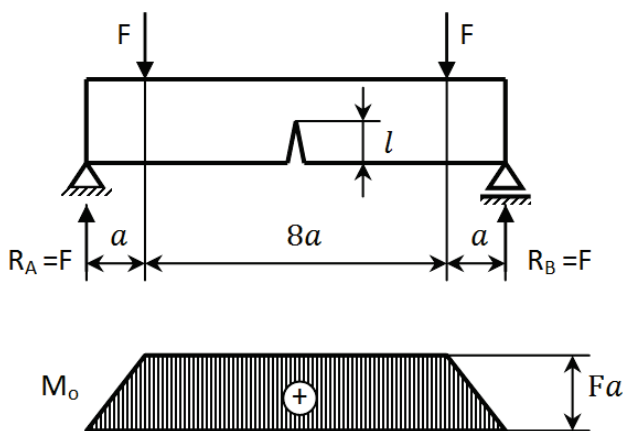
Faktor intenzity napětí pro nosník s trhlinou je roven

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi l Y}$$

kde

$$\sigma_0 = \frac{M_o}{W_o} = \frac{6Fl}{bh^2}$$

Průběh ohybových momentů je znázorněn na obr.2.



Obrázek 2

Funkce tvaru a způsobu zatížení trhliny je dána výrazem



$$Y = 1.122 - 1.4 \left(\frac{l}{h}\right) + 7.33 \left(\frac{l}{h}\right)^3 - 13.08 \left(\frac{l}{h}\right)^2 + 14.0 \left(\frac{l}{h}\right)^4 \quad (\text{b})$$

Po dosazení do (a) je

$$\sigma_{max} = \Delta\sigma = \frac{6F_{max}l}{bh^2} = \frac{6 \times 42 \times 10^3 \times 0.1}{0.01 \times 0.1^2} = 2.52 \times 10^8 \text{ Pa} = 252 \text{ MPa}$$

a po dosazení do (b) je

$$Y = 1.068$$

Kritická délka trhliny je rovna

$$l_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{k\sigma_{max}Y} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{70}{1.5 \times 252 \times 1.068} \right)^2 = 9.58 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

Zároveň musí být splněna podmínka

$$2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{kR_e} \right)^2 < l_{cr}.$$

Po dosazení

$$2.5 \left(\frac{70}{1.5 \times 1400} \right)^2 = 2.78 \times 10^{-3} \text{ m} < 9.58 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

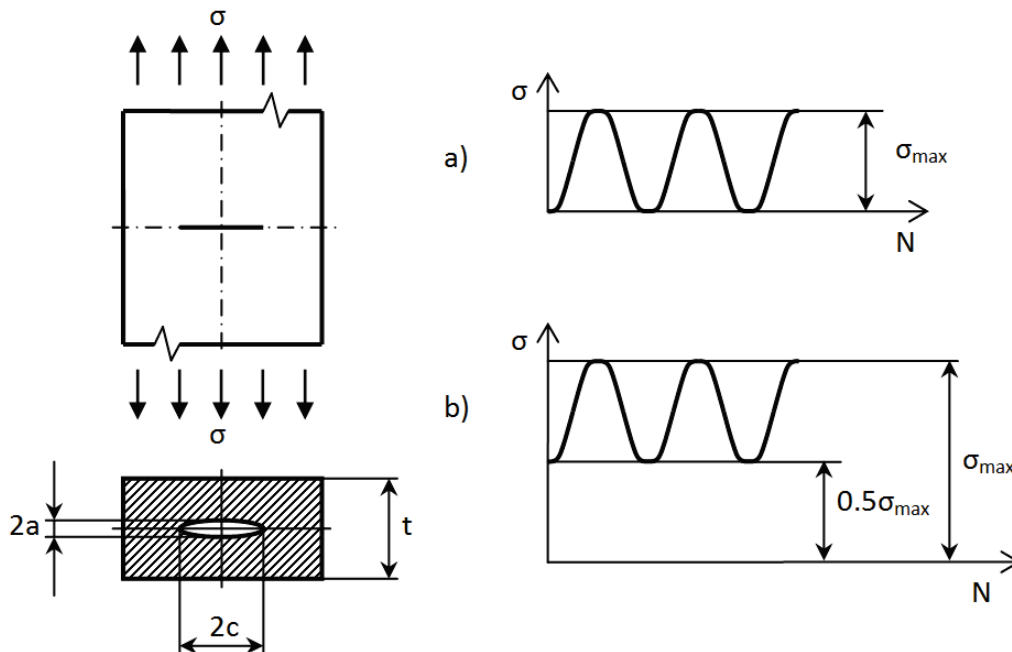
Počet cyklů do lomu bude (viz rovnici 13.9 – přednáška 13)

$$N = \frac{l_f^{1-\frac{m}{2}} - l_0^{1-\frac{m}{2}}}{\left(1 - \frac{m}{2}\right) A (\Delta\sigma \sqrt{\pi} Y)^m} =$$

$$= \frac{(9.58 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}} - (5 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}}}{\left(1 - \frac{4}{2}\right) \times 10^{-13} \times (252 \times \sqrt{\pi} \times 1.068)^4} = 24200 \text{ cyklů.}$$

Příklad 2

V nekonečně obdélníkové desce tloušťky t je situována vnitřní eliptická trhlina (obr.3). Určete počet cyklů do lomu, jestliže napětí se mění v rozsahu $0 \div \sigma_{max}$ (obr.3a). Vliv středního napětí zanedbejte. Poměr a/c zůstává během rychlosti šíření konstantní.



Obrázek 3

Zadané hodnoty:

Délka trhliny: $a_0 = 0.001 \text{ m}$, $c_0 = 0.002 \text{ m}$



Ploušťka desky: $t = 0.1m$

Mez kluzu: $R_e = 1200MPa$

Lomová houževnatost: $K_{Ic} = 60MPa\sqrt{m}$

Součinitel bezpečnosti: $k = 1.4$

Materiálové konstanty: $A = 5 \times 10^{-13}m^7MN^{-4}$ (napětí v MPa), $m = 4$

Maximální napětí $\sigma_{max} = 400MPa$

Řešení:

Stanovení kritické délky trhliny a_{cR}

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a_{cR}}Y = \frac{K_{Ic}}{k} \quad (a)$$

kde funkci tvaru a způsobu zatížení Y určíme ze vztahu

$$Y = \frac{1}{\sqrt{Q}} \left[M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t} \right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] \quad (b)$$

kde

$$Q = 1 + 1.464 \left(\frac{a}{c} \right)^{1.65} = 1.4664$$

$$M_1 = 1$$

$$M_2 = \frac{0.05}{\left[0.11 + \left(\frac{a}{c} \right)^2 \right]^3} = 0.108$$

$$M_3 = \frac{0.29}{\left[0.23 + \left(\frac{a}{c} \right)^2 \right]^3} = 0.497$$

Po dosazení do (b) je

$$Y = 0.826.$$

Z rovnice (a) je kritická délka trhliny

$$a_{cR} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{k\sigma Y} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \times \left(\frac{60}{1.4 \times 400 \times 0.826} \right)^2 = 5.36 \times 10^{-3}m.$$

Aby lomová houževnatost byla materiálovou konstantou, musí platit

$$2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{kR_e} \right)^2 < a_{cR}.$$

Po dosazení

$$2.5 \left(\frac{60}{1.4 \times 1200} \right)^2 = 3.188 \times 10^{-3}m < 5.36 \times 10^{-3}m,$$

podmínka je tedy splněna.

Po dosazení do Paris - Erdoganova zákona

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K_I)^m = A(\Delta\sigma\sqrt{\pi a}Y)^m$$

a integrací

$$\int_{a_0}^{a_{cR}} \frac{da}{a^{\frac{m}{2}}} = A(\Delta\sigma\sqrt{\pi}Y)^m \int_0^N dN,$$

$$a_{cR}^{1-\frac{m}{2}} - a_0^{1-\frac{m}{2}} = \left(1 - \frac{m}{2}\right) A(\Delta\sigma\sqrt{\pi}Y)^m N,$$

Odtud

$$N = \frac{a_{cR}^{1-\frac{m}{2}} - a_0^{1-\frac{m}{2}}}{\left(1 - \frac{m}{2}\right) A(\Delta\sigma\sqrt{\pi}Y)^m}$$

Pro $\Delta\sigma = 400MPa$ je



$$N = \frac{(5.36 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}} - (1 \times 10^{-3})^{1-\frac{4}{2}}}{\left(1 - \frac{4}{2}\right) \times 5 \times 10^{-13} \times (400 \times \sqrt{\pi} \times 0.826)^4} = 13832 \text{ cyklů.}$$

13.4 PŘÍKLADY K PROCVIČENÍ:

Příklad 1

Určete počet cyklů do lomu, jestliže se napětí mění v rozsahu $0.5 \sigma_{max} \div \sigma_{max}$ (viz obr.3b – předchozí příklad).

Výsledek:

$$N = 221328 \text{ cyklů}$$



13.5 LITERATURA

- [1] Kučera, J. *Úvod do mechaniky lomu. Únava materiálu*. VŠB-TU Ostrava, 1994. 80s. Skriptum. ISBN 80-7078-244-7.
- [2] Tore Dahlberg, Anders Ekberg. *Failure Fracture Fatigue. An Introduction*. Sweden 2009. ISBN 978-91-44-02096-9. 360 p.
- [3] Hoschl, C. *Pružnost a pevnost ve strojnictví*. SNTL Praha 1971. 376 s.
- [4] Dowling, N.E. *Mechanical behavior of materials. Engineering Methods for Deformation, Fracture and fatigue*. Third edition. Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN 0-13-186312-6.
- [5] Vlk, M., Florian, Z. *Mezní stavy a spolehlivost*. Elektronický učební text. www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA FAKULTA STROJNÍ



ÚNAVA MATERIÁLU

Konstruování

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Dr. Ing. Adámková Ludmila

Ostrava 2013

© Ing. Martin Fusek, Ph.D., Dr. Ing. Adámková Ludmila

© Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

ISBN 978-80-248-3024-7



Tento studijní materiál vznikl za finanční podpory Evropského sociálního fondu (ESF) a rozpočtu České republiky v rámci řešení projektu: CZ.1.07/2.2.00/15.0463, MODERNIZACE VÝUKOVÝCH MATERIÁLŮ A DIDAKTICKÝCH METOD

OBSAH

14	KONSTRUOVÁNÍ	3
14.1	Úvod	4
14.2	Filozofie konstruování	4
14.3	Základní činitelé ovlivňující únavový život	5
14.4	Výpočtové postupy pro predikci životnosti	6
14.4.1	S-N analýza	7
14.4.2	E-N analýza	7
14.4.3	Analýza šíření trhliny	7
14.5	Obecný postup při využití MKP modelu při únavové analýze	8
14.5.1	Základní kroky výpočtu únavového života	8
14.5.1.1	Pochopení problému	8
14.5.1.2	Tvorba konečno-prvkového modelu na základě geometrie součásti/zařízení	8
14.5.1.3	Získání materiálových dat	9
14.5.1.4	Identifikace všech podstatných zatížení a zátěžných stavů, určení typu analýzy	9
14.5.1.5	Provedení analýzy pro všechny zátěžné stavy	9
14.5.1.6	Provedení únavové analýzy	9
14.5.1.7	Vyhodnocení únavové analýzy	9
14.6	Dostupné únavové moduly	9
14.6.1	MSC.Fatigue	10
14.6.2	Únavový modul v prostředí Mechanical ANSYS Workbench	11
14.6.3	PragTic	11
14.7	Zadání úlohy	13
14.8	Rozbor úlohy	13
14.9	Konečno-prvkový model	14
14.10	MSC.Fatigue	15
14.10.1	Načtení modelu ze statické analýzy, nastavení únavové analýzy	15
14.10.2	Práce se zatížením	16
14.10.3	Materiálová data	17
14.10.4	Únavová analýza, zpracování dat	18
14.11	Literatura	19



14 KONSTRUOVÁNÍ



OBSAH KAPITOLY:

Filozofie návrhů součástí a zařízení na únavový život.

Výpočtové postupy pro predikci životnosti.

Využití metody konečných prvků při únavové analýze.

Dostupné únavové výpočtové moduly na fakultě strojní.

Ukázka použití programu MSC.Fatigue pro únavový výpočet součástí. Jedná se o únavový výpočet v oblasti vysokocyklové únavy.

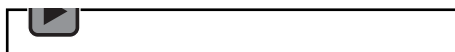


MOTIVACE:

Při tvorbě strojních zařízení se kladou vysoké nároky na jejich výkonnost, spolehlivost a bezpečnost. Obecně se udává, že až 90% provozních poruch, nezapříčiněných lidským faktorem, připadá na únavu materiálu. Z tohoto důvodu je fenoménu únavy materiálu věnována trvalá a náležitá pozornost. I když výzkum v této oblasti pokročil, nelze si dělat naději na brzké vytvoření obecného modelu poškození. Z tohoto důvodu je inženýrský přístup k výpočtům únavy, zejména pak ve stádiu návrhu konstrukce, stále nenahraditelný.



Audio 14.1 Motivace



CÍL:

Přednáška si klade za cíl seznámit s možností přístupu k určování únavového života součástí a strojních celků při jejich návrhu.

14.1 ÚVOD

V současné době má v oblasti výpočtů strojních součástí nezastupitelnou roli metoda konečných prvků. V současné době existuje velké množství jednak komerčních a jednak bezplatných software aplikujících tuto přibližnou metodu výpočtu. V této kapitole se zaměříme na využití výsledků z metody konečných prvků pro analýzu únavového života.

14.2 FILOZOFIE KONSTRUOVÁNÍ

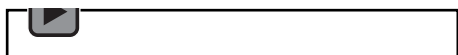
Stojní zařízení a konstrukce se skládají z velkého množství částí. Ty lze velice jednoduše z hlediska funkce a bezpečnosti rozdělit na dvě základní skupiny:

- primární,
- sekundární.

Při poruše **primární části** konstrukce hrozí porušení funkce zařízení a to buď částečné, nebo úplné. Tyto části by měly být vždy při návrhu kontrolovány, ať výpočetními či experimentálními postupy. Naproti tomu porucha **sekundární části** konstrukce neohrožuje ani bezpečnosti ani funkci zařízení.



Audio 14.2 Úfilozofie konstruování



Poruchy zařízení lze principiálně rozdělit do dvou skupin:

- porucha neohrožuje bezpečnost provozu ani životy lidí,
- porucha ohrožuje bezpečnost a může mít katastrofické následky.

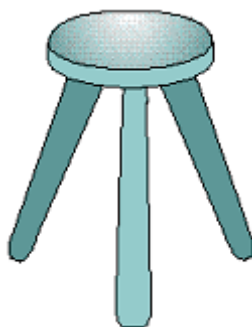
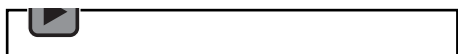
Poruchy první kategorie není tak moc nebezpečná, a pokud nastane, jsou na základě šetření provedeny opatření, které odstraní příčiny poruchy. Naproti u druhé kategorie poruch je nutno v době návrhu provést taková opatření, aby k nim nemohlo dojít během projektové životnosti. Počet součástí v jednotlivých skupinách, množství vyráběných zařízení a dále pak jejich technické parametry určují **filozofii návrhu** primárních částí strojů a zařízení. Dnes se využívají tři základní přístupy k dimenzování zařízení. Jedná se o návrhy:

- bezpečný únavový život (safe-life),
- bezpečný i při poruše (fail-safe),
- konstrukce s přístupným poškozením (damage tolerance).

Dimenzování na bezpečný únavový život vychází z požadavku, že během předpokládané životnosti nesmí vzniknout únavová porucha. Tento postup se využívá u zařízení a strojních částí, které nelze za provozu pravidelně kontrolovat, nebo tyto části nejsou nijak zálohovány, takže jejich porušení by ohrozilo bezpečnost.



Audio 14.3 Bezpečný únavový život

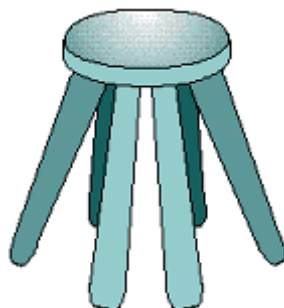
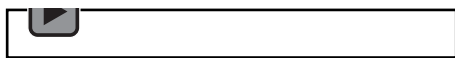


Obrázek 1 - Dimenzování na bezpečný únavový život

Filozofie **bezpečný i při poruše** vychází z požadavku maximálního využití konstrukce při zabrání jejího náhlého selhání. Základní předpoklad je, aby v případě poruchy primární části konstrukce bylo zaručeno, že ostatní části konstrukce budou schopny přenést provozní zatížení alespoň pod dobu nezbytně nutnou.



Audio 14.4 Bezpečný i při poruše

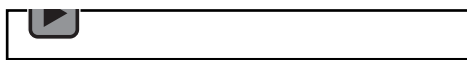


Obrázek 2 - Dimenzování bezpečný i při poruše

Poslední přístup, tj. **konstrukce s přípustným poškozením**, je zevšeobecněním předchozí návrhové filozofie. Poruchy typu únavových makro-trhlin, lomy spojovacích prvků, atd. nejsou vyloučeny, jsou však přijata závazná opatření, která musí zajistit jejich včasnou identifikaci a zabránit jejich rozšíření které by vedlo k poruše zařízení. Při této filozofii je nutno zavést systém periodických prohlídek, které včasné detekují vznikající problém a současně vyloučí (s velkou pravděpodobností) selhání v době mezi jednotlivými kontrolami.



Audio 14.5 Konstrukce s přípustným poškozením



Obrázek 3 - Dimenzování konstrukce s přípustným poškozením

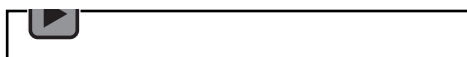
14.3 ZÁKLADNÍ ČINITELÉ OVLIVŇUJÍCÍ ÚNAVOVÝ ŽIVOT

Při navrhování konstrukce, dle výše zmíněných přístupů, se vyskytují čtyři základní elementy, které ovlivňují výsledný únavový život součástí. Jedná se o:

- tvar,
- materiál,
- technologie výroby,
- zatížení.



Audio 14.6 Základní činitele



Tvar součásti (zejména pak koncentrátoři napětí), vliv uložení, způsob zatížení a vlastnosti materiálu určují rozložení napětí v součásti. Pro pevnostní i únavový výpočet je nutno provést podrobnou analýzu napjatosti dané součásti či zařízení. Při výpočtu polí posuvů, přetvoření a napětí je možno využít jednak klasických analytických metod známých z pružnosti a pevnosti, jednak numerických postupů (např. metoda sítí, metoda konečných prvků, apod.).

Při výpočtech je nutno znát kromě základních materiálových hodnot (mez kluzu, mez pevnosti, modul pružnosti, Poissonovo číslo, atd., viz přednáška č. 4), získaných z tahové zkoušky, i parametry materiálu při cyklickém namáhání a parametry materiálu popisující lomové vlastnosti materiálu (viz kapitoly 5 až 13). Je nutno si také uvědomit, že dochází k degradaci jednotlivých vlastností během provozu zařízení (např. cyklické změkčení či zpevnění).

Povrchová vrstva materiálu součásti je místem (většinou) inicializace defektů. Proto velmi významně závisí na jakosti povrchu a napětích v povrchové vrstvě (např. zbytková napětí). Povrch součásti je také, během provozu, významně ovlivněn agresivitou okolního prostředí.

Životnost konstrukce je do značné míry ovlivněna namáháním jejich jednotlivých částí během provozu. Z tohoto důvodu je nutno nejlépe získat nebo správně určit provozní zatížení, které obsahuje všechny podstatné vlivy na únavový život. Při návrhu se mohou zatížení a jejich spektra odvodit z měření na prototypu, z předchozích verzí strojů, popřípadě jsou odvozena ze zatížení obdobných konstrukcí či ze standardizovaných zatížení.

Je nutné si uvědomit, že predikce životnosti zařízení je složitý děj, zatížený mnoha nejistotami. Pro spolehlivou predikci je nutno uvážit například problematiku:

- rozptylu materiálových vlastností a jejich přenositelnost z experimentálních vzorků na skutečnou součást,
- zatížení, které je často v době návrhu neznáme, a jeho rozptyl,
- uvážit imperfekce geometrie součásti,
- přesného nalezení míst únavových poruch, mechanismy šíření trhlin, jejich kritických délek,
- atd.

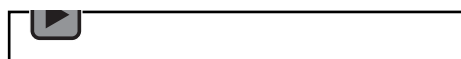
14.4 VÝPOČTOVÉ POSTUPY PRO PREDIKCI ŽIVOTNOSTI

Výpočtové postupy predikce životnosti lze rozdělit z různých hledisek. Zde výpočetní postupy rozdělíme, tak jak je obvyklé a používané v únavových výpočtových programech. Jedná se o:

- S-N analýza (Stress-Life)
- E-N analýza (Strain-Life)
- Analýza šíření trhliny (Crack propagation)

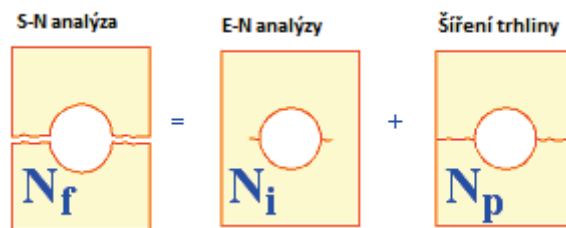


Audio 14.7 Postupy výpočtu



Celkový čas N_f (S-N analýza) života součástí se skládá ze dvou částí, první je čas do inicializace trhliny N_i (E-N analýza) a čas potřebný na šíření trhliny N_p (Šíření trhliny). Rozdělení jednotlivých fází souvisí s geometrií, zatížením a hlavně s typem materiálu. Například materiály ve stavu tvárném „setrvávají“ dlouho ve fázi, kdy dochází k šíření trhliny. V případě křehkého chování materiálu je tato fáze významně kratší. Schematicky jsou vztahy mezi jednotlivými přístupy naznačeny na obrázku 4.





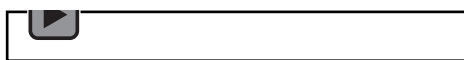
Obrázek 4 - Obrázek k jednotlivým typům analýz

14.4.1 S-N analýza

Tento typ analýzy je používán k určení celkové doby života. S-N metoda uvažuje, že řešená struktura je plně elastická jako celek, tedy i v místech koncentrátorů napětí a v místech inicializace trhliny. Z toho důvodu je aplikovatelná pouze pro výpočty v oblasti **vysokocyklové únavy**. Napětí jsou malá, počty cyklů naopak vysoké (cca 10^5 a výše).



Audio 14.8 S-N Analýza



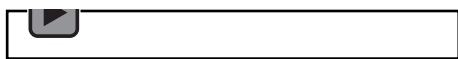
Při použití konečno-prvkové analýzy jsou v únavových výpočtech brány přímo elastická napětí získaná ze statické popř. dynamické analýzy.

14.4.2 E-N analýza

V případě, že aplikovaná zatížení jsou vyšší a generují napětí přesahující mez kluzu (dynamickou) v kritických místech součásti, materiál přechází do stavu plastického. Proto je nutno přejít od napěťového popisu problému k popisu deformačnímu. Výpočty směřují do oblasti **nízkocyklové únavy**.



Audio 14.9 E-N analýza



Je nutno si uvědomit, že tento přístup predikuje čas doby do inicializace trhliny. Pod pojmem inicializace trhliny se nerozumí vlastní inicializace trhliny, ale spíše rozšíření velikosti makrotrhliny do rozměrů „technicky“ detekovatelným. Jedná se o trhliny o rozměrech, které jsou větší než základní strukturální částice materiálu (zrno) a jejich šíření lze popsat rovnicemi lomové mechaniky. Jedná se o trhliny délek okol 0,5 až 1 mm a více.

Nelineární výpočty metodou konečných prvků umožňují provést výpočty v plastické oblasti při proměnném zatížení. Tento přístup je jistě možný, ale není přímo aplikovatelný (z časových důvodů) na velké modely. Proto se v případě E-N analýzy postupuje tak, že se provede přepočít (korekce) elastických napětí do plastické oblasti, například pomocí Neuberova pravidla.

Tento výpočetní postup je obecnější než předchozí S-N analýza. S-N analýzu lze chápat jako podmnožinu E-N analýzy, protože při použití E-N analýzy, uvažování nízkých napětí (pod mezí kluzu) obě dvě metody splynou.

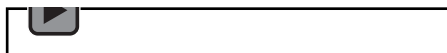
14.4.3 Analýza šíření trhliny

Jedná se o predikci využívající poznatků lomové mechaniky. Pomocí této analýzy je možno predikovat dobu potřebnou na šíření trhliny. Při této analýze je nutno určit mezní délku trhliny a rychlost šíření trhliny v závislosti na zatížení. Teorie šíření trhlín viz kapitola č. 13.





Audio 14.10 Analýza šíření trhliny



14.5 OBECNÝ POSTUP PŘI VYUŽITÍ MKP MODELU PŘI ÚNAVOVÉ ANALÝZE

Metoda konečných prvků bezesporu přináší mnoho výhod pro konstruktéry a výpočtáře nejen během designu součásti oproti klasickým analytickým metodám. Z pohledu výpočtu únavového života jsou výsledky získané ze strukturální analýzy metodou konečných prvků (statické či dynamické analýzy) brány jako základní vstupy (preprocessing). Z tohoto důvodu je nutno při tvorbě konečno-prvkového modelu postupovat obzvláště pečlivě. Tato kapitola má ukázat základní informace a neklade si nárok na úplnost.

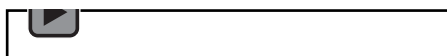
14.5.1 Základní kroky výpočtu únavového života

Základní kroky výpočtu únavového života pomocí metody konečných prvků jsou následující:

- pochopení problému,
- tvorba konečno-prvkového modelu na základě geometrie součásti či zařízení,
- získání materiálových dat,
- identifikace všech podstatných zatížení a zátěžných stavů a určení typ analýzy,
- provedení analýzy (statický, dynamická, aj.), kontrola správnosti.
- provedení únavových výpočtů
- vyhodnocení únavové analýzy.



Audio 14.11 Základní kroky výpočtu



14.5.1.1 Pochopení problému

Základní krok při tvorbě nejen konečno-prvkového modelu, je porozumění problému a pochopení všech potřebných souvislostí. Jedná se zejména o funkci, jak je zařízení používáno v provozu, jak je zatíženo, jakým způsobem interaguje s okolím, v jakém prostředí pracuje, atd. Je nutno si uvědomit, že model není jen soustava rovnic, ale hlavně fyzikální děj, tj. reálná situace.

Poznámka:

To neznamená, že analytické metody v současnosti nemají žádný smysl. Při prvotním návrhu, když ještě není jasný přesný design konstrukce a dochází k velkým změnám, jsou dokonce často výhodnější a rychlejší než například metoda konečných prvků.

14.5.1.2 Tvorba konečno-prvkového modelu na základě geometrie součásti/zařízení

Kvalita výsledků při konečno-prvkové analýze souvisí velmi na kvalitě sítě elementů. Dostatečná hustota, jak v globálním tak lokálním měřítku, je kritickým parametrem. Jakákoli nepřesnost, která je například z pohledu statické analýzy přijatelná, může při výpočtu únavového života zcela znehodnotit výsledek. Proto je nutno nespolehat pouze na automatické generátory sítě s defaultním nastavením, ale je nutno znát základní pravidla kde a jak zahustit síť konečných prvků, tak jak je probíráno v základním kurzu metody konečných prvků. Pro tvorbu sítě platí, že je to spíše umění než věda. Při získávání přesných výsledků je někdy nutné využít metody submodelingu.



Další úvaha se týká aplikací speciálních elementů (osamělá hmota, rigid prvky, apod.), zda nejsou umístěny v kritických místech nebo v jejich okolí, kde by mohly ovlivnit výsledky.

14.5.1.3 Získání materiálových dat

Získání všech potřebných materiálových dat je někdy oříšek, protože například v době návrhu nemusí být materiál dostatečně znám, nebo má být dokonce během návrhové fáze určen. Při přejímání dat z materiálových databází, literatury, apod. je nutno si uvědomit nepřesnosti a velký rozptyl parametrů. Další možností je využití některých estimačních postupů pro odhad únavových vlastností ze standardních zkoušek (např. tahová zkouška). Ideální je bezesporu experiment, který je však časově a finančně náročný.

14.5.1.4 Identifikace všech podstatných zatížení a zátěžných stavů, určení typu analýzy

Je nutno uvážit zda je možno úlohu řešit staticky anebo je nutno do výpočtu uvážit i dynamické účinky.

14.5.1.5 Provedení analýzy pro všechny zátěžné stavy

Provedení analýzy pro všechny zátěžné stavy. Pokud se provádí lineární analýza, platí princip superpozice. Toho se často využívá tak, že se aplikují zátěžné stavy o jednotkové velikosti a ne skutečné hodnoty zatížení. Skutečné hodnoty se aplikují až v době únavové analýzy. Zde však může někdy vyvstat problém se zaokrouhlováním a uložením čísla v počítači.

Připomeňme znovu, že o kvalitě výsledků rozhoduje síť konečných prvků. Je nutno zkontrolovat konvergenci jak na lokální tak na globální úrovni. Zkontrolovat zda v některých místech nedochází k velkým skokům v deformacích a napětích mezi jednotlivými elementy.

Provést verifikaci a validaci modelu a přijmout či odmítnout získané výsledky.

14.5.1.6 Provedení únavové analýzy

Kroky při únavové analýze:

1. Načtení dat ze statické a dynamické analýzy, které budou během procesu „násobeny“ únavovým zátěžným spektrem.
2. Volba typu analýzy.
3. Zadání únavových materiálových dat. Přihlédnout k okolnímu prostředí.
4. Zadání všech časových průběhů zatížení.
5. Provedení vlastní únavové analýzy.

Důležitá je volba metody řešení (S-N, E-N, šíření trhliny, multiaxiálně, atd.). Výpočtář musí znát všechny podstatné informace o daném typu analýzy, a vědět jaká vstupní data zadat. Pokud je využíván komerční výpočetní program je nutné, aby se k programu nepřistupovalo jako k „černé skříňce“. V případě únavové analýzy to platí dvojnásob.

14.5.1.7 Vyhodnocení únavové analýzy

Prvním krokem je identifikace kritických míst, závisící jednak na geometrii jednak na způsobu zatížení. Pro jednotlivé zátěžné stavy se tyto místa liší nebo mohou lišit. V těchto místech je nutno provést opět kontrolu kvality sítě. Provést kontrolu, zda jsou splněny předpoklady použité analýzy. Na základě těchto údajů uvážit, zda jsou výsledky validní anebo je nutno provést novou analýzu.

14.6 DOSTUPNÉ ÚNAVOVÉ MODULY

Při výuce únavy jsou na fakultě strojní dostupné následující únavové produkty:

1. MSC.Fatigue
2. Únavový modul v prostředí Mechanical ANSYS Workbench
3. PragTic

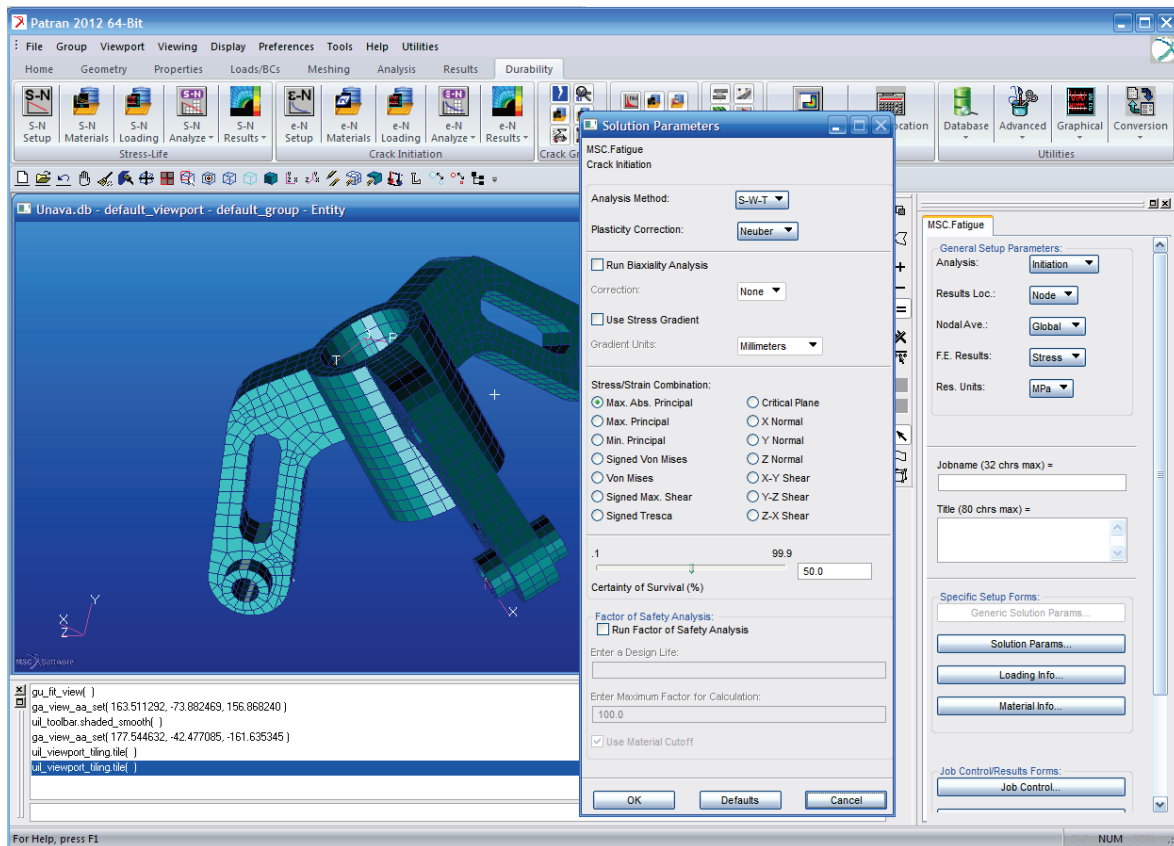


První dva moduly jsou komerční, poslední je volně dostupný (po zaregistrování). Stručně charakterizujeme jednotlivé moduly.

14.6.1 MSC.Fatigue

Jedná se o produkt od firmy MSC Software. Jedná se o plnou verzi (tj. nejsou zde žádná omezení, co se týče velikosti modelu, nastavení metod apod.). Produkt je plně integrován do prostředí programu Patran, z čehož plynou i možnosti importů a exportů. Ve verzi 2012 je možno načítat výsledky z předcházejících konečno-prvkových analýz z velkého množství řešičů, jmenujme alespoň některé:

- Nastran,
- Marc,
- Dytran,
- Abaqus,
- Ansys,
- a další.



Obrázek 5 - Prostředí programu MSC.Fatigue

Vlastní únavový řešič se nazývá nCode (v současnosti vlastní firma HBM). Data, která mohou být použita pro únavovou analýzu, mohou pocházet ze statické, transientní popř. modální analýzy. Co se týká oblasti použitelnosti pro únavové výpočty, obsahuje následující moduly:

- S-N analýza,
- E-N analýzy,
- šíření trhliny,
- multiaxiální únavový modul,
- vibrační únava,
- únava svarů.

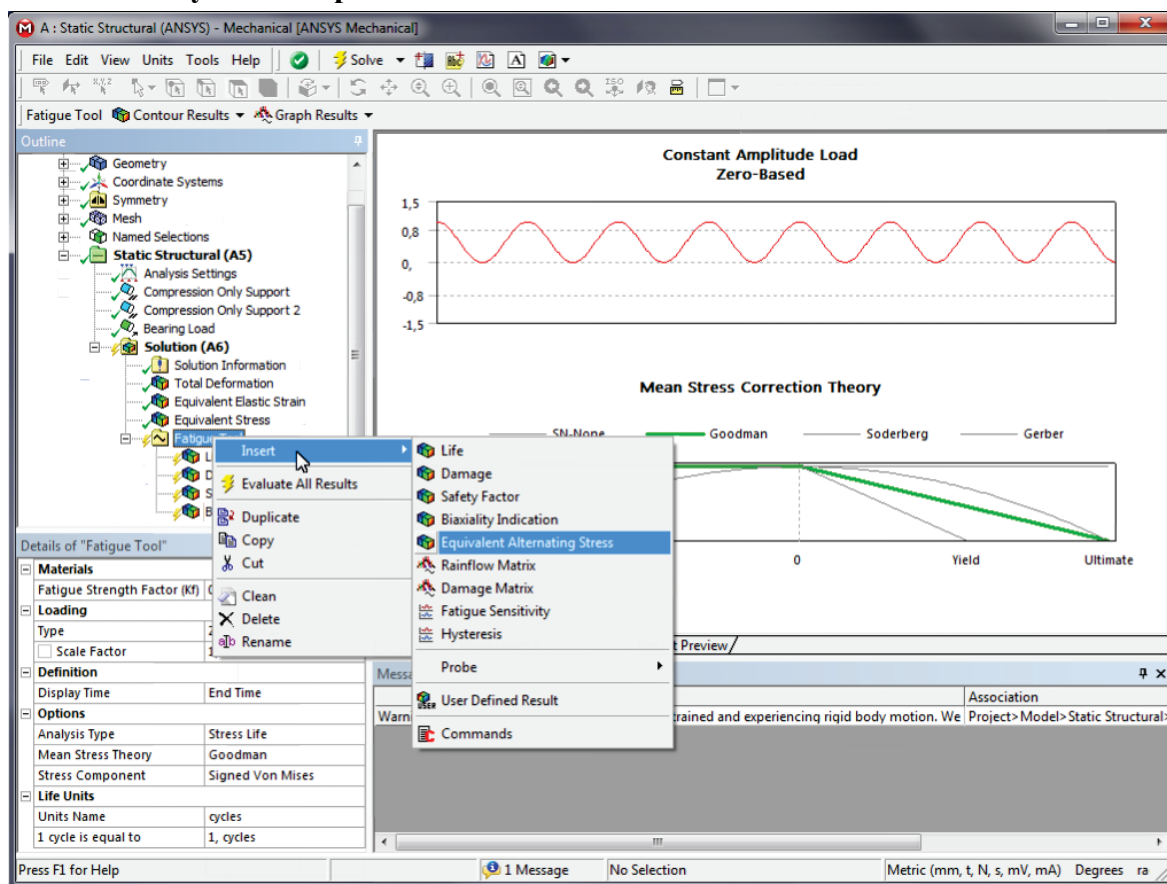


Kromě těchto modulů obsahuje i další pomocné prostředky pro správu a analýzu únavových dat:

- softwarové tenzometry,
- optimalizační moduly,
- databázi materiálů,
- moduly pro načít a úpravu zátěžných signálů,
- aj.

Z předchozího výčtu je patrné, že daný produkt poskytuje široké možnosti, co se týče únavových analýz. Bližší informace viz [1].

14.6.2 Únavový modul v prostředí Mechanical ANSYS Workbench



Obrázek 6 - Únavový modul v prostředí Mechanical ANSYS Workbench

Jak již je patrné z nadpisu, jedná se o produkt plně integrovaný do prostředí Mechanical ANSYS Workbench. Co se týká vlastního únavového řešiče jedná se velmi osekanou variantu produktu nCode (viz výše). Jako vstupní analýza může být použita analýza pouze z řešiče ANSYS. Pokrývá pouze dvě oblasti únavových analýz a to pouze:

- S-N analýzu,
- E-N analýzu.

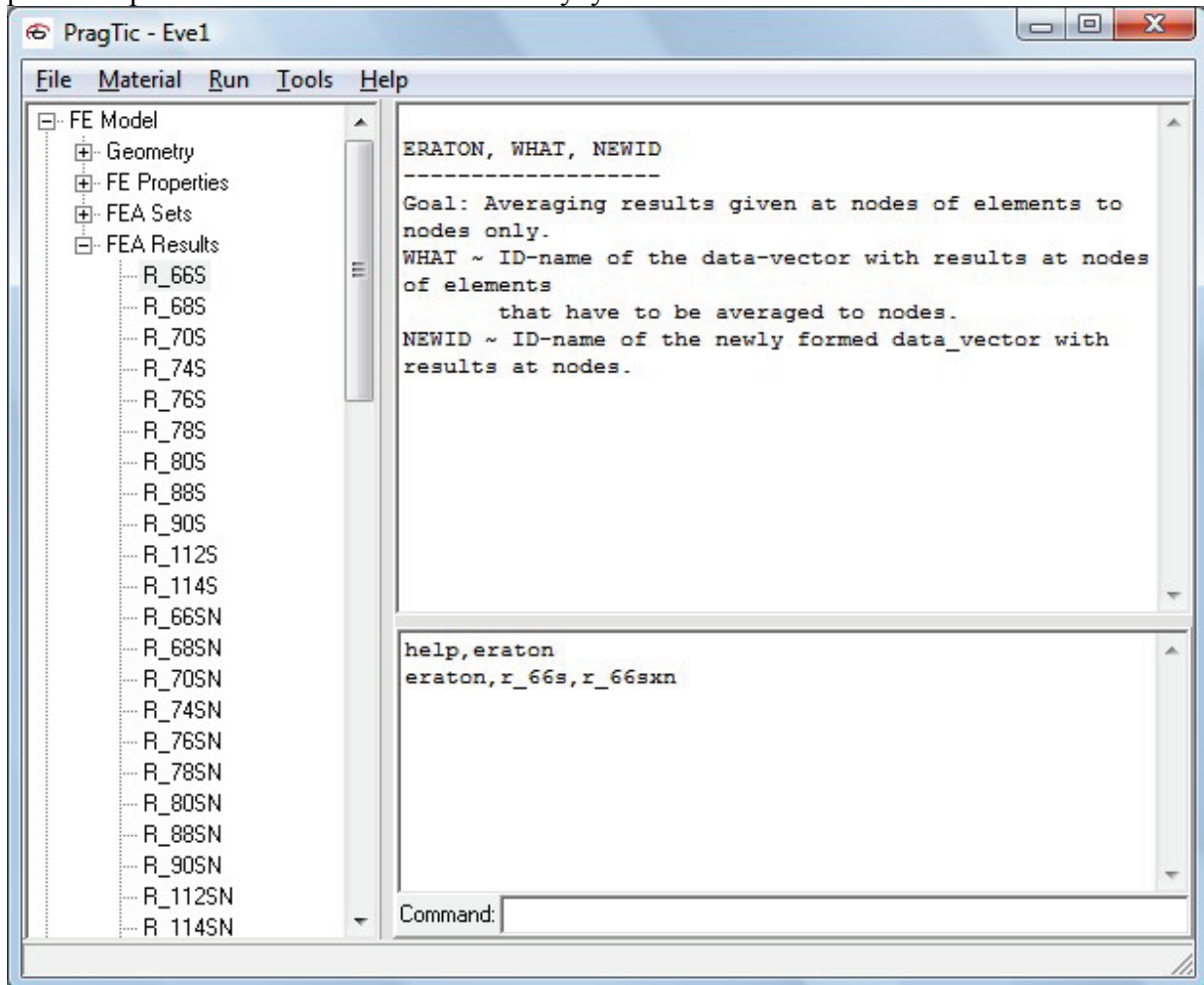
Jak je patrné z předchozích řádek, schopnosti tohoto produktu nejsou nikterak velké, jedná se pouze o jednoduchého pomocníka sloužícího spíše pro rychlou orientační kontrolu než o skutečný „velký“ únavový produkt. Blíže viz [2].

14.6.3 PragTic

Program PragTic je (v současné době) volně dostupný únavový řešič. Produkt je vyvíjen více než 10 let a v současnosti probíhají velké změny, jejichž cílem bude jednak komerční plná verze a jednak volná částečně omezená varianta. Produkt je po zaregistrování dostupný ke



stažení na stránkách [3]. Umožňuje řešit velkou škálu úloh v oblasti únavové životnosti, převážně pak v oblasti multiaxílní S-N analýzy.



Obrázek 7 - Okno programu PragTic

K zapamatování

Části konstrukce (z pohledu funkčnosti a bezpečnosti):

- primární,
- sekundární.

Základní činitelé ovlivňující únavový život:

- tvar,
- materiál,
- technologie výroby,
- zatížení.

Filozofie návrhu součásti či strojního celku na únavový život:

- bezpečný únavový život (safe-life),
- bezpečný i při poruše (fail-safe),
- konstrukce s přístupným poškozením (damage tolerance).

Výpočtové postupy:

- S-N analýza (Stress-Life)
- E-N analýza (Strain-Life)
- Analýza šíření trhliny (Crack propagation)

Obecný postup při využití metody konečných prvků při výpočtu na únavu:

- Pochopení problému.
- Tvorba konečno-prvkového modelu na základě geometrie součásti/zařízení.



- Získání materiálových dat.
- Identifikace všech podstatných zatížení a zátěžných stavů, určení typu analýzy.
- Provedení analýzy pro všechny zátěžné stavy.
- Provedení únavové analýzy.
- Vyhodnocení únavové analýzy.

14.7 ZADÁNÍ ÚLOHY

Na zadané součásti, viz obrázek 1, proveďte únavovou analýzu. Pro výpočet použijte únavový software MSC.Fatigue. Výsledky porovnejte s analytickým výpočtem.

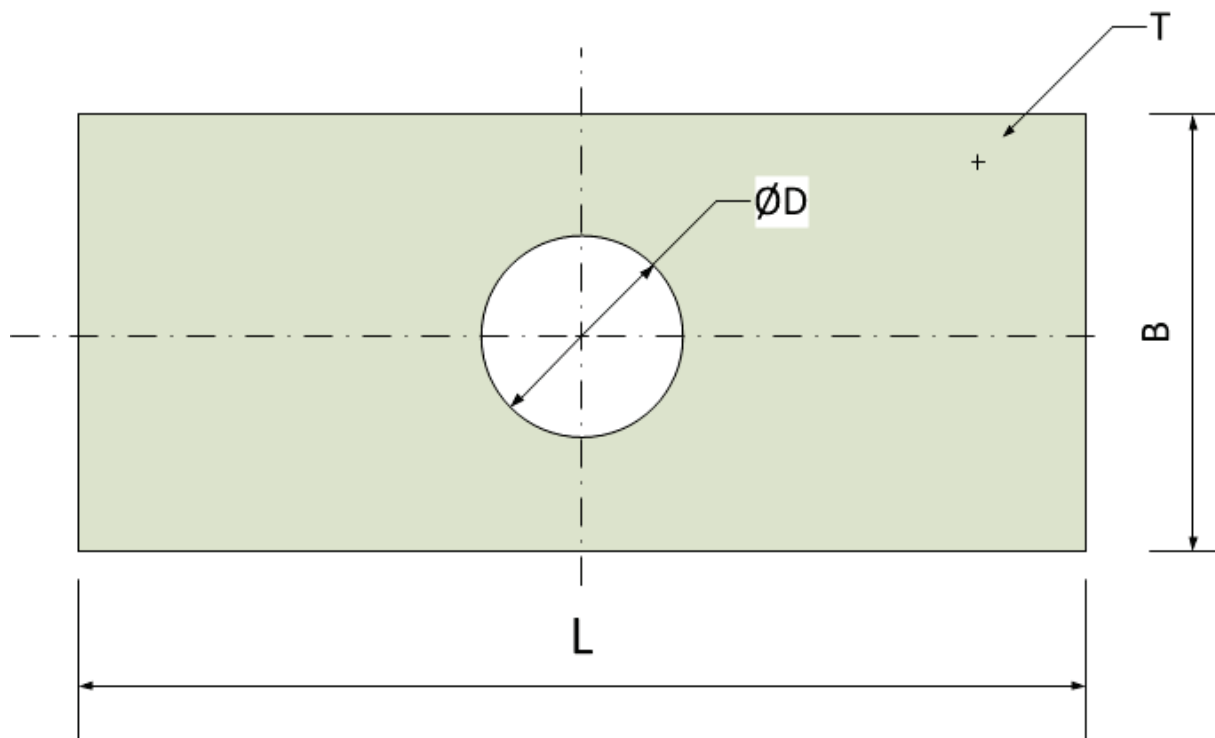
Jedná se o strojní součást, desku s centrálním otvorem. Rozměry jsou následující:

$$B = 16 \text{ mm}$$

$$T = 5 \text{ mm}$$

$$D = 4 \text{ mm}$$

L ... uvažováno „velké“ oproti ostatním rozměrům



Obrázek 8 - Obrázek zadání

Materiálová data (ocel SAE 1005) byla získána na základě experimentu. S-N křivka je popsána následujícím vztahem (Basquinův vztah):

$$\sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^b$$

s parametry:

$$\sigma_f' = 886 \text{ MPa},$$

$$b = -0,14 .$$

Zatížení se mění periodicky. Hodnoty extrémů jsou následující:

$$F_{max} = 8000 \text{ N},$$

$$F_{min} = -6000 \text{ N}.$$

14.8 ROZBOR ÚLOHY

Jedná se o jednoduchou strojní součást. Typ prvotní (MKP) analýzy bude statický, dynamické účinky nebudou do výpočtu zahrnuty (jsou nevýznamné). Je možno využít dvourozměrnou idealizaci problému. Dále je pak možno rovněž přihlédnout k symetrii úlohy.



14.9 KONEČNO-PRVKOVÝ MODEL



The screenshot displays a video player interface. At the top, there are five logos: the ESF logo (Evropský sociální fond ČR), the European Union flag, the logo of the Ministry of Education, Youth and Sports (MŠMT), the logo of the National Institute for Research in Education (ÚIV), and the logo of the Faculty of Education (FPE). Below these logos is the text "INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ". The main title of the slide is "Únava materiálu". Below the title, it says "Významováno v rámci projektu CZ.1.07/2.2.00/15.0463". At the bottom of the slide, there is a blue wavy graphic with two orange circular icons. The video player controls are visible at the bottom left.



14.10 MSC.FATIGUE

14.10.1 Načtení modelu ze statické analýzy, nastavení únavové analýzy



14.10.2 Práce se zatížením



esf evropský sociální fond v ČR

EVROPSKÝ FOND

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLESNÉ VÝCHOVY

UNIVERSITY OF JYVÄSKYLÄ

INVESTICE DO ROZVOJE VZDELÁVÁNÍ

Únava materiálu

Výpracováno v rámci projektu
CZ.1.07/2.2.00/15.0463



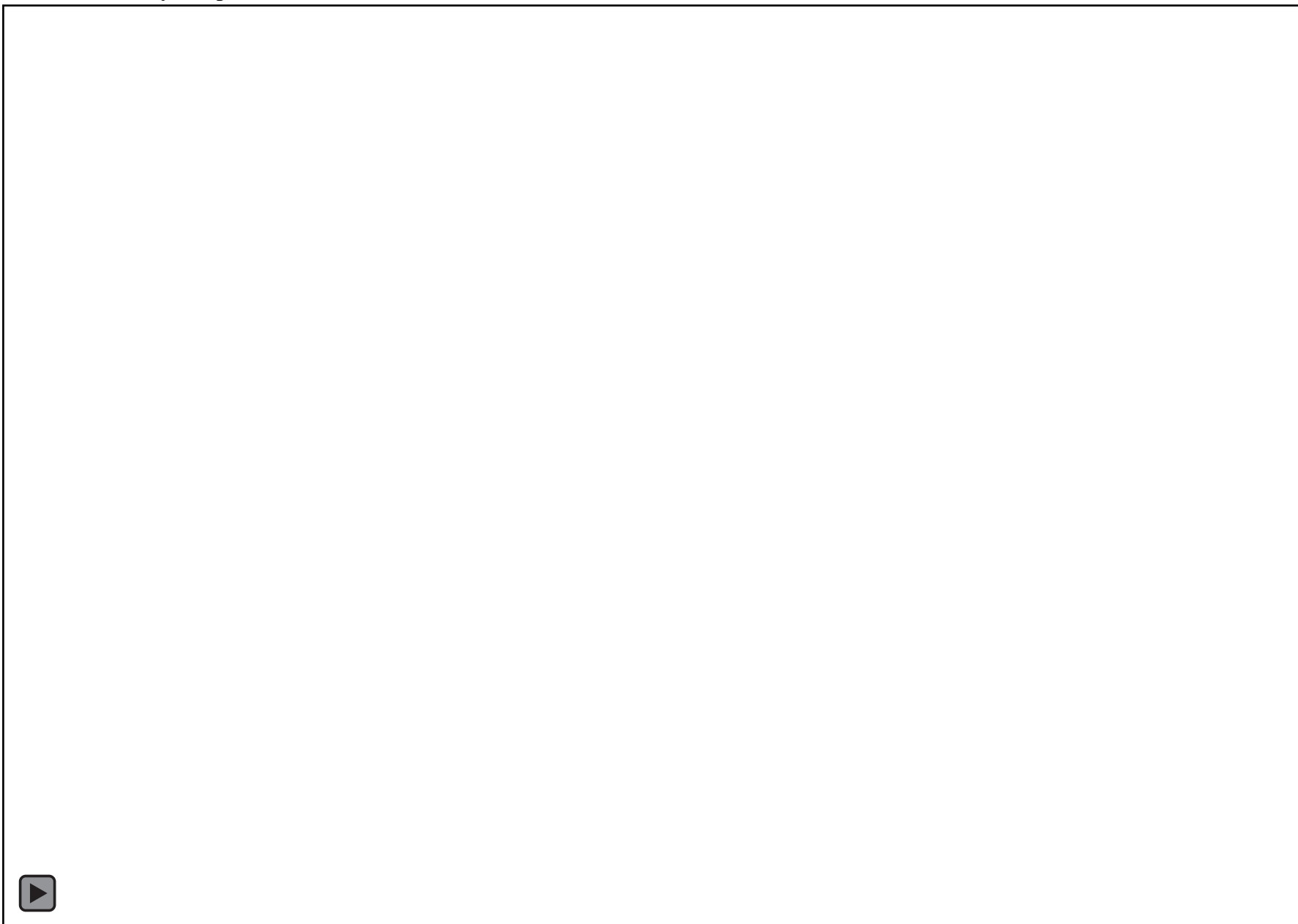
14.10.3 Materiálová data



The screenshot shows a video player interface. At the top, there are five logos: the ESF logo (European Social Fund), the European Union flag, the logo of the Ministry of Education, Youth and Sports (MŠMT), the logo of the Operational Program Education and Skills Development (OP Vzdělávání), and the logo of the University of Jyväskylä. Below these logos is the text "INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ". The main title of the slide is "Únava materiálu". Below the title, it says "Výnamováváme v rámci projektu CZ.1.07/2.2.00/15.0463". At the bottom of the slide, there is a blue wave graphic with two orange circular icons. The video player controls are visible at the bottom left.



14.10.4 Únavová analýza, zpracování dat



14.11 LITERATURA

Pokud se využívá jakýkoliv výpočetní software (který si člověk nevytvořil sám) důrazně se doporučuje prostudovat příslušnou dokumentaci. Je nebezpečné přistupovat k řešení stylem: „Autoři programu vše nastavili správně, stačí jen klikat myší a ono něco vyjde“. Tento přístup je nejrychlejší cestou do pekla. Předpokladem ovšem je, že uživatel zná dostatečně teorii daného problému.

[1] Internetové stránky MSC Software: <http://www.mscsoftware.com/>

[2] Internetové stránky ANSYS, Inc.: <http://ansys.com/>

[3] Internetové stránky projektu PragTic: <http://www.pragtic.com/>

